

التمرين الأول: (03 نقاط)

حل في مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ الجملة:

$$\begin{cases} x \equiv 2 [88] \\ x \equiv 1 [27] \end{cases}$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

x ، y و z أعداد طبيعية حيث: $1 < y < z < x$

(1) أثبت أنه إذا كان: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$ فإن: $(2x - 3)(2y - 3) = 9$.

(2) إذا كان: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3}$ (*)

(أ) عيّن قيم x و y التي تحقق (*).

(ب) عيّن الأعداد الطبيعية x ، y و z التي تكون من أجلها: $\frac{1}{x}$ ، $\frac{1}{z}$ و $\frac{1}{y}$ حدودا

متعاقبة من متتالية حسابية.

(ج) إذا علمت أن $\frac{\pi}{x}$ ، $\frac{\pi}{z}$ و $\frac{\pi}{y}$ زوايا الرؤوس A ، B و C على الترتيب في المثلث ABC . ما هو نوع المثلث ABC ؟

التمرين الثالث: (06 نقاط)

المستوي (π) منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. التحويل النقطي t يرفق

$$\begin{cases} x' = x + 2y - 2 \\ y' = -y + 2 \end{cases} \quad \text{حيث: } M'(x'; y')$$

(1) بين أن لكل نقطة صورة $M'(x'; y')$ سابقة وحيدة $M(x; y)$ بالتحويل t .

(2) بين أن الشعاع $\overline{MM'}$ له منحنى ثابت يطلب تعيينه.

- (3) بَيِّنْ أَنَّ مُنْتَصَفَ الْقِطْعَةِ $[MM']$ يَنْتَمِي إِلَى الْمُسْتَقِيمِ (Δ) ذِي الْمَعَادِلَةِ: $y = 1$
- (4) عَيِّنْ مَجْمُوعَةَ النُّقَطِ الصَّامِدَةِ بِالتَّحْوِيلِ t .
- (5) اسْتَنْتِجْ طَبِيعَةَ التَّحْوِيلِ t .
- (6) (P) مَجْمُوعَةُ النُّقَطِ $M(x; y)$ مِنَ الْمُسْتَوِيِّ (π) الَّتِي إِحْدَاثِيَّتَاهَا x وَ y' تَحَقِّقُ الْمَعَادِلَةَ: $y'^2 + 2x - 1 = 0$. بَيِّنْ أَنَّ (P) صَامِدَةٌ إِجْمَالِيًّا بِالتَّحْوِيلِ t .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- الدالة f معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x + 1 + \ln(x + 1) - \ln(x + 2)$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.
1. احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.
 2. بَيِّنْ أَنَّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$ ثم استنتج نهاية الدالة f عند $(+\infty)$.
 3. بَيِّنْ أَنَّ الْمُسْتَقِيمَ (Δ) ذَا الْمَعَادِلَةَ: $y = x + 1$ هُوَ مُسْتَقِيمٌ مُقَارِبٌ مَائِلٌ لِلْمُنْحَنِ (C_f) عِنْدَ $+\infty$.
 - ثم ادرس وضع المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
 4. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 5. اكتب معادلة لـ (T) ؛ المماس للمنحني (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0.
 6. بَيِّنْ أَنَّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.
 7. مَثِّلْ بَيَانِيًّا الْمُسْتَقِيمَيْنِ (T) وَ (Δ) ثُمَّ الْمُنْحَنِ (C_f) .
 8. أ) بَيِّنْ أَنَّ الدالة المعرفة بالشكل: $x \mapsto (x+a)\ln(x+a) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+a)$ على المجال $]-a; +\infty[$ حيث a عدد حقيقي كفي.
 - ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ: (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها: $x=0$ ، $x=1$ ، $y=x+1$.
 9. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عند إشارة حلول المعادلة: $f(x) = \frac{3}{2}x + m$.