



تمرين 1 بكالوريا 2008 (6 نقاط):

- a و b عددان طبيعيان حيث $b = 2006$ ، $a = 1428$
1/ أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9
ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$
ج) هل العددان a و b متوافقان بترديد 9 ؟ برّر إجابتك .
2/ أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9 ؟
ب) استنتج باقي قسمة $(a+b^2)$ على 3

تمرين 2 بكالوريا 2008 (4 نقاط):

- 1 — احسب باقي قسمة كل من $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ على 7.
2 — عين باقي قسمة كل من : 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم.
استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7.
3 — بين أن العدد :
 $4 + 2 \times 3^{6n} - 3 \times 3^{6n+4}$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

تمرين 3 بكالوريا 2009 (5 نقاط):

- ليكن العدد الطبيعي $a = 25$
1. أ- تحقق أن : $a \equiv 1[3]$
ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3
ج - بين أن : $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$
2. أ) ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة العدد 5^n على 3
ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

تمرين 4 بكالوريا 2009 (5 نقاط):

- 1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمه الإقليدية للعدد 7^n على 9.
- 2) عيّن باقي القسمه الإقليدية للعدد:
 $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9
- 3) بيّن أن العدد A حيث:
 $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسمه على 9 من أجل كل عدد طبيعي n .

تمرين 5 بكالوريا 2010 (6 نقاط):

- a و b عددان طبيعيين حيث: $a = 2010$ و $b = 1431$.
1. أ- عيّن باقي القسمه الإقليدية لكل من العددين a و b على 7.
 - ب- استنتج مما سبق ، باقي القسمه الإقليدية للعدد $(a + 2b)$ على 7.
 - ج- تحقّق أنّ $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ واستنتج أنّ $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.
2. أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقّق : $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$.
- ثمّ استنتج قيم n الأصغر من أو تساوي 16.

تمرين 6 بكالوريا 2011 (6 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 619$ و $b = 2124$

1. بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بترديد 5.

2. أ) بيّن أنّ: $2124 \equiv -1[5]$.

- ب) استنتج باقي القسمه الإقليدية لكلّ من العددين 2124^{720} و 619^{721} على 5.
- ج) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ: $2124^{2n} \equiv 1[5]$.
- د) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتّى يكون: $2124^{4n} + 619^{4n+1} + n \equiv 0[5]$.

تمرين 7 بكالوريا 2011 (6 نقاط):

تمرين 8 :
1- a, b, c أعداد صحيحة بحيث باقي القسم الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 ، باقي القسم الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسم الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .
2- عيّن باقي القسم الإقليدية على 7 لكل من العددين : $a \times b$ ، $a^2 - b^2$.
3- أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1 [7]$.
4- تحقق أنّ $48 \equiv 6 [7]$ ثم استنتج باقي القسم الإقليدية لكل من العددين : 48^{2010} و 48^{2011} على 7 .

تمرين 8 بكالوريا 2012 (6 نقاط):

- اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل .
1. n و n' عدنان طبيعيان حيث : $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5 .
 2. باقي القسم الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4 . (لاحظ أن : $2012 = 3 \times 670 + 2$)
 3. n عدد صحيح حيث : $n \equiv 2 [11]$. باقي القسم الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10 .
 4. g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة : $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$.
(C_g) التمثيل البياني للدالة g في مستو منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
أ) (C_g) يشمل النقطة $A\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$.
ب) المنحنى (C_g) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -2 .

تمرين 9 بكالوريا 2012 (6 نقاط):

- اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التعليل.
1. n و n' عدنان طبيعيان حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.
 2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أن: $2012 = 3 \times 670 + 2$)
 3. n عدد صحيح حيث: $n \equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.
 4. g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعبارة: $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$
(C_g) التمثيل البياني للدالة g في مستو منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
أ) (C_g) يشمل النقطة $A\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$.
ب) المنحنى (C_g) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -2.

تمرين 10 بكالوريا 2012 (6 نقاط)

- a و b عدنان طبيعيان بحيث: $a + b \equiv 7[11]$ و $a - b \equiv 5[11]$
1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على العدد 11.
ب) بيّن أن: $2a \equiv 1[11]$ و $2b \equiv 2[11]$ ثم استنتج أن: $a \equiv 6[11]$ و $b \equiv 1[11]$
 2. أ) أثبت أن: $a^5 \equiv -1[11]$
ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $a^{10k} \equiv 1[11]$
 3. أ) تحقّق أن: $2012 = 10 \times 201 + 2$
ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11.

تمرين 12 بكالوريا 2013 (6 نقاط)

- 1- هل العددان 2013 و 718 متوافقان بترديد 7 ؟
- 2- أ) عيّن باقي القسمه الإقليدية للعدد 4^6 على 7 .
ب) استنتج أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n : $4^{6n} - 1 \equiv 0[7]$.
- 3- أ) عيّن باقي القسمه الإقليدية لكل من العددين 2013 و 718 على 7 .
ب) بيّن أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3 \times 718^{6n} + 2013$ يقبل القسمه على 7 .
- 4- أ) تحقّق أنّ: $1434 \equiv -1[7]$.
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n ، الأصغر من 25، بحيث: $1434^{2n} + n \equiv 0[7]$.

تمرين 13 بكالوريا 2013 (6 نقاط)

- a و b عددان صحيحان حيث: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 6[7]$.
- 1- عيّن باقي القسمه الإقليدية للعدد $3a + b$ على 7 .
 - 2- عيّن باقي القسمه الإقليدية للعدد $a^2 + 3b^2$ على 7 .
 - 3- أ) تحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$.
ب) استنتج باقي القسمه الإقليدية لكلّ من العددين b^{2013} و b^{1434} على 7 .
 - 4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $(a + b)^n + n \equiv 0[7]$.

تمرين 14 بكالوريا 2014 (5 نقاط)

- 1) عيّن باقي القسمه الإقليدية للعدد 28 على العدد 9
- 2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $10^k \equiv 1[9]$
- 3) استنتج أنّ: $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 28 \equiv 1[9]$
- 4) أ) تحقّق أنّ: $2^3 \equiv -1[9]$
ب) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث: $2^{6n} + n - 1 \equiv 0[9]$

تمرين 15 بكالوريا 2014 (6 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الخمسة مع التبرير:

الاقتراح (أ)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (ج)
8	5	2
-1	7	6
2	4	3
$x^9 + y^9 = 3[5]$	$x^9 + y^9 = 2[5]$	$x^9 + y^9 = 4[5]$
$9 \equiv 7[6]$	$9 \equiv 7[2]$	$9 \equiv 7[3]$

تمرين 16 بكالوريا 2015 (5 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

- إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإن:
 - $a \equiv 2[5]$ (أ)
 - $a \equiv 6[5]$ (ب)
 - $a \equiv 99[5]$ (ج)
- باقي القسم الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:
 - 1 (أ)
 - 6 (ب)
 - ج 1 (ج)
- من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $10^n - 1$ يقبل القسم على:
 - 3 (أ)
 - 5 (ب)
 - ج 2 (ج)
- مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:
 - عدد زوجي (أ)
 - مضاعف للعدد 3 (ب)
 - مضاعف للعدد 4 (ج)

تمرين 17 بكالوريا 2015 (5 نقاط)

a و b عدنان صحيحان يحققان: $a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$.

- عين باقي القسم الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b .
- بين أن العددين $a^3 + 1$ و $b^3 - 1$ يقبلان القسم على 7.
- أ) تحقق أن: $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$.
 ب) عين باقي القسم الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$.
 ج) استنتج أن: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$.

تمرين 18 بكالوريا 2016 (5 نقاط)

- (1) عيّن باقي القسمه الإقليديه لكل من الأعداد $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$ و 2^4 على العدد 5 .
- (2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n يكون : $2^{4n} \equiv 1[5]$.
ب) استنتج باقي القسمه الإقليديه للعدد 2^{2016} على العدد 5 .
- (3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $2^{2016} + 2 + n \equiv 0[5]$.

تمرين 19 بكالوريا 2016 (5 نقاط)

- (1) أ) عيّن باقي القسمه الإقليديه للعدد 4^3 على 9 .
ب) استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي k : $4^{3k} \equiv 1[9]$.
ج) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمه الإقليديه للعدد 4^n على 9 .
د) عيّن باقي القسمه الإقليديه للعدد 2015^{2016} على 9 .
- (2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $8^{2n} \equiv 1[9]$.
ب) عيّن الأعداد الطبيعي n بحيث يكون العدد $8^{2n} + 4^n + 1$ مضاعفاً للعدد 9 .

تمرين 20 بكالوريا 2017 (6 نقاط):

- نعتبر الأعداد الطبيعية a, b, c حيث $a = 2016$ ، $b = 1437$ و $c = 1954$
- (1) عيّن باقي القسمه الإقليدية لكل من الأعداد a, b و c على 5.
 - (2) استنتج باقي القسمه الإقليدية لكل من الأعداد : $a + b + c$ ، $a \times b \times c$ و b^4 على 5.
 - (3) أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $b^{4n} \equiv 1[5]$.
ب) استنتج أنّ العدد $b^{2016} - 1$ يقبل القسمه على 5.
 - (4) أ) تحقّق أنّ: $c \equiv -1[5]$.
ب) بيّن أنّ: $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$.

تمرين 21 بكالوريا 2017 (6 نقاط):

- a, b, c و ثلاثة أعداد طبيعية حيث $a \equiv -5[7]$ ، $b = 1966$ و $c = 2017$
- (1) عيّن باقي القسمه الإقليدية لكل من الاعداد a, b و c على 7.
 - (2) تحقّق أنّ: $b \equiv -1[7]$.
 - (3) اثبت أنّ العدد: $b^{2017} + 3 \times c^{1438} - 2$ يقبل القسمه على 7.
 - (4) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k ، $2^{3k} \equiv 1[7]$ ، ثم استنتج أنّ: $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ و $2^{3k+2} \equiv 4[7]$.
 - (5) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $2^n + 3$ قابلا للقسمه على 7.

تمرين 22 بكالوريا 2018 (6 نقاط):

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمه 2^n على 5 .
- (2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.
- (3) بيّن أنّ العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمه على 5.
- (4) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n[5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n[5]$.
ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0[5]$.

تمرين 23 بكالوريا 2018 (6 نقاط):

a و b عدنان طبيعيان غير معدومين حيث $a = 4b + 6$.

(1) عین باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 .

(2) بین أن a و b متوافقان بترديد 3 .

(3) نضع $b = 489$.

(أ) تحقق أن $a \equiv -1 [13]$.

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 .

(ج) عین قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2^n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13 .