

امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

ع الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بـ: $g(x) = 3 - \frac{6}{x+2}$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الوثيقة -1)

(1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N} \rightarrow u_0 = 8$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 3 - \frac{6}{U_n + 2}$

أ/ مثل على محور الفواصل الحدود : u_0, u_1, u_2, u_3 (دون حساب).

ب/ ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 8$.

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-u_n)}{u_n+2}$.

ج/ حدّد اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أن (u_n) متقاربة.

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 1 - \frac{1}{U_n}$

أ/ يّين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب/ اكتب كلا من u_n و v_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

التمرين الثاني:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + \frac{2}{1+e^x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) تأكد أن: $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{1+e^{-x}}$

(2) عين دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

(3) احسب A مساحة الحيز المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:

$x = 0$ و $x = 4$

التمرين الثالث:

المستوي منسوب إلى معلم متعاود ومتجانس $(o, \bar{i}, \bar{j})$

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

- (1) احسب نهايات الدالة g عند طرفي مجال تعريفها.
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة g .
- (3) يتبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $\alpha \in \left[\frac{3}{2}, 2 \right]$. فسّر النتيجة ببيان.
- (4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسّر النتيجة ببيان.
- (2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2 + 1)^2}$.
- (3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (4) يتبين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$
- (5) أكتب معادلة المماس (Δ) لـ (c_r) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$
- (6) ارسم (c_r) و (Δ) . نأخذ : $\alpha = 1,89$ ، $f(\alpha) = 0,14$
- (7) ناقش ببيان حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $2 \ln x = x^3 + x + 2mx^2 + 2m$

انتهى ...

بالتوفيق