

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا من الموضوعين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (7 نقاط):

كيس U_1 به 17 كرة لانيز بينها باللّمس منها 9 حمراء ، 6 بيضاء و 2 خضراء .
من الكرات الحمراء توجد أربع كرات تحمل الرقم 1 وثلاث كرات تحمل الرقم 1- والبقية تحمل الرقم 0 .
ومن الكرات البيضاء توجد ثلاث كرات تحمل الرقم 1 واثنان تحملان الرقم 1- وواحدة تحمل الرقم 0 .
ومن الكرات الخضراء توجد كرة تحمل الرقم 1 وكرة تحمل الرقم 1- .
نسحب ثلاث كرات من الكيس U_1 في آن واحد .
نعتبر الأحداث : A : "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون" B : "الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى"
 C : "الحصول على كره حمراء على الأقل" ، D : "الحصول على ثلاث كرات تحمل نفس الرقم" E : "الحصول على ثلاث كرات تحمل أرقاما مجموعها سالب تماما".

1- أحسب احتمال الأحداث : A ، B ، C ، D .

2- بين أن $p(E) = \frac{203}{680}$.

3- بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات تحمل ألوان العلم الوطني وتحمل نفس الرقم هو : $\frac{9}{340}$.

4- ماهو احتمال الحصول على ثلاث كرات تحمل ألوان العلم الوطني أوتحمل نفس الرقم؟

5- هل الحادثين B و D مستقلين؟ برر.

6- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب جداء الأرقام الموجودة في الكرات المسحوبة.

أ. عين قيم X .

ب. عين قانون احتمال X ثم أحسب الأمل التباين والانحراف .

التمرين الثاني: (6 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\square$ كما يلي
$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = -\frac{3}{2}u_n + 5 \end{cases}$$
 حيث α عدد حقيقي .

(1) عين قيمة α الذي تكون من أجله المتتالية (u_n) ثابتة .

(2) نضع فيما يلي : $\alpha=3$

(أ) تحقق أن المتتالية (u_n) ليست رتيبة .

(ب) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\square$ كما يلي : $v_n = 4u_n + \beta$ حيث β عدد حقيقي .

1. عين قيمة β حتى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\frac{3}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول .

2. نفرض $\beta = -8$

(أ) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

(ب) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $\frac{1}{u_n - 2} = \frac{32}{243}$

(ت) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $v_0 + 2v_1 + 2^2v_2 + \dots + 2^n v_n = 1 - (-3)^{n+1}$

التمرين الثالث: (7 نقاط)

في كل التمرين ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

نرفق بكل عدد مركب z يختلف عن $-i$ ، العدد المركب $f(z) = \frac{z}{z+i}$. نضع $z = x + iy$ و M نقطة من

المستوي المركب لاحقتها العدد z .

(1) أكتب $f(z)$ على الشكل الجبري .

(2) F هي مجموعة النقط M حيث $f(z)$ تخيلي صرف .

أثبت أن المجموعة F هي دائرة يطلب تعيين مركزها Ω و نصف قطرها R بإستثناء نقطة .

(3) حل في C المعادلة ذات المجهول z التالية : $f(z) = z - i$.

(4) نعتبر النقط A ، B و C ذات اللاواحق $z_A = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = -z_A$.

(أ) عين الجدرين التربيعيين للعدد المركب z_A

(ب) عين طولية وعمدة العدد المركب z_A ثم إستنتج طولية وعمدة العددين المركبين z_B و z_C

(ج) حدد طبيعة المثلث ABC ثم أحسب مساحته

(د) اوجد اللاحقة z_G للنقطة G بحيث يكون G مرجح الجملة $\{(A,1); (B,-1); (C,1)\}$

(هـ) عين طبيعة المجموعة (D) مجموعة النقط M من المستوى المركب حيث

$$(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) \cdot (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}) = 0$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (7 نقاط):

كيس يحتوي على 8 كرات متماثلة لا نفرق فيما بينها باللمس منها 5 كرات حمراء و الباقية بيضاء ، نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا على التوالي دون الأرجاع .
مثّل الوضعية بشجرة الاحتمالات .

أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث التالية:

A "الكرات المسحوبة كلها حمراء"

B " توجد كرة واحدة حمراء في السحب"

C " توجد على الأقل كرة واحدة بيضاء في السحب "

D "الكرات المسحوبة ليست كلها من نفس اللون "

ننزع من الكيس الكرات البيضاء و نضع مكانها n كرة سوداء حيث : $(n \geq 2)$ ثم نسحب من الكيس كرتين عشوائيا و في آن واحد .

نفرض أن سحب كرة حمراء يساوي : -10 نقطة و سحب كرة سوداء يساوي : +5 نقطة.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحب كرتين مجموع النقط المحصل عليها .

عين قيم n حتى تكون اللعبة رابحة .

التمرين الثاني: (6 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = \frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n}{u_n + 2}$

① عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 2}$

② أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq \frac{3}{2}$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج) بيّن أن المتتالية (u_n) متقاربة .

③ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(u_n - 1)$

④ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{4^n u_n}{u_n - 1}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 6$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{3^{n+1}}{3^{n+1} - 2^n}$ و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

⑤ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$

التمرين الثالث: (7 نقاط)

الجزء الأول: لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$: $h'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$ وإستنتج إتجاه تغير h ثم أنجز جدول تغيرتها

(2) أحسب $h(0)$ و إستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني: المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

لتكن f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بما يلي: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$ (C_f) تمثلها البياني

أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(1) أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ وإستنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى (C_f) أدرس و ضعيفة بين (C_f) و (Δ)

(2) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$ ؛ $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات f

(3) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) موازيا إلى (Δ) يطلب معادلة له

(4) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f)

(5) m وسيط حقيقي ، عين قيم m التي من أجلها المعادلة : $f(x) = x - m$ تقبل حلين متميزين.