



التحضير الجيد للبكالوريا

الشعب:

علوم تجريبية | رياضيات | تقني رياضي | تسيير واقتصاد

ملخص حول المتتاليات العددية

إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

آخر تحديث:

2020 / 12 / 05

1 دراسة اتجاه تغير متتالية U_n

درس إشارة الفرق $U_{n+1} - U_n$:

- في حالة: $U_{n+1} - U_n > 0$ فإن: (U_n) متزايدة تماما.
- في حالة: $U_{n+1} - U_n < 0$ فإن: (U_n) متناقصة تماما.
- في حالة: $U_{n+1} - U_n = 0$ فإن: (U_n) ثابتة

متتالية ثابتة

(U_n) ثابتة معناه:

$$U_{n+1} = U_n = \alpha$$

حيث: $\alpha \in \mathbb{R}$

(كل الحدود متساوية

وتساوي الحد الأول)

2 تقارب وتباعد متتالية

- إذا كانت $\lim U_n = l$ حيث: $(l \in \mathbb{R})$ فإن: (U_n) متقاربة.
- في الحالات الأخرى (U_n) متباعدة.
- نتائج (حول تقارب متتالية):
- إذا كانت (U_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى $(U_n \leq A)$ فهي متقاربة.
- إذا كانت (U_n) متناقصة تماما و محدودة من الأسفل $(U_n \geq A)$ فهي متقاربة

3 المتتالية الحسابية

(1 طريقة اثبات أن المتتالية (U_n) حسابية:

- الفرق $(U_{n+1} - U_n)$ عدد ثابت، أي $U_{n+1} - U_n = r$
- أو نكتب U_{n+1} بدلالة U_n ، فنجد: $U_{n+1} = U_n + r$

يكفي أن نثبت أن:

حيث: r عدد حقيقي: يسمى أساس المتتالية الحسابية (U_n)

(2 عبارة الحد العام لمتتالية حسابية:

U_n بدلالة n يسمى الحد العام

- بصفة عامة: $U_n = u_p + (n - p)r$ علاقة تربط بين حدين مختلفين.
- $U_n = u_0 + nr$ ، في حالة u_0 هو الحد الأول.
- $U_n = u_1 + (n - 1)r$ ، في حالة u_1 هو الحد الأول.

ملاحظة (حول عبارة الحد العام لمتتالية حسابية):

- هذه العلاقات يُمكن استعمالها في حالات أخرى، وذلك بتعويض U_n بأي حد مُعطى في التمرين.
- نستعمل العلاقة $U_n = u_p + (n - p)r$ إذا كانت (U_n) حسابية ومعرفة بحددين مختلفين

$$r = \frac{u_n - u_p}{n - p} \quad \text{وباستعمال العلاقة نقوم بحساب الأساس فنجد:}$$

(3) مجموع حدود متتابعة من متتالية حسابية:

بصفة عامة يُحسب المجموع باستعمال العلاقة:

$$\text{المجموع} = (\text{عدد الحدود}) \left(\frac{\text{الحد الأخير} + \text{الحد الأول}}{2} \right)$$

حيث: (عدد الحدود = دليل الحد الأخير - دليل الحد الأول + 1)

(4) خاصية الوسط الحسابي:

تكون الأعداد الحقيقية a, b, c بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية حسابية إذا وفقط إذا كان: $a + c = 2b$

4 المتتالية الهندسية

(1) طريقة اثبات أن المتتالية (U_n) هندسية:

● الحاصل $\left(\frac{U_{n+1}}{U_n} \right)$ عدد ثابت، أي $\frac{U_{n+1}}{U_n} = r$ يكفي أن نثبت أن:

● أو نكتب U_{n+1} بدلالة U_n ، فنجد: $U_{n+1} = qU_n$

حيث: q عدد حقيقي: يسمى أساس المتتالية الهندسية (U_n)

(2) عبارة الحد العام لمتتالية حسابية:

U_n بدلالة n يسمى الحد العام

● بصفة عامة: $U_n = u_p \times q^{n-p}$ علاقة تربط بين حدين مختلفين.

● $U_n = u_0 \times q^n$ ، في حالة u_0 هو الحد الأول.

● $U_n = u_1 \times q^{n-1}$ ، في حالة u_1 هو الحد الأول.

ملاحظة (حول عبارة الحد العام لمتتالية هندسية):

- هذه العلاقات يُمكن استعمالها في حالات أخرى، وذلك بتعويض U_n بأي حد مُعطى في التمرين.
- نستعمل العلاقة $U_n = u_p \times q^{n-p}$ إذا كانت (U_n) هندسية ومعرفة بحدين مختلفين وباستعمال

$$q^{n-p} = \frac{u_n}{u_p} \text{ :العلاقة نقوم بحساب الأساس فنجد:}$$

(3) مجموع حدود متتابعة من متتالية حسابية:

بصفة عامة يُحسب المجموع باستعمال العلاقة:

$$\text{المجموع} = (\text{الحد الأول}) \left(\frac{1 - q^{\text{عدد الحدود}}}{1 - q} \right)$$

حيث: (عدد الحدود = دليل الحد الأخير - دليل الحد الأول + 1)

(4) خاصية الوسط الهندسي:

تكون الأعداد الحقيقية a, b, c بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية حسابية إذا وفقط إذا كان: $a \times c = b^2$

(5) قوانين النهايات المتعلقة بالمتتاليات الهندسية:

- إذا كان: $q > 1$ ، فإن: $\lim(q^n) = +\infty$
- إذا كان: $-1 < q < 1$ ، فإن: $\lim(q^n) = 0$
- إذا كان: $q \leq -1$ ، فإن: $\lim(q^n)$ غير موجودة

▶ بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا ◀