



أعمال هجرية

المستوى : ثلاثة متوسط
رقم المذكرة : (7)

الميدان: أنشطة هندسية
المقطع: الثالث
المورد : حل تطبيقات

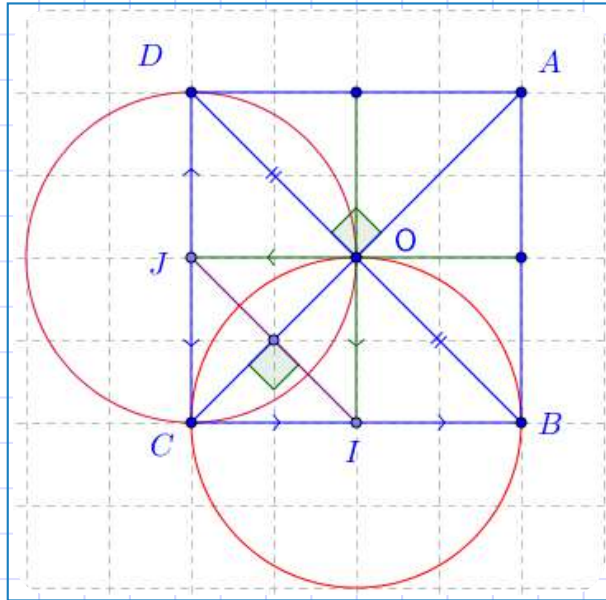
المنصفات في مثلث
المتوسطات في مثلث

* الكفاءات المستهدفة :
الارتفاعات في مثلث
المحاور في مثلث

الحلــــــــــــــــول

التمرين والوضيحات

الشكل + البرهان :



التمرين الاول

- * $ABCD$ مربع و O مركزه .
- * I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[DC]$.
- ① أنشئ الشكل .
- ② برهن أن I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OBC و
- J هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OCD .
- ③ بين أن (AC) محور $[IJ]$.

المعطيات

- * $ABCD$ مربع و O مركزه .
- * I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[DC]$.

المطلوب

- * نبين أن I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OBC و J هي
- مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OCD .
- * نبين أن (AC) محور $[IJ]$.

نص البرهان

② لنبين أن I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OBC و J هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OCD .

* لنبين أن I هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OBC :
لدينا I منتصف $[BC]$ ، إذن :

$$IB = IC = \frac{BC}{2}$$

وفي المثلث BCD ، لدينا :

O منتصف $[BD]$ (لأن O مركز المربع $ABCD$ أي لقطريه نفس المنتصف) و I منتصف $[BC]$ ، إذن :

$$OI = \frac{DC}{2}$$

مثلث تساوي نصف طول الضلع الثالث .

ونعلم أن : $DC = BC$ (لأن $ABCD$ مربع) ،
إذن :

$$OI = \frac{BC}{2}$$

$$\begin{cases} IB = IC = \frac{BC}{2} \\ OI = \frac{BC}{2} \end{cases}$$

ومنه لدينا :

نستنتج أن :

$$IB = IC = OI$$

وهذا يعني أن O و B و C تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث

ABC والتي مركزها I ونصف قطرها OI أو IB أو IC .

وبنفس الطريقة نبرهن أن J هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OCD .

③ لنبين أن (AC) محور $[IJ]$:

$$\begin{cases} IO = IB = IC = \frac{BC}{2} \\ JO = JB = JC = \frac{DC}{2} \\ BC = DC \end{cases}$$

نعلم أن :

$$IO = IC = JO = JC$$

إذن :

أي أن المربع $OICJ$ معين (لأن جميع أضلاعه متقايسة) .

وبما أن له زاوية قائمة في الرأس C فإن المربع $OICJ$ مربع.

وبالتالي فإن : (OC) محور $[IJ]$ ، وحيث أن : $A \in (OC)$ فإن :

(AC) محور $[IJ]$.

التمرين الثاني

* $ABCD$ مربع و O مركزه.

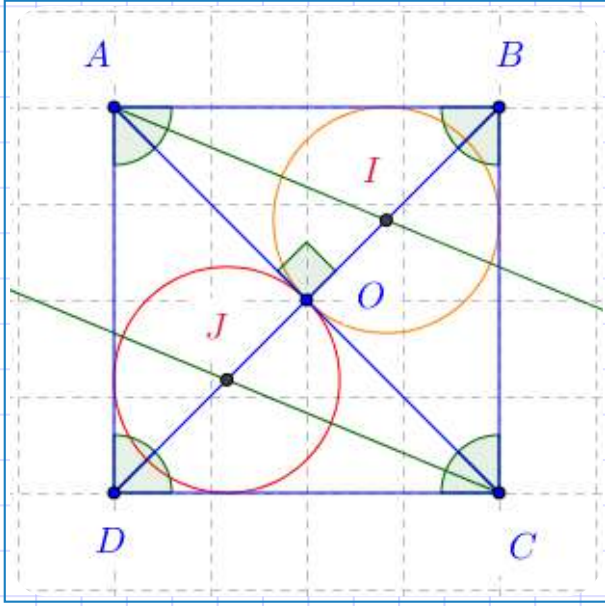
و I هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ABC و J هي

مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ACD .

① أنشئ الشكل.

② بين ان النقط O و I و J على استقامية.

الشكل + البرهان



المعطيات

* $ABCD$ مربع و O مركزه.

* I هي مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ABC و J هي مركز

الدائرة المحاطة بالمثلث ACD .

المطلوب نرهن أن ان النقط O و I و J على استقامية.

نص البرهان

② لدينا $ABCD$ و O مركزه، ان:

* (BD) هو منصف الزاوية $\widehat{ABC}$.

* وكذلك (DB) هو منصف الزاوية $\widehat{ADC}$.

في المثلث ABC لدينا:

I مركز الدائرة المحاطة به، ان I نقطة تلاقي منصفاته

منصفات زوايا، وبالتالي فان:

$I \in (BD)$ (لأن (BD) هو أحد هذه المنصفات)

في المثلث ACD لدينا:

J مركز الدائرة المحاطة به، ان J نقطة تلاقي منصفاته

منصفات زوايا، وبالتالي فان:

$J \in (DB)$ (لأن (DB) هو أحد هذه المنصفات)

ونعلم ان: $O \in (DB)$ (لأن O مركز المربع $ABCD$)

$$\left\{ \begin{array}{l} I \in (BD) \\ J \in (DB) \\ O \in (DB) \end{array} \right. \text{ ومنه نستنتج ان: }$$

اي النقط I و J و O تنتمي الى (BD) اي انها على استقامية.



أحمد جزي

المستوى : ثلاثة متوسط
رقم المذكرة : (7)

الميدان: أنشطة هندسية
المقطع: الثالث
المورد: حل تطبيقات

* الخواص المستخدمة :
الارتفاعات في مثلث
المحاور في مثلث

المنصفات في مثلث
المتوسطات في مثلث

الحلــــــــــــــــول

التمارين والوضعيــــــــــــــــات

الشكل + البرهان

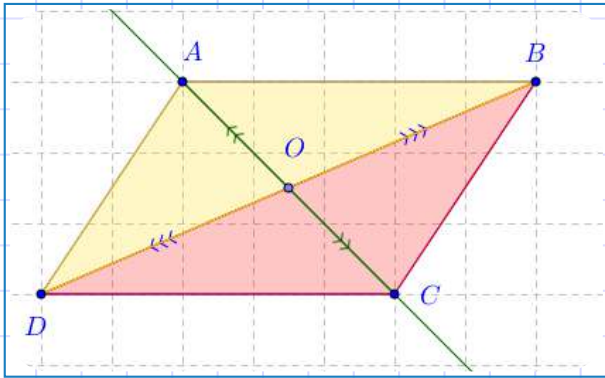
التمرين الثاني

(المتوسطات في مثلث)

* $ABCD$ متوازي الاضلاع و O مركزه .

① انشئ الشكل .

② بين ان (AC) متوسط للمثلثين ADB و CDB .



المعطيات

* $ABCD$ متوازي الاضلاع و O مركزه

المطلوب نبين ان (AC) متوسط للمثلثين ADB و CDB .

نص البرهان

② لنبين ان (AC) متوسط للمثلثين ADB و CDB

لدينا $ABCD$ متوازي الاضلاع و O مركزه ، اذن :

O منتصف قطره $[BD]$.

* في المثلث ADB ، المستقيم (AC) يمر من الرأس A

وبمنتصف الضلع $[BD]$ المقابل لهذا الرأس .

ومنه فان (AC) متوسط في المثلث ADB .

* في المثلث CDB ، المستقيم (AC) يمر من الرأس C

وبمنتصف الضلع $[BD]$ المقابل لهذا الرأس .

ومنه فان (AC) متوسط في المثلث CDB .

ومنه نستنتج ان (AC) متوسط للمثلثين (او في المثلثين)

ADB و CDB .

التمرين الثانى

(المحاور في مثلث)

❄️ A و B و C ثلاث نقاط من دائرة مركزها O .

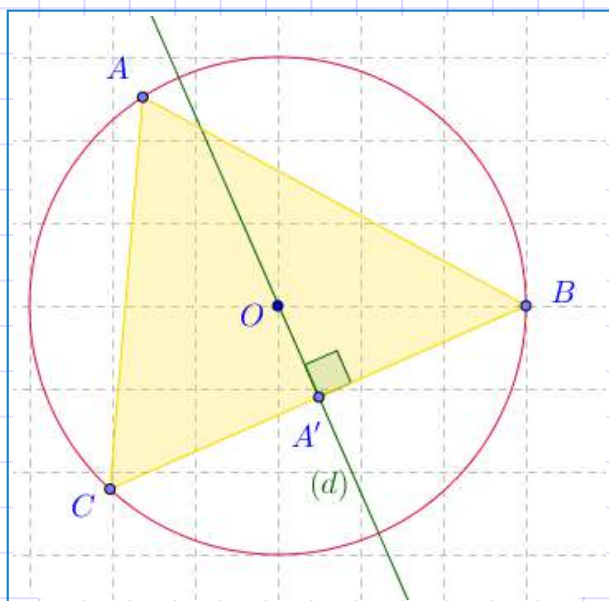
(d) المستقيم المار من O والعمودي على (BC) في النقطة

$$A$$

① انشئ الشكل.

② پھر کہن اُن A' کی منتصف $[BC]$.

③ ماذا يمثل المستقيم (d) بالنسبة للمثلث OBC ؟



المعطيات

دائرة هم كم لها O تحيط بالمثلث ABC .

(d) يمر من O و عمودي على (BC) في النقطة A' .

المطلوب: نبرهن أن A' هي منتصف $[BC]$

نص الیم همان

② A و B و C ثلاث نقاط من دائرة مركزها O يعني أن: الدائرة

التي مركزها O هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

أى أن: O هو نقطة تلاقي محاور المثلث ABC .

بمأن (d) يمر من O و عمودي على (BC) نستنتج أن:

(d) محو الضلع $[BC]$

أي أن: (d) يقطع $[BC]$ في المنتصف

وبالتالى: A' منتصف $[BC]$.

③ المستقيم (d) يمر من رأس المثلث OBC و عمودي على

$[BC]$ فی منتصفه اذن يمكن اعتباره :

* ارتفاعا في المثلث OBC : لأنه مار من أحد رؤوس المثلث و

عمودي على حامل الضلع المقابل.

* **محور** في المثلث OBC : لانه محور أحد أضلاعه (محور

 $([BC]$

* متوسطا في المثلث OBC : لانه مار من أحد رؤوس المثلث

و منتصف الضلع المقابل.

* **منصفا** للمثلث OBC : ينصف الزاوية $\widehat{OBC}$ إلى زاويتين لهما

نفس القياس.

التمرين الاول

(الارتفاعات في مثلث)

* $ABCD$ متوازي الأضلاع بحيث تكون المزاوية $\widehat{BAD}$ منفرجة.

* (d) المستقيم المار من A والعمودي على (DC) في النقطة A' .

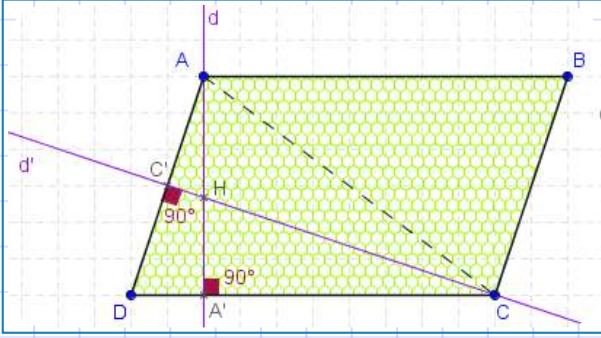
* (d') المستقيم المار من C والعمودي على (DA) في النقطة C' .

* المستقيمان (d) و (d') يتقاطعان في H .

① انشئ الشكل.

② برهن أن المستقيم (DH) عمودي على (AC) .

الشكل + البرهان:



المعطيات

* (d) يمر من A وعمودي على (DC) في النقطة A' .

* (d') يمر من C وعمودي على (DA) في النقطة C' .

* المستقيمان (d) و (d') يتقاطعان في H .

المطلوب نبين أن (DH) عمودي على (AC) .

نص البرهان

في المثلث ADC لدينا (d) مستقيم يمر من A وعمودي على (DC) إذن (d) هو الارتفاع الموافق ل A .

ولدينا (d') مستقيم يمر من C وعمودي على (DA) إذن (d') هو الارتفاع الموافق ل C .

بما أن (d) و (d') يتقاطعان في H . نستنتج إذن أن H هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ADC .

ومنه الارتفاع الثالث للمثلث ADC والموافق ل D يمر من H . أي أن (DH) عمودي على (AC) .