

المدة: 03 ساعات و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول:

يمثل الجدول الآتي إنتاج محصول البطاطا بالمليون طن ما بين السنوات 2011-2015

| السنة              | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|--------------------|------|------|------|------|------|
| رتبة السنة         | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
| المنتج بالمليون طن | 1    | 1.1  | 1.2  | 1.4  | 1.5  |

1. مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد .  
( على محور الفواصل 1cm يمثل سنة واحدة وعلى محور التراتيب 3cm يمثل 1 مليون طن )
2. عين إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$  .
3. بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السحابة  
تكتب على الشكل  $y = 0.13x + 0.85$  .
4. أ) ارسم المستقيم في المعلم السابق.  
ب) ما هو الإنتاج المتوقع سنة 2020 ؟  
ج) ابتداء من أي سنة يتجاوز المنتج 3 ملايين طن ؟

التمرين الثاني:

- $(u_n)$  المتتالية المعرفة بـ:  $u_0 = 0$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$  .
1. احسب  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$  .
  2. بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما .
  3. نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :  $v_n = u_{n+1} - u_n$  .  
أ) عين عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$  .  
ب) هل العدد 2016 حد من حدود المتتالية  $(v_n)$  ؟ .
  4. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع :  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  .

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $S_n = (n+1)(n+2)$  .

ب) بين أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $S_n = u_{n+1} - u_0$  .

ج) استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .

### التمرين الثالث:

I- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $R - \{3\}$  بـ :  $g(x) = ax + b - \frac{1}{x-3}$

حيث  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين و ليكن  $(C)$  تمثيلها البياني .

1) عين كل من  $a$  و  $b$  علما أن:

$(C)$  يمر بالنقطة  $A(2; 1)$  ويقبل في هذه النقطة مماسا موازيا لحامل محور الفواصل.

2) بين أن النقطة  $I(3; 3a + b)$  مركز تناظر للمنحنى  $(C)$  .

II- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $R - \{3\}$  بـ :  $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 7}{x-3}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

1) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $R - \{3\}$  ،  $f(x) = g(x)$  .

2) أدرس تغيرات الدالة  $f$  .

3) احسب  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (-x + 2)]$  ماذا تستنتج ؟

4) أدرس الوضع النسبي  $(C_f)$  والمستقيم المقارب المائل  $(\Delta)$

5) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$  .

6) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 3 .

7) باستعمال المنحنى  $(C_f)$  حدد حسب قيم الوسيط  $m$  عدد حلول المعادلة :  $f(x) = 3x + m$  .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول:

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :

$$u_0 = 0 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$$

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n < 3$ . ماذا تستنتج؟

2. نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = u_{n+1} - u_n$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ .

ب) استنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$  يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  $v_0$ .

3. أ) احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم عبر عن  $v_n$  بدلالة  $u_n$ .

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = -3\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$ .

ج) عين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ ، استنتج أن  $(u_n)$  متتالية مقاربة ثم حدد نهايتها.

### التمرين الثاني:

نعتبر السلسلة الإحصائية ذات متغيرين التالية حيث  $\alpha$  تعوض إحدى المعطيات المحمية.

|       |     |     |     |     |          |
|-------|-----|-----|-----|-----|----------|
| $x_i$ | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 | 2        |
| $y_i$ | 13  | 12  | 14  | 16  | $\alpha$ |

تحصلنا على معادلة مستقيم الانحدار وهي :  $y = 9x + 0.6$

1. ما هو الوسط الحسابي  $\bar{x}$  للقيم  $x_i$ ؟

2. عبر عن الوسط الحسابي  $\bar{y}$  للقيم  $y_i$  بدلالة  $\alpha$ .

3. بما أن النقطة المتوسطة تنتمي إلى مستقيم الانحدار أكتب العلاقة بين  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$ .

4. احسب قيمة  $\alpha$ .

### التمرين الثالث:

I- نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ .

2. احسب  $g'(x)$  عبارة الدالة المشتقة للدالة  $g$  ثم ادرس إشارتها.

3. استنتج اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4. احسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

II- الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  ،  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  ،

3. عين إشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

4. • بين أن المستقيم  $(d)$  ذي المعادلة  $y = x - 1$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

• ثم ادرس الوضعية النسبية للمنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(d)$ . احسب  $f(3)$  ثم ارسم  $(d)$  و  $(C_f)$ .

5. نعتبر الدالة  $H$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب:  $H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ .

أ) بين أن الدالة  $H$  هي دالة أصلية للدالة  $h$  حيث  $h(x) = \frac{\ln x}{x}$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

ب) احسب بـ  $cm^2$  المساحة  $\sphericalangle$  للحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$

والمستقيم  $(d)$  والمستقيمين  $x=1$  و  $x=e$ .