

فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة : ساعة واحدة

المستوى : سنة ثالثة شعبة رياضيات - تقني رياضي

يمنع منعاً باتاً استعمال القلم المصحح "l'effaceur"
تؤخذ بعين الاعتبار الإجابة الدقيقة والواضحة

التمرين الأول : 12 نقطة

- I - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x + \cos x$
- ① بين أن الدالة f متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$.
 - ② أثبت أنه من أجل كل $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ فإن : $f(x) \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$
- II - لتكن (U_n) متتالية عددية حقيقية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ :
- $$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$
- ① برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq \frac{\pi}{2}$
 - ② ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة.
 - ③ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$
 - ④ نعتبر المجموع S_n حيث : $S_n = \cos(U_0) + \cos(U_1) + \cos(U_2) + \dots + \cos(U_n)$
 - ⑤ أثبت أن $S_n = U_{n+1}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني : 08 نقاط

④ F و G دالتان معرفتان على المجال $[1; +\infty[$ بـ :

$$F(x) = \int_1^x \cos(\ln t) dt \quad ; \quad G(x) = \int_1^x \sin(\ln t) dt$$

- ① باستخدام المكاملة بالتجزئة بين أن : $F(x) = x \cos(\ln x) - 1 + G(x)$
- ② باستخدام المكاملة بالتجزئة بين أن : $G(x) = x \sin(\ln x) - F(x)$
- ③ استنتج عبارتي $F(x)$ و $G(x)$ بدلالة x



✳ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✳ 2024