

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

نعتبر $P(x)$ كثير الحدود للمتغير الحقيقي x المعرف كمايلي:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

- ① تحقق أن العدد 2 جذر لكثير الحدود $P(x)$.
- ② عيّن كثير الحدود g بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x - 2)g(x)$
- ③ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ، ثم استنتج في $\mathbb{R}^*$ حلول المعادلة $P\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.
- ④ أدرس حسب قيم المتغير الحقيقي x إشارة $P(x)$ ، ثم، استنتج حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$.

التمرين الثاني :

لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- ① تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x - 2)^2 - 1$
 - ② أكتب الدالة f على شكل مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما.
 - ③ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $[2; +\infty[$ و $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
 - ④ بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = 2$ محور تناظر لـ (C_f) .
 - ⑤ اشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_f) إنطلاقاً من منحنى الدالة مربع ثم أنشئهما في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 - ⑥ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -|f(x)|$
- أ- أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
- ب- اشرح كيف يتم إنشاء (C_g) المنحنى الممثل للدالة g إنطلاقاً من (C_f) ، ثم أنشئه في المعلم السابق.

التمرين الأول:

نعتبر $P(x)$ كثير الحدود للمتغير الحقيقي x المعرف كيلي:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

1 التحقق أن العدد 2 جذر لكثير الحدود $P(x)$ 1ن

$$\begin{aligned} P(2) &= 2^3 - 6(2)^2 + 11(2) - 6 \\ &= 30 - 30 = 0 \end{aligned}$$

إذن العدد 2 جذر لكثير الحدود $P(x)$.

2 تعيين كثير الحدود g : 2ن

$$\begin{aligned} P(x) &= (x - 2)g(x) \\ &= (x - 2)(ax^2 + bx + c) \\ &= ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c \\ &= ax^3 + (b - 2a)x^2 + (c - 2b)x - 2c \end{aligned}$$

بالمطابقة مع $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ نجد:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b - 2a = -6 \\ c - 2b = 11 \\ -2c = -6 \end{cases} \quad \text{ومنه} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

إذن

$$g(x) = x^2 - 4x + 3$$

1.3 الجدل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$: 2ن

$$(x - 2)(x^2 - 4x + 3) = 0 \quad \text{معناه} \quad P(x) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{أو} \quad x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{معناه}$$

$$x = 2 \quad \text{أو} \quad x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{معناه}$$

$$\text{نحل المعادلة: } x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(3) = 16 - 12 = 4 > 0$$

ومنه المعادلة تقبل حلان متميزان

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{4 - 2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{4 + 2}{2} = 3$$

إذن الحلول المعادلة $P(x) = 0$ هي: $S = \{1; 2; 3\}$

2. استنتاج في $\mathbb{R}^*$ حلول المعادلة $P\left(\frac{1}{x}\right) = 0$: 0,75ن

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{أي} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ \frac{1}{x} = 2 \\ \frac{1}{x} = 3 \end{cases} \quad \text{معناه} \quad P\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

1.4 إشارة $P(x)$: 1,25ن

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$		
$x - 2$	$-$	$-$	0	$+$	$+$		
$x^2 - 4x + 3$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

2.4 استنتاج حلول المتراجحة $P(x) \geq 0$: 1ن

$$S = [1; 2] \cup [3; +\infty[$$

التمرين الثاني:

1 التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = (x - 2)^2 - 1 \quad 1ن$$

$$\begin{aligned} (x - 2)^2 - 1 &= x^2 - 4x + 4 - 1 \quad \text{لدينا} \\ &= x^2 - 4x + 3 \quad \text{ومنه} \\ &= f(x) \quad \text{أي} \end{aligned}$$

2 كتابة الدالة f على شكل مركب بالتبني u و v : 1ن

$$x \xrightarrow{u} x - 2 \xrightarrow{v} (x - 2)^2 - 1$$

ومنه $f = v \circ u$ حيث

$$u(x) = x - 2$$

$$v(x) = x^2 - 1$$

1.3 استنتاج اتجاه تغير الدالة f : 2ن

على المجال $]-\infty; 2]$:

لدينا الدالة u متزايدة تماماً على المجال $]-\infty; 2]$ و الدالة v متناقصة تماماً على المجال $]-\infty; 2]$ ومنه الدالة f متناقصة تماماً على المجال $]-\infty; 2]$

على المجال $[2; +\infty[$:

لدينا الدالة u متزايدة تماماً على المجال $[2; +\infty[$ و الدالة v متزايدة تماماً على المجال $[0; +\infty[$ ومنه الدالة f متزايدة تماماً على المجال $[2; +\infty[$

2.3 تشكيل جدول تغيرات الدالة f : 1ن

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$			
			



4 إثبات أن المستقيم ذو المعادلة $x = 2$

محول تناظر لـ (C_f) 1ن

1 لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R} : x - 4 \in \mathbb{R}$.

2 نثبت أن $f(2(2) - x) = f(x)$

$$\begin{aligned} f(4 - x) &= (4 - x - 2)^2 - 1 \quad \text{لدينا} \\ &= (2 - x)^2 - 1 \quad \text{ومنه} \\ &= (x - 2)^2 - 1 \quad \text{ومنه} \\ &= f(x) \quad \text{أي} \end{aligned}$$

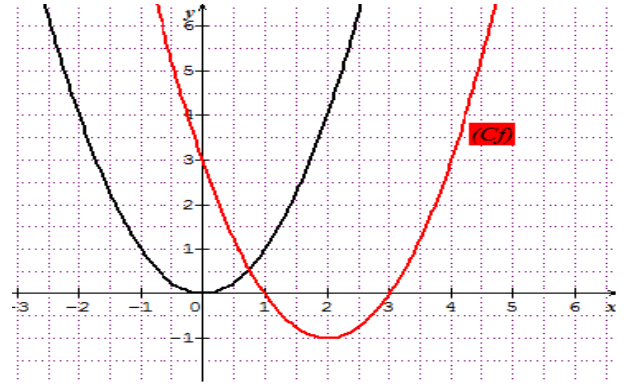
إذن المستقيم ذو المعادلة $x = 2$ محول تناظر لـ (C_f) .

1.5 الشرح: 1ن

ننشئ (C_f) إنطلاقاً من منحني الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه

$$\vec{v} = 2\vec{i} - 1\vec{j}$$

2.5 الإنشاء: 1+1ن



6-أ كتابة $g(x)$ دوى رمز القيمة المطلقة : 1ن

$$g(x) = \begin{cases} -f(x) & ; f(x) \geq 0 \\ f(x) & ; f(x) \leq 0 \end{cases}$$

6-ب الشرح مع الإنشاء: 1+1ن

ننشئ (C_g) إنطلاقاً من (C_f) وذلك بـ:

★ لما $f(x) \leq 0$ أي لما (C_f) تحت محور الفواصل، (C_g) ينطبق على (C_f)

★ ولما $f(x) \geq 0$ أي لما (C_f) فوق محور الفواصل، فإن (C_g) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل

