

الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

من الحياة اليومية

ولد معان في 29 فيفري 2004. في عام 2016 ، احتفل بعيد ميلاده بحفاوة وفرح منقطعي النظر... لأن هذا لا يحدث كل عام!



تكون سنة كبيسة اذا كانت
قابلة للقسمة على 4
وغير قابلة للقسمة على 100 ،
إلا ان كانت تقبل القسمة على 400

ما هي
الأسئلة
التي يمكن
أن تطرحها؟



الأعداد الصحيحة والأعداد الناقصة



● كيف يحدث أن تكون الرياضيات وهي نتاج الفكر الإنساني والمستقلة عن كل تجربة، متوافقة بمحذو الطريقة الرائعة مع الأشياء الواقعية (ألبرت أينشتاين 1879 - 1955)

قابلية القسمة

أذكر الدرس...

a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$.
■ نقول أن b قاسم لـ a عندما يوجد عدد طبيعي n حيث: $a = \dots\dots\dots$

3 أكمل المساويات التالية:

- a) $56 = 1 \times \dots\dots\dots$ b) $42 = 1 \times \dots\dots\dots$
 $56 = 2 \times \dots\dots\dots$ $42 = 2 \times \dots\dots\dots$
 $56 = 4 \times \dots\dots\dots$ $42 = 3 \times \dots\dots\dots$
 $56 = 7 \times \dots\dots\dots$ $42 = 6 \times \dots\dots\dots$

..... قواسم العدد 42 هي:
 قواسم العدد 56 هي:
 القواسم المشتركة لـ 42 و 56 هي:

4 (1) اعط جميع قواسم كل من الأعداد التالية:

- a) 48 b) 63 c) 75 d) 59 e) 51

(a) قواسم العدد 48 هي:
 (b) قواسم العدد 63 هي:
 (c) قواسم العدد 75 هي:
 (d) قواسم العدد 59 هي:
 (e) قواسم العدد 51 هي:

5 نسمي عددا أوليا كل عدد طبيعي يقبل بالضبط قاسمين مختلفين

(1 والعدد نفسه). لكل من الأعداد التالية، برّر ما إذا كان أوليا أم لا.

- a) 77 b) 31 c) 19 d) 91

(a)
 (b)
 (c)
 (d)

1 أنجز القسومات الإقليدية التالية:

- a) 523 على 7 b) 535 على 12 c) 1283 على 59

a)

5	2	3	7

اذن $523 = 7 \times \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$

b)

5	3	5	1	2

اذن
 c)

1	2	8	3	5	9

اذن.....

2 أكمل الجدول التالي بـ "نعم" أو "لا".

قابل للقسمة على	2	3	4	5	9
413					
540					
7834					
2175					
81316					

a و b عددان طبيعيين غير معدومان.
نرمز بـ $PGCD(a; b)$ إلى للعددين a و b .
نقول عن عددان طبيعيين غير معدومان أنهما أوليان فيما بينهما عندما

9 حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 592 و 999.

الباقى	القاسم	المقسوم
.....		
.....		
.....		
.....		
.....		

10 (1) هل العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما؟ برّر إجابتك.
قواسم العدد 32 هي: 1, 2, 4, 8, 16, 32

العددان 32 و 27 أوليان فيما بينهما .
2 (2) برّر ، دون حساب ، أنّ العددان 965 و 610 ليسا أوليان فيما بينهما .

11 (1) هل العددان 115 و 231 أوليان فيما بينهما؟ برّر إجابتك.

2 (2) هل العددان 225 و 744 أوليان فيما بينهما؟ برّر إجابتك.

6 أكمل مايلي:

1 (1) قواسم العدد 24 هي:
قواسم العدد 36 هي:
القواسم المشتركة لـ 24 و 36 هي:

اذن $PGCD(24; 36) = \dots\dots\dots$

2 (2) قواسم العدد 80 هي:

قواسم العدد 105 هي:
القواسم المشتركة لـ 80 و 105 هي:
اذن $PGCD(80; 105) = \dots\dots\dots$

7 بالإستعانة بطريقة التمرين السابق ، احسب قيم ال PGCD التالية:

1 (1) $PGCD(54; 49)$

2 (2) $PGCD(91; 65)$

8 أكمل حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1078 و 322 بتطبيق خوارزمية إقليدس .

الباقى	القاسم	المقسوم
112	322	1078
.....	112	322
.....		
.....		

$PGCD(1078; 322) = PGCD(322; 112)$

$= PGCD(.....)$

$= PGCD(.....)$

$= \dots\dots\dots$

- إذا كان بسط ومقام كسر عدنان أوليان فيما بينهما ، نقول أن هذا الكسر
- إذا قسمنا بسط ومقام كسر على

12 اجعل الكسور التالية غير قابلة للإختزال:

- a) $\frac{45}{36} = \frac{45 \div \dots}{36 \div \dots} = \dots$
- b) $\frac{48}{72} = \dots$
- c) $\frac{77}{121} = \dots$
- d) $\frac{92}{115} = \dots$
- e) $\frac{78}{42} = \dots$
- f) $\frac{225}{175} = \dots$

13 1 حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 231 و 264

المقسوم	القاسم	الباقى
.....		
.....		

2 اجعل الكسر $\frac{264}{231}$ غير قابل للإختزال.

$$\frac{264}{231} = \dots$$

14 1 حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 680 و 935

المقسوم	القاسم	الباقى
.....		
.....		
.....		
.....		

2 اجعل الكسر $\frac{680}{935}$ غير قابل للإختزال.

$$\frac{680}{935} = \dots$$

15 قرّر جامع طوابع بريدية توزيع جزء مما مجوزته ،

وهي 3283 طابع فرنسي و 2144 طابع أجنبي .

لهذا الغرض ، يودّ توزيعها بشكل مجموعات على النحو التالي:

- كل المجموعات متماثلة من حيث عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية .
- يجب توزيع مخزون الطوابع بالكامل .
- حدّد أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها ،
- مع ذكر عدد الطوابع الفرنسية و الأجنبية في كل مجموعة .

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة.
 تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة! يجب العثور عليهم جميعا.

النص	A	B	C	D
16 12 هو	مضاعف للعدد 3	قاسم للعدد 3	مضاعف للعدد 36	قاسم للعدد 36
17 2724 قابل للقسمة على	2	3	5	6
18 قواسم العدد 42 هي	6 , 7	1, 6, 7, 42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 , 42	1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21 et 42
19 العددان 36 و 30 لهما بالضبط	قاسم مشترك	قاسمان مشتركان	ثلاثة قواسم مشتركة	أربعة قواسم مشتركة
20 العددان 31 و 23	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
21 العددان 51 و 76	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
22 PGCD (68 ; 85) هو	1	2	5	17
23 PGCD (2 268 ; 1400) هو	1	2	28	81
24 لجعل الكسر $\frac{256}{192}$ غير قابل للإختزال ، نبسطه بـ	2	4	64	PGCD (256 ; 192)
25 تريد متوسطة تقسيم 279 فتاة و 217 فتى في فرق مختلطة . عدد الفتيات وعدد الأولاد يجب أن يكون نفسه في كل فريق . وعدد الفرق يجب أن يكون أكبر ما يمكن . لذا ...	هناك 31 فتاة في كل فريق .	هناك 7 فتيان بكل فريق .	هناك 16 لاعب في كل فريق .	هناك 31 فريق .

الأعداد الصحيحة والأعداد الناقصة



● كيف يحدث أن تكون الرياضيات وهي نتاج الفكر الإنساني والمستقلة عن كل تجربة، متوافقة بمحذو الطريقة الرائعة مع الأشياء الواقعية (ألبرت أينشتاين 1879-1955)

قابلية القسمة

أذكر الدرس...

a و b عدنان طبيعان حيث $b \neq 0$.
■ نقول أن b قاسم لـ a عندما يوجد عدد طبيعي n حيث: $a = n \times b$

3 أكمل المساويات التالية:

a) $56 = 1 \times \underline{56}$
 $56 = 2 \times \underline{28}$
 $56 = 4 \times \underline{14}$
 $56 = 7 \times \underline{8}$
b) $42 = 1 \times \underline{42}$
 $42 = 2 \times \underline{21}$
 $42 = 3 \times \underline{14}$
 $42 = 6 \times \underline{7}$

قواسم العدد 42 هي: $1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42$
 قواسم العدد 56 هي: $1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56$
 القواسم المشتركة لـ 42 و 56 هي: $1, 2, 7, 14$

4 اعط جميع قواسم كل من الأعداد التالية:

a) 48 b) 63 c) 75 d) 59 e) 51

(a) قواسم العدد 48 هي: $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, 24, 48$

(b) قواسم العدد 63 هي: $1, 3, 7, 9, 21, 63$

(c) قواسم العدد 75 هي: $1, 3, 5, 15, 25, 75$

(d) قواسم العدد 59 هي: $1, 59$

(e) قواسم العدد 51 هي: $1, 3, 17, 51$

5 نسمي عددا أوليا كل عدد طبيعي يقبل بالضبط قاسمين مختلفين

(1 والعدد نفسه). لكل من الأعداد التالية، برّر ما إذا كان أوليا أم لا.

a) 77 b) 31 c) 19 d) 91

(a) 77 ليس عددا أوليا، لأنه يقبل القسمة على 11.

(b) 31 عدد أولي.

(c) 19 عدد أولي.

(d) 91 ليس عددا أوليا، لأنه يقبل القسمة على 7.

1 أنجز القسومات الإقليدية التالية:

a) 523 على 7 b) 535 على 12 c) 1283 على 59

a)

5	2	3	7
3	3	7	4
5			

اذن $523 = 7 \times \underline{74} + \underline{5}$

b)

5	3	5	1	2
5	5	4	4	
7				

اذن $535 = 12 \times \underline{44} + \underline{7}$

c)

1	2	8	3	5	9
1	0	3	2	1	
4	4				

اذن $1283 = 59 \times \underline{21} + \underline{44}$

2 أكمل الجدول التالي بـ "نعم" أو "لا".

قابل للقسمة على	2	3	4	5	9
413	لا	لا	لا	لا	لا
540	نعم	نعم	نعم	نعم	نعم
7834	نعم	لا	لا	لا	لا
2175	لا	نعم	لا	نعم	لا
81316	نعم	لا	نعم	لا	لا

a و b عدنان طبيعان غير معدومان.

نرمز بـ $PGCD(a; b)$ إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

نقول عن عدنان طبيعان غير معدومان أنهما أوليان فيما بينهما عندما يكون قاسمهما المشترك الأكبر يساوي 1.

9 حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 592 و 999.

المقسوم	القاسم	الباقى
999	592	407
592	407	185
407	185	37
185	37	0

$$PGCD(999; 592) = PGCD(592; 407)$$

$$= PGCD(407; 185)$$

$$= PGCD(185; 37)$$

$$= 37$$

10 هل العدنان 32 و 27 أوليان فيما بينهما؟ برر إجابتك.

قواسم العدد 32 هي: 1, 2, 4, 8, 16, 32

قواسم العدد 27 هي: 1, 3, 9, 27

القواسم المشتركة لـ 32 و 27 هي: 1

$$PGCD(32; 27) = 1$$

العدنان 32 و 27 أوليان فيما بينهما.

2 برر، دون حساب، أن العدنان 965 و 7610 ليسا أوليان فيما بينهما.

العدنان 965 و 7610 يقبلان القسمة على 5.

ومنه نستنتج أن العدنان 965 و 7610 ليسا أوليان فيما بينهما.

11 هل العدنان 115 و 231 أوليان فيما بينهما؟ برر إجابتك.

$$115 = 115 \times 1 \text{ و } 231 = 115 \times 2 + 1$$

$$PGCD(231; 115) = PGCD(115; 1)$$

العدنان 115 و 231 أوليان فيما بينهما.

2 هل العدنان 225 و 744 أوليان فيما بينهما؟ برر إجابتك.

العدنان 225 و 744 يقبلان القسمة على 3.

ومنه نستنتج أن العدنان 225 و 744 ليسا أوليان فيما بينهما.

6 أكمل مايلي:

1 قواسم العدد 24 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

قواسم العدد 36 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

القواسم المشتركة لـ 24 و 36 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 12

$$PGCD(24; 36) = 12$$

2 قواسم العدد 80 هي: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

قواسم العدد 105 هي: 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105

القواسم المشتركة لـ 80 و 105 هي: 1, 5

$$PGCD(80; 105) = 5$$

7 بالإستعانة بطريقة التمرين السابق، احسب قيم ال PGCD التالية:

$$PGCD(54; 49)$$

قواسم العدد 54 هي: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

قواسم العدد 49 هي: 1, 7, 49

القواسم المشتركة لـ 54 و 49 هي: 1

$$PGCD(54; 49) = 1$$

$$PGCD(91; 65)$$

قواسم العدد 91 هي: 1, 7, 13, 91

قواسم العدد 65 هي: 1, 5, 13, 65

القواسم المشتركة لـ 91 و 65 هي: 1, 13

$$PGCD(91; 65) = 13$$

8 أكمل حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 322 و 1078 بتطبيق خوارزمية إقليدس.

المقسوم	القاسم	الباقى
1078	322	112
322	112	98
112	98	14
98	14	0

$$PGCD(1078; 322) = PGCD(322; 112)$$

$$= PGCD(112; 98)$$

$$= PGCD(98; 14)$$

$$= 14$$

- إذا كان بسط و مقام كسر عدداً أوليان فيما بينهما ، نقول أنَّ هذا الكسر غير قابل للإختزال.
- إذا قسمنا بسط و مقام كسر على قاسمهما المشترك الأكبر ، يكون الكسر الناتج غير قابل للإختزال.

12 اجعل الكسور التالية غير قابلة للإختزال:

- a) $\frac{45}{36} = \frac{45 \div 9}{36 \div 9} = \frac{5}{4}$
- b) $\frac{48}{72} = \frac{48 \div 24}{72 \div 24} = \frac{2}{3}$
- c) $\frac{77}{121} = \frac{77 \div 11}{121 \div 11} = \frac{7}{11}$
- d) $\frac{92}{115} = \frac{92 \div 23}{115 \div 23} = \frac{4}{5}$
- e) $\frac{78}{42} = \frac{78 \div 6}{42 \div 6} = \frac{13}{7}$
- f) $\frac{225}{175} = \frac{225 \div 25}{175 \div 25} = \frac{9}{7}$

13 (1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 231

المقسوم	القاسم	الباقى
264	231	33
231	33	0

$$\text{PGCD}(264; 231) = \text{PGCD}(231; 33)$$

$$= 33$$

2) اجعل الكسر $\frac{264}{231}$ غير قابل للإختزال.

$$\frac{264}{231} = \frac{264 \div 33}{231 \div 33} = \frac{8}{7}$$

14 (1) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 935 و 680

المقسوم	القاسم	الباقى
935	680	255
680	255	170
255	170	85
170	85	0

$$\text{PGCD}(935; 680) = \text{PGCD}(680; 255)$$

$$= \text{PGCD}(255; 170)$$

$$= \text{PGCD}(170; 85)$$

$$= 85$$

2) اجعل الكسر $\frac{680}{935}$ غير قابل للإختزال.

$$\frac{680}{935} = \frac{680 \div 85}{935 \div 85} = \frac{8}{11}$$

15 قَرّر جامع طوابع برديّة توزيع جزءاً مما تجوزته ،

وهي 3283 طابع فرنسي و 2144 طابع أجنبي .

لهذا الغرض ، يودُّ توزيعها بشكل مجموعات على النحو التالي :

- كل المجموعات متماثلة من حيث عدد الطوابع الفرنسية والأجنبية .
- يجب توزيع مخزون الطوابع بالكامل .

حدّد أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها ،

مع ذكر عدد الطوابع الفرنسية و الأجنبية في كل مجموعة .

اختيار الجھول:

نسمي x أكبر عدد من المجموعات يمكن له تكوينها .

إعداد المعادلة:

العدد x هو عدد طبيعي ، يجب أن يكون قاسم مشترك للعددين 3283 و 2144

بالإضافة الى ذلك ، يجب أن يكون x أكبر ما يمكن .

$$x = \text{PGCD}(3283; 2144)$$

الحل:

المقسوم	القاسم	الباقى
3283	2144	1139
2144	1139	1005
1139	1005	134
1005	134	67
134	67	0

$$\text{PGCD}(3283; 2144) = \text{PGCD}(2144; 1139)$$

$$= \text{PGCD}(1139; 1005)$$

$$= \text{PGCD}(1005; 134)$$

$$= \text{PGCD}(134; 67)$$

$$= 67$$

خلاصة:

الجامع يمكن أن يشكل 67 مجموعة .

إضافة الى ذلك ، $2144 : 67 = 32$ و $3283 : 67 = 49$

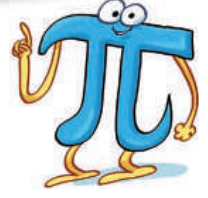
اذن كل مجموعة تحوي 49 طابع فرنسي و 32 طابع أجنبي .

لكل سؤال من الأسئلة التالية ، ضع إطار حول الإجابة (أو الأجوبة) الصحيحة .
 تنبيه: قد تكون هناك عدة إجابات دقيقة لنفس العبارة! يجب العثور عليهم جميعا .

النص	A	B	C	D
16 12 هو	مضاعف للعدد 3	قاسم للعدد 3	مضاعف للعدد 36	قاسم للعدد 36
17 2724 قابل للقسمة على	2	3	5	6
18 قواسم العدد 42 هي	6 , 7	1, 6, 7, 42	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 , 42	1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21 et 42
19 العددان 36 و 30 لهما بالضبط	قاسم مشترك	قاسمان مشتركان	ثلاثة قواسم مشتركة	أربعة قواسم مشتركة
20 العددان 31 و 23	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
21 العددان 51 و 76	ليس لهما قاسم مشترك	لهما قاسم مشترك وحيد	لكل منهما قاسمان فقط	أوليان فيما بينهما
22 PGCD (68 ; 85) هو	1	2	5	17
23 PGCD (2 268 ; 1400) هو	1	2	28	81
24 لجعل الكسر $\frac{256}{192}$ غير قابل للإختزال ، نبسطه بـ	2	4	64	PGCD (256 ; 192)
25 تريد متوسطة تقسيم 279 فتاة و 217 فتى في فرق مختلطة . عدد الفتيات وعدد الأولاد يجب أن يكون نفسه في كل فريق . وعدد الفرق يجب أن يكون أكبر ما يمكن . لذا ...	هناك 31 فتاة في كل فريق .	هناك 7 فتيان بكل فريق .	هناك 16 لاعب في كل فريق .	هناك 31 فريق .



والآن ،
هل بإمكانك حساب
كم مرة احتفل معاذ
حقاً بعيد ميلاده ؟



تكون سنة كبيسة اذا كانت
قابلة للقسمة على 4
وغير قابلة للقسمة على 100 ،
إلا ان كانت تقبل القسمة على 400

صفحة: فيلذني الرياضيات

ترجمة الاستاذ: عبد الحفيظي عادل