

2016/02/29

﴿ إخبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات ﴾

المدة: ساعتان

الأقسام: 2 علوم تجريبية

التمرين الأول: (8 نقاط)

$$(I) \quad \begin{cases} u_1 - u_4 = -6 \\ u_1 + u_5 = 28 \end{cases} \quad \text{متتالية حسابية حدها الأول } u_0 \text{ و أساسها } r \text{ بحيث :}$$

(1) عين أساس هذه المتتالية و حدها الأول .

(2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .(3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

$$(II) \quad \begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n - 1 \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية } (v_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ المعرفة بـ :}$$

(1) احسب : v_2, v_1 .(2) نعتبر المتتالية $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $w_n = v_n + 2$.أ - برهن أن (w_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .ب - أكتب عبارة w_n بدلالة n ثم استنتج عبارة v_n بدلالة n .ت - أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n$ ث - استنتج عبارة S'_n بدلالة n حيث : $S'_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

التمرين الثاني: (12 نقطة)

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3} \quad \text{دالة عددية لمتغير حقيقي } x \text{ معرفة على } \mathbb{R} - \{-1; 3\} \text{ بالشكل :}$$

و ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.(1) بين أنه مهما يكن $x \in \mathbb{R} - \{-1; 3\}$: $f(x) = 1 + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-3}$ حيث b, c عدنان حقيقيان ثابتان

يطلب تعيينهما.

(2) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.(3) بين أن المنحني $(\mathcal{C})$ يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة يطلب تعيين معادلاتها.(4) عين نقط تقاطع المنحني $(\mathcal{C})$ مع محوري الإحداثيات.(5) بين أنه مهما يكن $x \in D_f$ و $2-x \in D_f$ فإن : $f(2-x) = f(x)$ (6) أكتب معادلة المماس (D) للمنحني $(\mathcal{C})$ في النقطة التي فاصلتها 2.(7) أنشئ $(\mathcal{C})$ و (D).(8) عين بيانيا عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = 6$.

$$w_{n+1} = v_{n+1} + 2$$

$$= \frac{1}{2}v_n - 1 + 2$$

$$= \frac{1}{2}v_n + 1 \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2}(v_n + 2) = \frac{1}{2}w_n$$

ومن هنا (w_n) هي متتالية هندسية

أساسها $q = \frac{1}{2}$ ونصلها الأول

$$(0.5) \quad w_0 = v_0 + 2 = 8.$$

ب/ عبارة الكمال العام w_n .

$$w_n = w_0 \cdot q^n$$

$$= 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (0.5)$$

استنتاج عبارة v_n

$$v_n = w_n - 2$$

$$v_n = 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2 \quad (0.5)$$

ج/ حساب المجموع S_n .

$$S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n$$

$$= w_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 8 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_n = 16 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) \quad (1)$$

ث/ استنتاج عبارة S_n

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

$$= (w_0 - 2) + (w_1 - 2) + \dots + (w_n - 2)$$

$$= w_0 + w_1 + \dots + w_n - 2(n+1)$$

$$= 16 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) - 2(n+1) \quad (1)$$

التمرين الثاني

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 2x - 3}$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$$

أ/ برهان أنه متساوية

$$f(x) = 1 + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-3}$$

التمرين الأول:

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية حيث

$$\begin{cases} u_1 - u_4 = -6 \\ u_1 + u_5 = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_0 + r - (u_0 + 4r) = -6 \\ u_0 + r + u_0 + 5r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3r = -6 \\ 2u_0 + 6r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3r = -6 \\ 2u_0 + 6r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3r = -6 \\ 2u_0 + 6r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3r = -6 \\ 2u_0 + 6r = 28 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = 2 \\ u_0 = 8 \end{cases} \quad (0.5) \quad (0.5)$$

$$\begin{cases} r = 2 \\ u_0 = 8 \end{cases} \quad (0.5) \quad (0.5)$$

كتابة عبارة الكمال العام

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_n = 8 + 2n \quad (1)$$

ج/ حساب المجموع

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$= \frac{n+1}{2} (u_0 + u_n)$$

$$= \frac{n+1}{2} (8 + 8 + 2n)$$

$$S_n = (n+1)(8 + n) \quad (1)$$

$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n - 1 \end{cases}$$

$$v_1 = \frac{1}{2}v_0 - 1 = 2 \quad (0.5)$$

$$v_2 = \frac{1}{2}v_1 - 1 = 0.$$

ب/ نكتب المتتالية (w_n) المعرفة بـ

$$w_n = v_n + 2$$

أ/ برهان أن (w_n) هي متتالية

هندسية

ams.com $\frac{1}{y} = 1$ معادله $(0,5)$

8) العنصر الثاني لعددنا إشارة حلول المعادلة $f(x) = 6$
حلول هذه المعادلة هي فواصل تقاطع تقاطع المنحني مع المستقيم $y = 6$.
إذن : المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة. $\textcircled{05}$