

المدة : 01.30

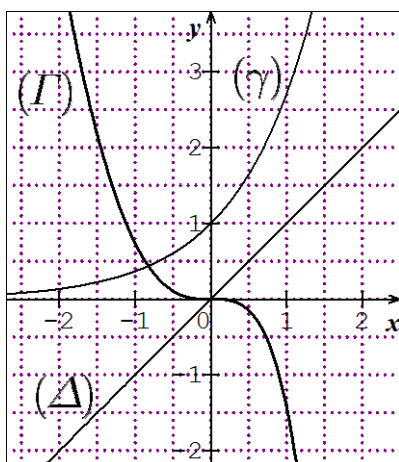
فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

القسم : 3ت ق ر (هم + هك)

التمرين الأول :

جزء 01

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.
في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2x(x+1-e^x)$.
 (Δ) المستقيم الذي معادلة له: $y = x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة: $x \mapsto e^x$
بقراءة بيانية:



1/ برّر أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x - x > 0$.

ثم استنتج أن: $1 - xe^{-x} > 0$.

2/ حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

جزء 02 :

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -1 + \frac{2}{1 - xe^{-x}}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

1/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النهايتين هندسيا.

2/ أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x) = \frac{2(1-x)}{e^x(1-xe^{-x})^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3/ أ- أكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f(x) - (2x+1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$.

ج- استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f) ؟

4/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 1]$ ، ثم تحقق أن: $-0,6 < \alpha < -0,5$.

5/ أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم أنشئ المنحنى (C_f) .

التمرين الثاني :

الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يأتي: $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$.

(C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ ادرس تغيرات الدالة f .

2/ أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته: $y = x$.

ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D) .

3/ أ- بين (C_f) أن يقطع حامل محور الفاصل في نقطة وحيدة فاصلته x_0 بحيث: $1.3 < x_0 < 1.4$.

ب- عين معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور الترتيب.

ج- أنشئ (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

بالتوفيق والسداد

تمرين للمنزل

(I) الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + (1-x)e^x$ (1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$.

(3) تحقق أن: $1, 2 < \alpha < 1, 3$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(4) تحقق أن: $e^{-\alpha} = \alpha - 1$.

(II) الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 + \frac{x}{e^x + 1}$

و (C_f) المنحني الممثل لها في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$

(2) أدرس تغيرات الدالة f .

(3) بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 1$. ثم فسر هندسيا هذه النتيجة.

(4) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y = x + 1$

(5) بين أن: $f(\alpha) = \alpha$ و $f(-\alpha) = 0$.

(6) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) في النقطة التي فاصلتها $-\alpha$.

(7) أنشئ (C_f) ، (Δ) و (T) في المعلم $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

(8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + f(m)$.

الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = 1 - \frac{xe^x}{e^x + 1}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

➤ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن: $h(x) = f(-x)$.

ثم استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) .