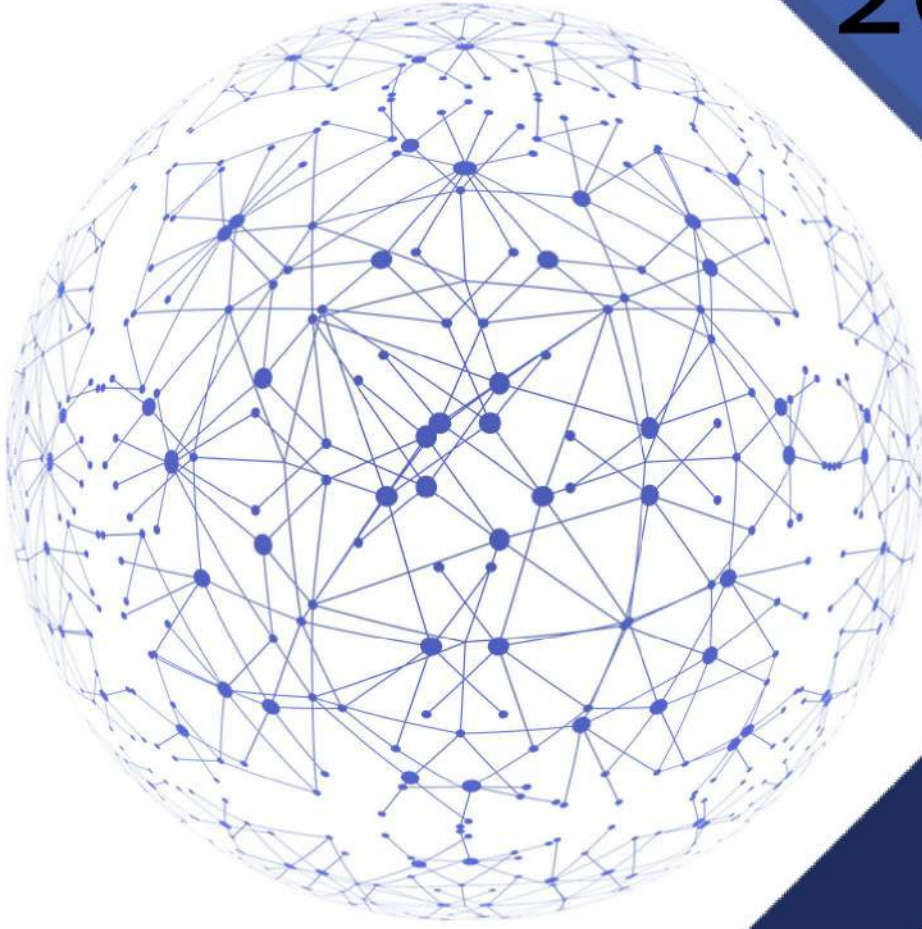


2021/2020



مجلة اختبارات تجريبية

شعبة رياضيات
شعبة تقني رياضي
شعبة علوم تجريبية

من اعداد: رزوق مالك وزيدان بلغيت

رابط صفحة

بسم الله رحمان الرحيم

تمهيد

يشرفنا نحن فريق الرياضيات سهلة وممتعة مع بلغيث زيدان ورزوق مالك ان نقدم لكم مجلة اختبارات الفصل الأول والتي شملت على معظم ما تم تقديمه خلال هذا الفصل الدراسي التمارين جديدة ومختارة بعناية فائقة منها ما صنعناه ومنها ما اخذناه من بعض السلاسل الرائعة طبعاً شكر خاص لأصحاب هذه السلاسل شعبة رياضيات اخذت معاملة خاصة فكانت لها تمارين صعبة نسبياً وفي المستوى لذلك لا تيأس ان لم تستطع حلها فهذا أمر عادي يرجى التحلي بالجدية عند حل هذه الاختبارات وعدم إهمال أي نقطة



في أواخر مارس تأتكم
بالكوريات تجريبية صعبة
موجهة لشعبة رياضيات



على المترشح ان يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

(يحتوي الموضوع على (02) صفحات من (01) الى (02))

التمرين الأول: (5 نقاط)

I (أ) حل المعادلة التفاضلية (1) حيث : $y' - \frac{1}{2}y = 0$

(ب) نعتبر المعادلة التفاضلية (2) الآتية: $y' - \frac{1}{2}y = -\frac{x+1}{6}$

عين العددين a, b حتى تكون الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = ax + b$ حلا للمعادلة (2)

(ج) اثبت انه عندما تكون f المعرفة على $\mathbb{R}$ حلا للمعادلة (2) يكافئ ان $h - g$ حلا للمعادلة (1)

(د) استنتج عبارة الدالة f حل المعادلة (2) و التي تحقق $f(0) = 0$

II لنكن f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = 1 + \frac{x}{3} - e^{\frac{x}{3}}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; i; j)$

(1) احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة تعريفها

(2) (أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (d) يطلب تعيين معادلة له

(ب) ادرس الوضع النسبي لكل من (C_f) و (d)

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) انشئ في نفس المعلم كل من $(C_f); (d)$

III نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $k(x) = f(\cos(x))$ و (C_k) تمثيلها البياني

(1) بين ان k هي دالة دورية على $\mathbb{R}$

(2) ادرس تغيرات الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[0; 2\pi]$

(3) انشئ المنحنى (C_k) في معلم اخر



التمرين الثاني: (5 نقاط)

I نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n ب : $U_{n+2} = 2U_{n+1} - U_n + 2\alpha$ حيث : $\alpha \in \mathbb{R}^*$ $U_0 = U_1 = 0$

بين انه من اجل كل عدد طبيعي n نجد : $U_{n+1} = U_n + 2\alpha n$ ثم حدد اتجاه تغير المتتالية (U_n) حسب قيم الوسيط α

II نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n ب : $V_n = U_{n+1} - U_n$ و ليكن المجموع (S_n) حيث : $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

(1) بين ان : $S_n = U_{n+1}$ ثم استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (U_n)

(2) احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = \alpha(U_2 \times U_3 \times \dots \times U_n)$

III نعتبر المتتالية (T_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n ب : $T_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

(1) ناقش حسب قيم الوسيط α اتجاه تغير المتتالية (T_n) و احسب نهايتها

(2) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نجد : $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) عين بدلالة n عبارة الحد العام للمتتالية (T_n)

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب $f(x) = x^2 - 1 - \ln(x^2)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس

(1) ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(2) ادرس شفعية الدالة f ثم انشئ منحناها (C_f) على المجال $[-2; 0] \cup]0; 2]$

II ليكن m وسيط حقيقي غير معدوم ونعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب $f_m(x) = x^2 - 1 - m \ln(x^2)$

(C_m) تمثيلها البياني في المستوي السابق

(1) احسب كل من : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_m(x)$

(2) ناقش حسب قيم الوسيط m نهايات الدالة f_m عند $x = 0$

(3) ادرس حسب قيم m اتجاه تغير الدالة f_m ثم شكل جدول تغيراتها في كل حالة

(4) اثبت ان كل المنحنيات (C_m) عيين إحداثياتهما تشمل نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما

(5) M_m نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث $x_m = \frac{1}{m}$

(أ) اثبت انه عندما m يسمح $\mathbb{R}^*$ فان M_m تنتمي الى منحنى يطلب تعيين معادلة له

(ب) ادرس حسب قيم m حيث $m \neq 1$ الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_m)

انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (6نقاط)

لتكن a, b, c ثلاثة اعداد طبيعية اولية فيما بينها مثلى مثلى

(1)- بين انه اذا كان: $a|a; b|a; c|a$ فان: $abc|a$

(2)- بين انه اذا كان: $PGCD(a, b) = 1$ فان: $PGCD(a^n, b^{n-1}) = 1$ من اجل $n > 1$

(3) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n > 1$: 2^n يكون قاسما ل $n!(n+1)!$

(4) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n > 1$: 3^{n-1} قاسما ل $(n-2)!n!(n+1)!$

(5) عين قيمة العدد الطبيعي n : بحيث $\begin{cases} PGCD(2^n; [(n-1)!]^3) \\ PGCD(3^{n-1}; [(n-1)!]^3) \end{cases}$ محققة

(6) عين مجموعة قيم n بحيث $n^3 + n^2 \equiv 0 [n-1]$

(7) عين اذن قيم العدد n حتى يكون $\frac{(n-2)!n!(n+1)!}{2^n \times 3^{n-1} \times [(n-1)!]^3}$ عدد طبيعي.

التمرين الثاني: (7نقاط)

(I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x) = \sqrt{e^{2x} + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد

و متجانس $(O; i; j)$ وحدة الطول هي $2cm$

(1)- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(2)- بين ان الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 0$ ثم اكتب معادلة المماس (T) عنده

(II) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \sqrt{2} - f(x)$

(1)- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2)- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3)- شكل جدول اشارة الدالة g ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المماس (T)

(III) نعتبر الدالة k_λ المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $k_\lambda(x) = \lambda e^x$; $\lambda \in \mathbb{R}^*$; و (γ_λ) تمثيلها البياني في المعلم السابق

(1)- ناقش حسب قيم λ الوضع النسبي ل (C_f) و (γ_λ)

(2)- عين قيمة λ حتى يكون المنحنى (γ_λ) مقاربا للمنحنى (C_f)

(3)- انشئ في نفس المعلم كل من $(C_f); (\gamma_1); (T)$

(4)- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $(m^2 - e^x)(m^2 + e^x) = 1$

التمرين الثالث: (7نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $[-1; +\infty[$ ب : $\begin{cases} g(x) = x + 2 - (x+1)\ln(x+1) : x > -1 \\ g(-1) = 1 \end{cases}$

(1)- ادرس قابلية اشتقاق الدالة g عند $x = -1$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(2)- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3)- بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0; +\infty[$ ثم تحقق ان: $2,59 < \alpha < 2,6$

(4)- حدد اشارة الدالة g على المجال $[-1; +\infty[$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ ب: $f(x) = x(2 - \ln(x+1))$, (C_f) تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; i; j)$

(1)- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

(2)- بين ان : $f'(x) = \frac{g(x)}{x+1}$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

(3)- اثبت ان : $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ثم استنتج حصر $f(\alpha)$

(4)- عين نقط تقاطع (C_f) مع حامي المحورين ثم ارسمه على المجال $[-1; 3]$

(III) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = 2 - \ln(|x|+1)$, (C) تمثيلها البياني في المعلم السابق

(1)- بين كيف يمكن تمثيل (C_h) انطلاقا من التمثيل البياني للدالة $x \rightarrow \ln(x)$ ثم مثله

(2)- لتكن M نقطة كيفية من المنحنى (C_h) فاصلتها $0 < x < e^2 - 1$ ولتكن M' نظيرة M بالنسبة لمحور الترتيب

N و H على الترتيب المسقطين العموديين للنقطتين M و M' على محور الفواصل و Q منتصف القطعة $[MM']$

(ا)- عبر بدلالة x عن $S(x)$ مساحة المستطيل $MMHN$ ثم استنتج اكبر قيمة ممكنة ل $S(x)$

(ب)- نفرض ان فاصلة M هي α اثبت ان المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة M يوازي المستقيم (QH)

انتهى الموضوع الثاني



الموضوع:

(يحتوي الموضوع على (02) صفحات من (01) الى (02))

التمرين الأول: (5 نقاط)

(U_n) متتالية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n ب: $U_0 = \sin(\theta)$; $U_{n+1} = \cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)U_n$ حيث: $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

(1)- احسب كل من $U_2; U_1$ (2)- ابرهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n تكون: $U_n > 0$ (ب)- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج تقاربها(3)- وليكن الجداء P_n حيث: $P_n = \cos(\theta) \times \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \dots \times \cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$ (أ)- بين ان: $P_n = \frac{\sin(2\theta)}{2^{n+1} \times \sin\left(\frac{\theta}{2^n}\right)}$ (ب)- بين ان: $P_n = U_{n+1}$, ثم استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (U_n)(4)- بمعرفة ان: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ احسب نهاية المتتالية (U_n)

التمرين الثاني: (5 نقاط)

(1) -حلل العدد 2021 الى جداء عوامل اولية ثم حدد جميع قواسمه

(2) عين جميع الثنائيات الطبيعية ($x; y$) بحيث: $x^2 - y^2 = 2021$ (3) نضع: $N = p^2 - 2p - 2020$ حيث p عدد طبيعي(أ)- تحقق ان: $N = (p-1)^2 - 2021$ (ب)- عين قيم p حتى يكون N مربعا تاما وحدد جميع قيمه(4) عين ثنائيات ($x; y$) حل معادلة الاتية: $2^x - 15 = y^2$

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I نعتبر الدالة f_n المعرفة على $[0; +\infty[$ ب $\begin{cases} f_n(x) = \frac{x \ln x}{x+n}; n > 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$ و (C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس

(1) بين الدالة f_n مستمرة عند $x=0$

(2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f_n عند $x=0$ (3) احسب نهاية الدالة f_n عند $x=0$

II ليكن n وسيط حقيقي غير معدوم موجب ونعتبر الدالة g_n المعرفة على $[0; +\infty[$ ب $g_n(x) = x + n(1 + \ln x)$

(1) احسب كل من: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x); \lim_{x \rightarrow 0} g_n(x)$

(2) ادرس تغيرات دالة g_n ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين ان $g_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a_n على مجال $[0; +\infty[$ ثم بين ان: $\frac{1}{e^2} < a_n < \frac{1}{e}$

(4) شكل جدول إشارة لدالة g_n

(5) ا) عبر عن f'_n بدلالة g_n على مجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج اتجاه تغير دالة f_n و شكل جدول تغيراتها

ب) بين ان: $f_n(a_n) = -\frac{a_n}{n}$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(a_n)$

(6) ادرس الوضع النسبي ل (C_n) و (C_{n+1})

(7) ارسم (C_1) و (C_2) في معلم متعامد و متجانس (نأخذ $a_1 = 0.28; a_2 = 0.31$)

III نعتبر دالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = \frac{|x| \ln |x|}{|x|+1}$

ا) ادرس شفعية دالة h

ب) شارح كيف يتم انشاء (C_h) انطلاقا من (C_1) (لا يطلب انشاء)

انتهى الموضوع





على المترشح ان يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (5 نقاط)

لتكن (U_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل n عدد طبيعي ب: $U_n = e^{\frac{1}{3} + 2n}$

(1) استنتج نوع متتالية (U_n) يطلب تعيين أساسها وحدها اول

(2) احسب بدلالة n المجموع S_1 بحيث: $S_1 = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

(3) احسب بدلالة n المجموع S_2 بحيث: $S_2 = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_n^2$

(4) عين عدد طبيعي n بحيث يكون: $S_1 = \frac{e^{\frac{1}{3}}}{1 - e^2} (1 - e^{10})$

(5) نعتبر (V_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل n طبيعي كما يلي: $V_n = \ln(U_n)$

- بين ان (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين اساسها وحدها اول , اكتب عبارة حد العام ل (V_n)

ب - احسب بدلالة n مجموع تالي: $S_3 = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

ج- عين قيمة عدد طبيعي n بحيث: $S_3 = \frac{160}{3}$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

لتكن دالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = 2x \ln x - x - 1$ و (C_g) منحناها البياني المقابل المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

و (C_g) يقبل مماس موزيا لمحور فواصل عند النقطة $A\left(\frac{1}{\sqrt{e}}; 0\right)$ و (Δ) هو مماس ل (C_g) في النقطة فاصلتها 1

(1) بقراءة بيانية:

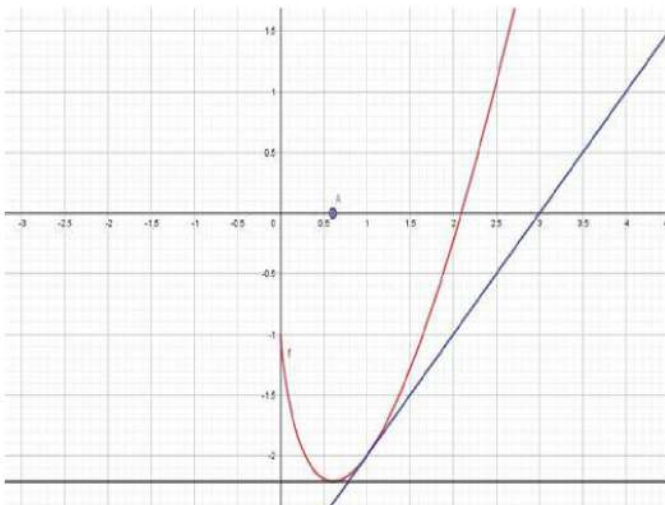
(أ) حدد $g'\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ و $g(-1)$ و $g'(1)$ ثم حدد معادلة مماس (Δ)

(ب) شكل جدول تغيرات دالة g

(2) علل وجود عدد حقيقي α بحيث $2 < \alpha < 2.1$ و $g(\alpha) = 0$

(ب) استنتج إشارة $g(x)$ على مجال $]0; +\infty[$

(3) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد و حلول إشارة معادلة: $x = e^{\frac{m^2 + mx + m}{2mx}}$



التمرين الثالث: (10 نقاط)

I - نعتبر دالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ مفسرا نتيجة هندسيا

(2) ادرس اتجاه تغير دالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين ان: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيد α على مجال $]-\infty; 2]$ تحقق ان $-0.38 < \alpha < -0.37$

(4) استنتج إشارة $g(x)$

II - نعتبر دالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

(1) احسب نهايات دالة f على اطراف مجموعة تعريفها

(2) ادرس اتجاه تغير دالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين ان: $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$

(4) ادرس الوضع النسبي لمنحنى (C_f) و المستقيم مقارب المائل

(5) بين ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف

(6) بين ان: $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + \alpha - 1}{\alpha - 1}$

(7) ارسم في معلم متعامد ومتجانس المنحنى (C_f) و y (نأخذ: $a \approx -0.375$)

(8) ليكن (Δ_β) مستقيم معادلته $y' = 2x + \beta$ حيث β حقيقي

ا- حدد قيمة β حتى يكون (Δ_β) مماس لمنحنى (C_f) يطلب تعيين احداثياتها

ب- ناقش حسب قيم الوسيط β عدد حلول معادلة الأتية: $-\frac{x}{e^x} + 1 - \beta = 0$

انتهى الموضوع

