



دورة: 2020

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للإمتحان والمسابقات
بكالوريا تجريبي لمدرسة أشبال الأمة
الشعبة: علوم تجريبية

المدة : 03 سا و 30 د

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول :

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n}{u_n + 2} \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي:}$$

(1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $1 \leq u_n < 2$.

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة؟

(3) لنكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 1 - 2u_n$

(أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب كتابة عبارة حدها العام v_n بدلالة n .

(ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم جد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(ج) أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$

(4) (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3}|u_n - 2|$

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $|u_{n+1} - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$; ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي الصندوق U_1 على أربع كرات سوداء وكرتين بيضاوين و ثلاث كرات سوداء، لا نفرق بينها باللمس، ن سحب عشوائيا ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الصندوق.

(1) أحسب احتمال الحوادث التالية : A : "سحب ثلاث كرات من نفس اللون"، B : "سحب كرة سوداء على الأقل"، C : "سحب كرتين حمراوين و واحدة بيضاء"

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها.

(أ) حدد القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

(ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .



إختبار البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيات //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

(3) نعتبر صندوقا آخر U_2 يحتوي على كرتين سوداوين وكرية حمراء واحدة . نضع الكريات المسحوبة من الصندوق U_1 في الصندوق U_2 ، ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق U_2 .
— أحسب احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من U_2 سوداوين ، علما أن الكرات الثلاثة المسحوبة من U_1 لها نفس اللون

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I. حل في $\mathbb{C}^2$ الجملة :
$$\begin{cases} 2\alpha + i\beta = 1 + i\sqrt{3} \\ (\sqrt{3} + 2i)\alpha - \beta = (1 - \sqrt{3})i \end{cases}$$
 حيث α و β عدنان مركبان .

II. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد اولمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ؛ نعتبر النقط A ، B و E من المستوي ذات اللواحق : $z_A = 1 - i$ ؛ $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$ و $z_C = \sqrt{3}i$

- (1) أ) أكتب العدد المركب z_A على الشكل الأسّي .
ب) بين أن العدد : $\frac{z_A}{z_B} = (1 + \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم استنتج الشكل الأسّي للعدد z_B
(2) أ) عين z_D لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

ب) نعتبر (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث :
 $\arg(z^2 + 3) = \arg(z + i\sqrt{3}) + 2k\pi$ ، $k \in \mathbb{Z}$ مع .
— بين أنه يمكن كتابة علاقة المجموعة (γ) على الشكل $\arg(z - z_E) = 2k\pi$ ، ثم استنتج طبيعة المجموعة (γ) .

(3) نعتبر النقطة C ذات اللاحقة $z_C = 1 + i$ ، عين طبيعة المثلث ABC .

(4) ليكن S التحويل النقطي المعروف كما يلي : $S = r \circ h$ (يرمز بـ $\circ$ تركيب التحويلين r و h) حيث h التحاكي الذي مركزه O ونسبته -2 .

- أ) عين طبيعة التحويل S مبرزا عناصره المميزة .
ب) ليكن التحويل النقطي R_6 المعروف بـ $R_6 = \underbrace{S \circ S \circ \dots \circ S}_6$.
— عين طبيعة التحويل R_6 مع تحديد عناصره المميزة .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $g(x) = x^2 - \ln(x^2)$

- (1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، و شكل جدول تغيراتها .
(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x يكون : $g(x) > 0$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{2}{(x)} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



إختبار البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيات //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسياً.

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ يكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x)^2}$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

ب) برهن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً (Δ) ذو المعادلة $y = x$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(3) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن : $-x \in \mathbb{R}^*$ و $f(x) + f(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة بيانياً .

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $0.3 < \alpha < 0.4$ ، ثم استنتج أنها تقبل حلاً آخر β يطلب تعيين حصر له.

(4) أ) بين أن ا لمنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما .
ب) أنشئ كلا من : (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و المنحنى (C_f) .

(5) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$ بالعلاقة

$$h(x) = \left[\frac{\ln((x+1)^2)}{x+1} + (x+1) + \frac{2}{x+1} \right] + 2$$

المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

— بين أنه يوجد تحويل نقطي يحول المنحنى (C_f) إلى المنحنى (C_h) (الإنشاء غير مطلوب)

انتهى الموضوع الأول



إختبار البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيات // شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

الموضوع الثاني :

يحتوي الموضوع الثاني على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

I. $P(z)$ كثير حدود للمتغير الغير معدوم z حيث: $P(z) = z^3 + (4\sqrt{3})z^2 + 24z + 24\sqrt{3}$.(أ) أحسب $P(-2\sqrt{3})$ ، ماذا تستنتج؟(ب) أوجد العددين a و b بحيث يكون $P(z) = (z + 2\sqrt{3})(z^2 + az + b)$ ؛ ثم حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$.

—

II. المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد اولمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ؛ A ، B ، C النقط التي لواحقها على الترتيب:

$$z_A = -2\sqrt{3} \quad ; \quad z_B = -\sqrt{3} + 3i \quad ; \quad z_C = -\sqrt{3} - 3i$$

(1) (أ) أكتب كلا من z_A ؛ z_B و z_C على الشكل الأسّي.

$$(ب) \text{ بين أن : } \left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{2020} + \left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{1441} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

(2) (أ) أكتب العدد $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الجبري.(ب) أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ ، ثم حدد طبيعة المثلث ABC .(3) ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{3}$.(أ) عين العبارة المركبة للدوران R ، واستنتج أن صورة A بالدوران R هي B .(ب) عين z_D لاحقة النقطة D صورة B بالدوران R ، أكتب z_D على الشكل الجبري.(4) (Γ) الدائرة التي قطرها $[CD]$.(أ) تحقق أن O هي مركز الدائرة (Γ) .(ب) بين أن النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ) ، واستنتج طبيعة كل من المثلثين CBD و CAD .

التمرين الثاني: (4 نقاط)

$$(u_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي : } \begin{cases} u_0 = e^{-1} \\ u_{n+1} = \frac{eu_n - 1}{2} \end{cases} \text{ ، } e \text{ أساس اللوغاريتم النيبيري.}$$
(1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $u_n \leq \frac{1}{e-2}$.(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .



إختبار البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيات //شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

$$(3) \text{ لتكن المتتالية } (v_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = 2u_n + \frac{2}{2-e}$$

(أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب كتابة عبارة حددها العام v_n بدلالة n .

$$(ب) \text{ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_n = \frac{1}{e-2} \left[1 - \left(\frac{e}{2} \right)^{n-1} \right]$$

(ج) أحسب نهاية المتتالية (u_n) ماذا تستنتج؟

$$(4) \text{ نضع من أجل كل عدد طبيعي } n : S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

(أ) عير عن S_n بدلالة n .

$$(ب) \text{ أحسب بدلالة } n \text{ المجموع } S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر زهرتي نرد كل منهما مرقم من 1 إلى 6 ، زهري النرد متطابقان في المظهر لكن أحدهما مزيف والآخر غير مزيف ، احتمال ظهور الرقم 6 بالنسبة للمزيف يساوي $\frac{1}{3}$

(1) نرمي زهرة النرد الغير مزيفة 3 مرات على التوالي ونرمز بـ X للمتغير العشوائي الذي يهتم بعدد المرات التي نحصل فيها على الرقم 6.

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X

$$(ب) \text{ تحقق أن } p(X = 2) = \frac{5}{72}$$

(ج) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ، واحسب أمله الرياضي $E(X)$.

(2) نختار عشوائيا أحد زهري النرد ، ثم نرمي زهرة النرد المختارة ثلاث مرات على التوالي ، نعتبر الحادثتين A و B حيث :
 A : "الحصول على رقم 6 مرتين بالضبط" ؛ B : "زهر النرد المختار هو زهر النرد الغير مزيف"

$$(أ) \text{ مستعينا بشجرة الاحتمالات أحسب } p(A \cup B) , p(A \cup \bar{B}) , \text{ ثم استنتج أن } p(A) = \frac{7}{48}$$

(ب) تحصلنا على الرقم 6 مرتين بالضبط. ما احتمال أن يكون زهر النرد المختار مزيفا.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

$$(I) \text{ دالة عددية معرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ: } g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$$

(1) أدرس تغيرات $g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، و تحقق أن $0,35 \leq \alpha \leq 0,36$.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ ؛ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى

المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 2cm)



إختبار البكالوريا التجريبية في مادة الرياضيات // شعبة علوم تجريبية // 2021/2020

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ) برهن أن $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$.
أ) باستعمال حصر العدد α عين حصر $f(\alpha)$.
- (4) برهن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيم مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة (Δ) .
- (5) أوجد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
- (6) أنشئ (Δ) ، (T) ثم المنحنى (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني