

التمرين الأول

A ، B و C ثلاث نقط ليست في استقامية.

النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1), (C;2)\}$ والنقطة H المعرفة كما يلي $\vec{HA} + 3\vec{HB} + 2\vec{BC} = \vec{0}$

1. أنشئ النقطة G

2. بين أن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1), (B;1), (C;2)\}$ ثم أنشئ النقطة H

3. بين أن النقط A ، G و H في استقامية

4. نعتبر النقطة K المعرفة بالعلاقة $\vec{KA} + \vec{KB} = \vec{0}$ ، ماذا تمثل النقطة K بالنسبة للنقطتين A و B .

5. بين أن المستقيمان (AG) و (CK) يتقاطعان في نقطة يطلب تعيينها.

6. (T) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\left\| \vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} \right\| = \left\| \vec{MA} + \vec{MB} \right\|$ ، عين طبيعة المجموعة (T)

7. (T') مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\left\| \vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} \right\| = \left\| \vec{MA} - \vec{MB} \right\|$ ، عين طبيعة المجموعة (T')

التمرين الثاني

(I) ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حيث $AB = AC = 5cm$ ، نقطة من المستوي تحقق $4\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{AC}$

• أثبت أن G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha), (B;\beta), (C;\gamma)\}$ حيث α ، β و γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

(II) لتكن M نقطة كيفية من المستوي ، $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين حيث: $\vec{u} = 2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ ، $\vec{v} = -2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$

(1) عبر عن الشعاع $\vec{u}$ بدلالة $\vec{MG}$.

(2) اثبت أن $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{AC}$

(3) أنشئ النقطة D حيث $\vec{v} = \vec{AD}$

(4) احسب بال cm كل من AD و AG

(5) عين (T) مجموعة النقط M التي تحقق $\left\| \vec{u} \right\| - \left\| \vec{v} \right\| = 0$

(III) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، $\alpha \in \mathbb{R}^*$ ، G' مرجح الجملة

المثقلة $\{(E;\alpha), (F;1+\alpha), (K;\alpha^2)\}$ حيث $E(-\alpha;\alpha)$ ، $F(\alpha;-\alpha)$ و $K(\alpha;\alpha)$.

(1) عين جميع القيم الممكنة للعدد α حتى تكون G' موجودة.

(2) نضع $\alpha = 1$.

• عبر عن $\vec{KG'}$ بدلالة $\vec{KE}$ و $\vec{KF}$

عين احداثيات النقطة G'

التمرين الثالث

ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB = 2cm$.

1. لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A; \alpha + 1), (B; 2 - \alpha)\}$ حيث α عدد حقيقي.

أ) بين أن النقطة H موجودة من أجل كل عدد حقيقي α .

ب) عين قيم α حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AH}$ متعاكسان في الإتجاه.

ج) عين قيمة α إذا علمت أن H هي نظيرة B بالنسبة إلى A .

2. نضع فيما يلي $\alpha = 5$ و G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 2), (B; -1), (C; 2)\}$

أ) أنشئ النقطتين H و G .

ب) بين أن النقط G ، H و C في إستقامة.

ج) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$$\frac{1}{3} \left\| -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} \right\| - \frac{1}{2} \left\| \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \right\| = 0$$

التمرين الرابع

ABC مثلث كيني، G هي مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; 3), (C; -1)\}$ ، و I و J نقطتان من المستوي تحققان $\overrightarrow{IB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $6\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{JC} = \vec{0}$

1. أنشئ شكلا مناسباً مع التبرير

2. أثبت أن النقطة I مرجح للنقطتين A و B بمعاملين يطلب تعيينهما.

3. أثبت أن النقطة J مرجح للنقطتين B و C بمعاملين يطلب تعيينهما.

4. استنتج أن المستقيمين (IC) و (JA) يتقاطعان في النقطة G

5. (Γ) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\left\| 3\overrightarrow{MA} + 9\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} \right\| = 3 \left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} \right\|$

أ. تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (Γ) .

ب. عين طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها.

التمرين الخامس

ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حيث $AB = AC = 2$ ، I منتصف $[AB]$ و J نظيرة I بالنسبة إلى B .

1. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m مرجح الجملة $\{(A; m - 1), (B; 2m - 3)\}$

2. عبر عن $\overrightarrow{AG_m}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و m

3. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m منطبقة على I .

4. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m منطبقة على J .

5. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m داخل القطعة $[AB]$.

حل التمرين الأول

$\vec{HA} + 3\vec{HB} + 2\vec{BC} = \vec{0}$ والنقطة H المعرفة كما يلي $\{(B;1), (C;2)\}$ مرجح الجملة المثقلة G استقامية النقطة A, B و C ثلاث نقط ليست في استقامية النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1), (C;2)\}$ والنقطة H المعرفة كما يلي $\vec{HA} + 3\vec{HB} + 2\vec{BC} = \vec{0}$

$$1. \text{ إنشاء النقطة } G: \text{ لدينا } G \text{ مرجح الجملة المثقلة } \{(B;1), (C;2)\} \text{ ومنه } \vec{BG} = \frac{2}{3}\vec{BC}$$

$$2. \text{ تبين أن النقطة } H \text{ مرجح الجملة المثقلة } \{(A;1), (B;1), (C;2)\} \text{ ثم إنشاء النقطة } H$$

$$\text{لدينا } \vec{HA} + 3\vec{HB} + 2\vec{BC} = \vec{0} \text{ باستعمال علاقة شال } \vec{HA} + 3\vec{HB} + 2(\vec{BH} + \vec{HC}) = \vec{0} \text{ يكافئ}$$

$$\vec{HA} + \vec{HB} + 2\vec{HC} = \vec{0} \text{ يكافئ } \vec{HA} + 3\vec{HB} + 2\vec{BH} + 2\vec{HC} = \vec{0} \text{ ومنه } H \text{ مرجح الجملة المثقلة } \{(A;1), (B;1), (C;2)\}$$

• إنشاء النقطة H :

لدينا H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1), (B;1), (C;2)\}$ والنقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1), (C;2)\}$ إذن حسب خاصية التجميع

$$\text{النقطة } H \text{ مرجح الجملة المثقلة } \{(A;1), (G;3)\} \text{ ومنه } \vec{AH} = \frac{3}{4}\vec{AG}$$

3. بين أن النقط A, G و H في استقامية: لدينا النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1), (G;3)\}$ ومنه النقط A, G و H في استقامية.

4. نعتبر النقطة K المعرفة بالعلاقة $\vec{KA} + \vec{KB} = \vec{0}$ ، تمثل النقطة K بالنسبة للنقطتين A و B .

K مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1), (B;1)\}$ وبما أن المعاملات متساوية فإن النقطة هي منتصف قطعة المستقيم $[AB]$.

5. تبين أن المستقيمان (AG) و (CK) يتقاطعان في نقطة يطلب تعيينها.

لدينا H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1), (B;1), (C;2)\}$ والنقطة K مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1), (B;1)\}$ إذن حسب خاصية التجميع

النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(K;2), (C;2)\}$ ومنه النقط K, C و H في استقامية ومنه $H \in (CK)$(1).

ولدينا النقط A, G و H في استقامية ومنه $H \in (AG)$(2) من (1) و (2) نستنتج أن المستقيمان (AG) و (CK) يتقاطعان في النقطة H .

6. عين طبيعة المجموعة (T) : (T) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\frac{1}{2}\|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$ يكافئ

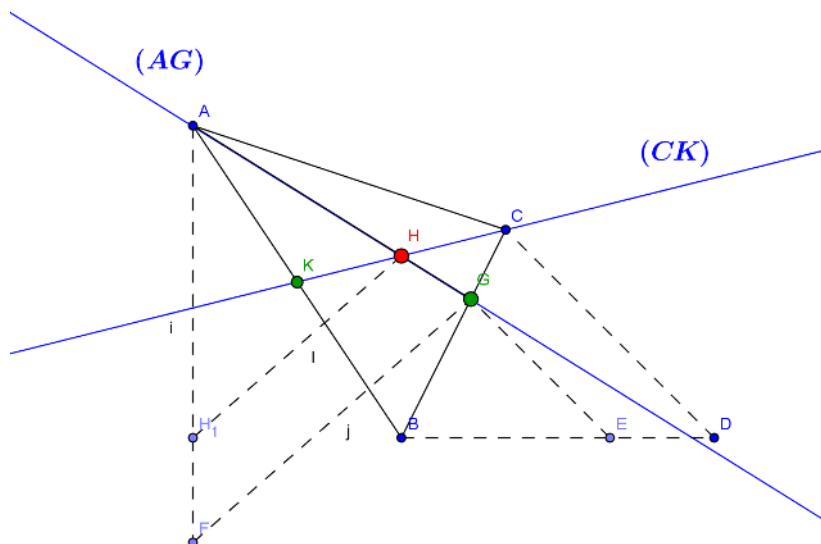
$$\frac{1}{2}\|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\| \text{ يكافئ } \frac{1}{2}\|4\vec{MH}\| = \|2\vec{MK}\| \text{ يكافئ } \frac{1}{2}\|(1+1+2)\vec{MH}\| = \|(1+1)\vec{MK}\|$$

محور قطعة المستقيم $[HK]$

7. عين طبيعة المجموعة (T') : (T') مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$ يكافئ

$$\|(1+1+2)\vec{MH}\| = \|\vec{MB} + \vec{BA} - \vec{MB}\| \text{ يكافئ } \|4\vec{MH}\| = \|\vec{BA}\| \text{ يكافئ } MH = \frac{1}{4}BA \text{ ومنه مجموعة النقط } (T') \text{ هي دائرة مركزها}$$

$$H \text{ وطول نصف قطرها } r = \frac{1}{4}BA$$



حل التمرين الثاني

ABC مثلث قائم في A و متساوي الساقين حيث $AB = AC = 5\text{cm}$ ، نقطة من المستوي تحقق $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

I. إثبات أن G هي مرجع الجملة المثقلة $\{(A;\alpha), (B;\beta), (C;\gamma)\}$ حيث α, β, γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

لدينا $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ باستعمال علاقة شال $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC}$ يكافئ $2\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ يكافئ

$$\{(A;2), (B;1), (C;1)\}$$

II. لتكن M نقطة كيفية من المستوي ، $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين حيث: $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ ، $\vec{v} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$

1. اتعبير عن الشعاع $\vec{u}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$.

لدينا $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ باستعمال علاقة شال $\vec{u} = 2\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}$ يكافئ

$$\vec{u} = 4\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$$

2. اثبت أن $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

لدينا $\vec{v} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ باستعمال علاقة شال نجد

$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

3. إنشاء النقطة D حيث $\vec{v} = \overrightarrow{AD}$

4. احسب بال cm كل من AG و AD

$$AD = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$$

لدينا $4\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ أي $\|4\overrightarrow{AG}\| = \|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\|$ يكافئ

$$\|4\overrightarrow{AG}\| = \|\overrightarrow{AD}\|$$

5. تعيين (T) مجموعة النقط M التي تحقق $\|\vec{u}\| - \|\vec{v}\| = 0$:

$$\|\vec{u}\| - \|\vec{v}\| = 0$$

مجموعة النقط M هي دائرة مركزها G و طول نصف قطرها $r = \frac{5\sqrt{2}}{4}$

III. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، $\alpha \in \mathbb{R}^*$ ، مرجع الجملة

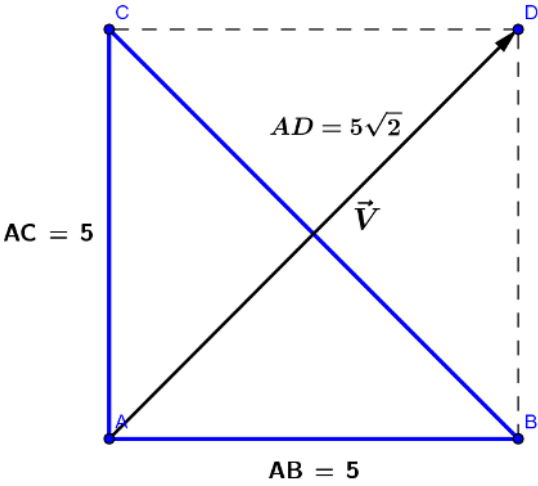
$$\{(E;\alpha), (F;1+\alpha), (K;\alpha^2)\}$$

1. تعين جميع القيم الممكنة للعدد α حتى تكون G' موجودة.

$$G' \text{ موجودة ووحيدة لما } \alpha^2 + 2\alpha + 1 \neq 0 \text{ أي } (\alpha) + (1+\alpha) + (\alpha^2) \neq 0$$

2. نضع $\alpha = 1$.

• التعبير عن $\overrightarrow{KG'}$ بدلالة $\overrightarrow{KE}$ و $\overrightarrow{KF}$



لدينا G' مرجح الجملة المثقلة $\{(E;1), (F;2), (K;1)\}$ أي $\overrightarrow{G'E} + 2\overrightarrow{G'F} + \overrightarrow{G'K} = \vec{0}$ بإستعمال علاقة شال نجد أن

$$\overrightarrow{KG'} = \frac{2}{4}\overrightarrow{KF} + \frac{1}{4}\overrightarrow{KE}$$

• تعين احداثيات النقطة G'

لدينا G' مرجح الجملة المثقلة $\{(E;1), (F;2), (K;1)\}$ و $E(-1;1)$ ، $F(1;-1)$ و $K(1;1)$.

$$G'\left(\frac{1}{2}; 0\right) \text{ ومنه } \begin{cases} x_{G'} = \frac{1x_E + 2x_F + 1x_K}{1+2+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ y_{G'} = \frac{1y_E + 2y_F + 1y_K}{1+2+1} = \frac{0}{4} = 0 \end{cases}$$

حل التمرين الثالث

ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB = 2cm$

3. لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A; \alpha+1), (B; 2-\alpha)\}$ حيث α عدد حقيقي.

أ) تبين أن النقطة H موجودة من أجل كل عدد حقيقي α .

H موجودة ووحيدة لما $(\alpha+1) + (2-\alpha) \neq 0$ أي $3 \neq 0$ ومنه النقطة H موجودة من أجل كل عدد حقيقي α .

ب) تعيين قيم α حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AH}$ متعاكسان في الإتجاه.

H مرجح الجملة المثقلة $\{(A; \alpha+1), (B; 2-\alpha)\}$ معناه $\overrightarrow{AH} = \frac{2-\alpha}{3}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AH}$ متعاكسان في الإتجاه لما $\frac{2-\alpha}{3} < 0$ أي $2-\alpha < 0$ أي $\alpha > 2$ ومنه $\alpha \in]2; +\infty[$

ج) تعيين قيمة α إذا علمت أن H هي نظيرة B بالنسبة إلى A .

لدينا $\overrightarrow{AH} = \frac{2-\alpha}{3}\overrightarrow{AB}$ و H هي نظيرة B بالنسبة إلى A معناه $\overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{AB}$ أي $\frac{2-\alpha}{3} = -1$ ومنه $2-\alpha = -3$ و عليه $\alpha = 5$.

4. نضع فيما يلي $\alpha = 5$ و G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2), (B;-1), (C;2)\}$

أ) أنشئ النقطتين H و G .

لدينا $\overrightarrow{AH} = \frac{2-\alpha}{3}\overrightarrow{AB}$ أي $\overrightarrow{AH} = -\overrightarrow{AB}$

G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2), (B;-1), (C;2)\}$ ولدينا H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;6), (B;-3)\}$ أي H مرجح الجملة

المثقلة $\{(A;2), (B;-1)\}$ بإستعمال خاصية التجميع نجد G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(H;1), (C;2)\}$ ومنه $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CH}$

ب) تبين أن النقط G ، H و C في إستقامة

لدينا G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(H;1), (C;2)\}$ ومنه بين أن النقط G ، H و C في إستقامة

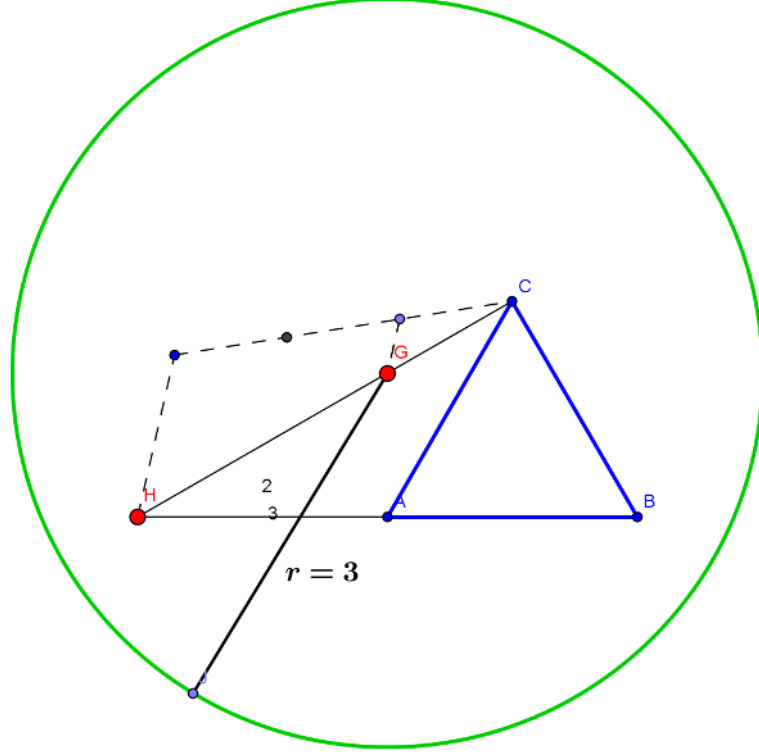
ج) تعين ثم إنشاء مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\frac{1}{3}\| -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} \| - \frac{1}{2}\| \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \| = 0$

$$\frac{1}{3} \|-2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}\| \text{ تكافئ } \frac{1}{3} \|-2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| - \frac{1}{2} \|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}\| = 0$$

$$MG = \frac{1}{2} AB \text{ يكافئ } MG = \frac{1}{2} AB \text{ يكافئ } \frac{1}{3} \|-3\overrightarrow{MG}\| = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{AB}\| \text{ يكافئ } \frac{1}{3} \|-2+1-2\| \overrightarrow{MG} = \frac{1}{2} \|(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) - \overrightarrow{MA}\|$$

$$أي \quad MG = \frac{1}{2}(2) \text{ ومنه } MG = 1$$

ومن مجموعة النقط M من المستوي هي الدائرة التي مركزها G وطول نصف قطرها $r = 1cm$



حل التمرين الرابع

ABC مثلث كفي، G هي مرجح الجملة $\{(A;1), (B;3), (C;-1)\}$ ، و I و J نقطتان من المستوي تحققان $\overrightarrow{IB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $6\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{JC} = \vec{0}$

1. أنشئ شكلا مناسباً مع التبرير:

$$\text{لدينا } \overrightarrow{IB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \text{ يكافئ } \overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$$

$$\text{ولدينا } 6\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{JC} = \vec{0} \text{ يكافئ } \overrightarrow{BC} = \frac{4}{6}\overrightarrow{JC} \text{ يكافئ } \overrightarrow{CJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$$

G هي مرجح الجملة $\{(A;1), (B;3), (C;-1)\}$ ، ولدينا I هي مرجح الجملة $\{(A;1), (B;3)\}$ باستعمال خاصية

$$\text{التجميع نجد } G \text{ هي مرجح الجملة } \{(I;4), (C;-1)\} \text{ ومنه } \overrightarrow{CG} = \frac{4}{3}\overrightarrow{CI}$$

2. أثبت أن النقطة I مرجح للنقطتين A و B بمعاملين يطلب تعيينهما.

$$\text{لدينا } \overrightarrow{IB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \text{ باستعمال علاقة شال نجد } \overrightarrow{IB} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}) \text{ يكافئ } \overrightarrow{IB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AI} + \frac{1}{4}\overrightarrow{IB}$$

$$\overrightarrow{IB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AI} - \frac{1}{4}\overrightarrow{IB} = \vec{0} \text{ يكافئ } \frac{3}{4}\overrightarrow{IB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AI} = \vec{0} \text{ يكافئ } \frac{3}{4}\overrightarrow{IB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{IA} = \vec{0} \text{ يكافئ } 3\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA} = \vec{0} \text{ ومنه } I \text{ هي مرجح الجملة}$$

$$\{(A;1), (B;3)\}$$

3. أثبت أن النقطة J مرجح للنقطتين B و C بمعاملين يطلب تعيينهما.

لدينا $6\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{JC} = \vec{0}$ بإستعمال علاقة شال نجد $6(\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{JC}) - 4\overrightarrow{JC} = \vec{0}$ يكافئ $6\overrightarrow{BJ} + 6\overrightarrow{JC} - 4\overrightarrow{JC} = \vec{0}$ يكافئ

$$6\overrightarrow{BJ} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0} \text{ يكافئ } 6\overrightarrow{BJ} - 2\overrightarrow{CJ} = \vec{0} \text{ ومنه } J \in \{(B;6);(C;-2)\}$$

4. استنتاج أن المستقيمين (IC) و (JA) يتقاطعان في النقطة G :

G هي مرجح الجملة $\{(A;1), (B;3), (C;-1)\}$ ، ولدينا I هي مرجح الجملة $\{(A;1), (B;3)\}$ بإستعمال خاصية التجميع نجد

G هي مرجح الجملة $\{(I;4), (C;-1)\}$ ومنه النقطة G ، C و I في إستقامة ومنه $G \in (IC)$ (I)

ومن جهة:

G هي مرجح الجملة $\{(A;1), (B;3), (C;-1)\}$ ، ولدينا J هي مرجح الجملة $\{(B;6);(C;-2)\}$ أي J هي مرجح الجملة

$\{(B;3);(C;-1)\}$ بإستعمال خاصية التجميع نجد G هي مرجح الجملة $\{(A;1), (J;2)\}$ ومنه النقطة G ، J و A في إستقامة

ومنه $G \in (JA)$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن النقطة هي نقطة تقاطع المستقيمين (IC) و (JA)

5. (Γ) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|3\overrightarrow{MA} + 9\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$

ت. تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (Γ) .

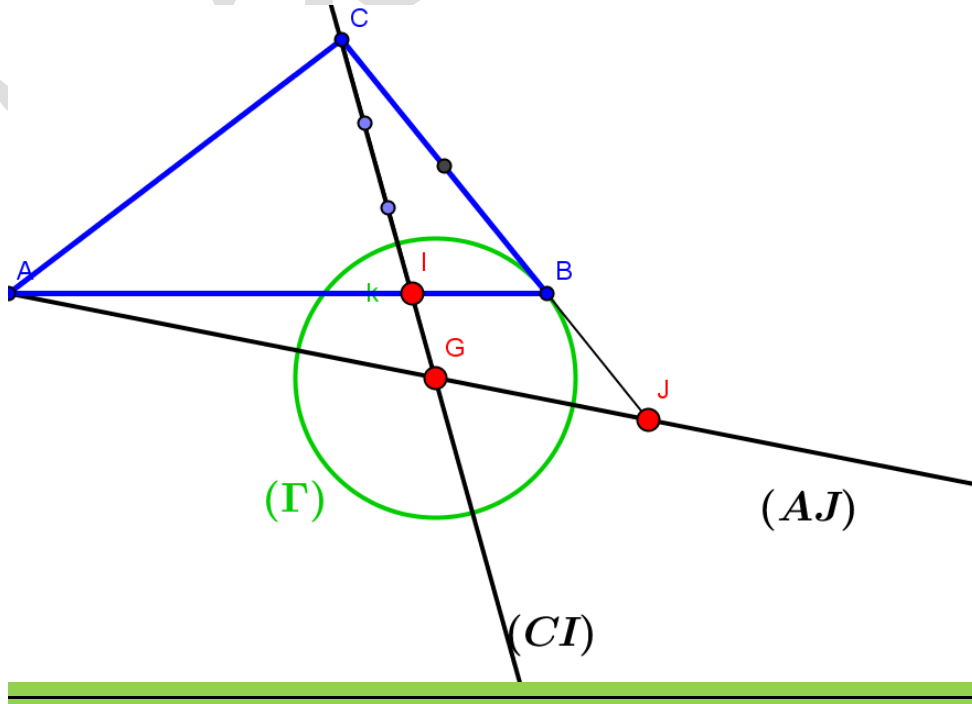
نضع M تنطبق على B نتحصل على $\|3\overrightarrow{BA} + 9\overrightarrow{BB} - 3\overrightarrow{BC}\| = 3\|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}\|$ يكافئ $\|3\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC}\| = 3\|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}\|$

يكافئ $\|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}\|$ وهذه العلاقة محقة إذن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (Γ) .

• تعين طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها.

$$\|3\overrightarrow{MA} + 9\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\| \text{ يكافئ } \|(3+9-3)\overrightarrow{MG}\| = 3\|(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CA}) - \overrightarrow{MC}\| \text{ يكافئ } \|9\overrightarrow{MG}\| = 3\|\overrightarrow{CA}\| \text{ يكافئ } 9MG = 3CA$$

ومن المجموعة (Γ) هي الدائرة التي مركزها G وطول نصف قطرها $r = \frac{1}{3}CA$. وتشمل النقطة B .



حل التمرين الخامس

ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حيث $AB = AC = 2$ ، I منتصف $[AB]$ و J نظيرة I بالنسبة إلى B .

1. تعيين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m مرجح الجملة $\{(A; m-1), (B; 2m-3)\}$

$$G_m \text{ موجودة ووحيدة لما } (m-1) + (2m-3) \neq 0 \text{ أي } 3m-4 \neq 0 \text{ أي } m \neq \frac{4}{3} \text{ ومنه } m \in \mathbb{R} - \left\{\frac{4}{3}\right\}$$

2. تعبير عن $\overrightarrow{AG_m}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و m :

$$\text{لدينا من أجل } m \in \mathbb{R} - \left\{\frac{4}{3}\right\} : G_m \text{ مرجح الجملة } \{(A; m-1), (B; 2m-3)\} \text{ معناه } (m-1)\overrightarrow{AG_m} + (2m-3)\overrightarrow{BG_m} = \vec{0}$$

$$\text{معناه } (m-1)\overrightarrow{AG_m} + (2m-3)(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AG_m}) = \vec{0} \text{ معناه } (m-1)\overrightarrow{AG_m} + (2m-3)\overrightarrow{BA} + (2m-3)\overrightarrow{AG_m} = \vec{0} \text{ معناه } (3m-4)\overrightarrow{AG_m} + (2m-3)\overrightarrow{BA} = \vec{0}$$

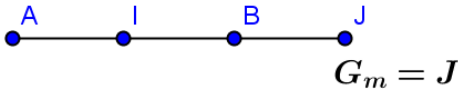
$$\overrightarrow{AG_m} = \frac{2m-3}{3m-4}\overrightarrow{AB} \text{ معناه } \overrightarrow{AG_m} = \frac{2m-3}{3m-4}\overrightarrow{AB}$$

3. تعيين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m منطبقة على I .

النقطة G_m منطبقة على I معناه $m-1 = 2m-3$ (المعاملات متساوية لأن I منتصف $[AB]$) أي $m = 2$.

4. تعيين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m منطبقة على J .

النقطة G_m منطبقة على J معناه G_m نظيرة I بالنسبة إلى B و I منتصف



$$[AB] \text{ ومنه } \overrightarrow{AG_m} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \text{ ولدينا } \overrightarrow{AG_m} = \frac{2m-3}{3m-4}\overrightarrow{AB} \text{ بالمطابقة نجد}$$

$$\frac{2m-3}{3m-4} = \frac{3}{2} \text{ أي } 4m-6 = 9m-12 \text{ أي } m = \frac{6}{5}$$

5. عين قيم العدد الحقيقي m حتى تكون النقطة G_m داخل القطعة $[AB]$.

$$\text{النقطة } G_m \text{ داخل القطعة } [AB] \text{ معناه } \frac{2m-3}{3m-4} > 0 \text{ و } 2m-3 > 3m-4 \text{ أي لما } m \in]-\infty; I]$$