



### التمرين الأول :

عَيِّن الاقتراح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

① حل المعادلة التفاضلية  $y' = -2y + 4$  الذي يحقق  $y(0) = 2024$  هو الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :

|                              |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| $h(x) = 2024e^{-2x} - 2$ (ج) | $h(x) = 2021e^{-2x} + 2$ (ب) | $h(x) = 2022e^{-2x} + 2$ (أ) |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|

②  $(v_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $v_0 = 1$  وأساسها  $r = 2$  ، نضع :  $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1} \times \dots \times e^{v_n}$

عبارة  $P_n$  هي :

|                   |                   |                  |
|-------------------|-------------------|------------------|
| $e^{-n(n+1)}$ (ج) | $e^{(n+1)^2}$ (ب) | $e^{n(n+1)}$ (أ) |
|-------------------|-------------------|------------------|

③ الدالة الأصلية  $F$  والتي تُحقَّق :  $F(1) = 0$  للدالة  $f$  المُعرَّفة على  $]0, +\infty[$  ب :  $f(x) = \frac{x+1}{x}$  هي الدالة :

|                                            |                            |                            |
|--------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $F(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ (ج) | $F(x) = 1 - x + \ln x$ (ب) | $F(x) = x - 1 + \ln x$ (أ) |
|--------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

④ تتكون مجموعة من الأشخاص من 5 رجال و 3 نساء نريد تشكيل لجنة مكونة من 3 أشخاص رئيس نائب و كاتب ، احتمال أن تكون اللجنة تضم رجل و امرأتان هو

|                      |                     |                    |
|----------------------|---------------------|--------------------|
| $\frac{45}{512}$ (ج) | $\frac{15}{56}$ (ب) | $\frac{5}{56}$ (أ) |
|----------------------|---------------------|--------------------|

### التمرين الثاني :

المتتالية العددية  $(U_n)$  معرفة بحدِّها الأول  $U_0$  حيث :  $U_0 = 0$  ومن أجل كلِّ عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = \frac{3}{8}(U_n + 5)$

① برهن بالتراجع أنَّه من أجل كلِّ عدد طبيعي  $n$  :  $U_n < 3$

② بيِّن أنَّ  $(U_n)$  متزايدة تماما ثم استنتج أنَّها متقاربة .

③ المتتالية العددية  $(V_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  ب :  $V_n = 3(3 - U_n)$

أ/ أحسب  $V_0$  ثم بيِّن أنَّ المتتالية  $(V_n)$  هندسية أساسها  $\frac{3}{8}$

ب/ أكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $V_n$  ثم استنتج أنَّه من أجل كلِّ عدد طبيعي  $n$  :  $U_n = 3 - 3\left(\frac{3}{8}\right)^n$

ج/ أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

④ نضع من أجل كلِّ عدد طبيعي  $n$  :  $P_n = (3 - U_0) \times (3 - U_1) \times \dots \times (3 - U_n)$

أحسب  $P_n$  بدلالة  $n$

يُراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال  $H_1, H_2, H_3$  و امرأتان  $F_1$  و  $F_2$  نعتبر الحوادث  $A, B, C$  حيث :

$A$  "عضو اللجنة من نفس الجنس"  $B$  "عضو اللجنة من جنسين مختلفين"

$C$  "  $H_1$  عضو في اللجنة "

1/ أحسب  $p(A)$  ،  $p(B)$  احتمال  $A$  و  $B$  على الترتيب

ب/ بين أن  $p(C)$  احتمال الحدث  $C$  يساوي  $\frac{2}{5}$

2/ المتغير العشوائي  $X$  يرقب بكل إمكانية اختيار لعضوين عدد الرجال في اللجنة

بَرر أن مجموعة قيم  $X$  هي  $\{0; 1; 2\}$

3/ عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  و احسب أمله الرياضي  $E(X)$

### التمرين الرابع :

I ( لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  ب :  $g(x) = \frac{2x^2-2x-1}{x^2} + \ln x$  )

1/ بين أن الدالة  $g$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$

2/ بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,2 < \alpha < 1,3$

ب/ استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$

II ( لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  ب :  $f(x) = \left(\frac{1}{x} - 2 - \ln x\right) e^{-x}$  )

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1/ بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

ب/ فسّر النتيجتين السابقتين بيانيا

2/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  موجب تماما :  $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها

3/ أنشئ المنحنى  $(C_f)$  (نأخذ :  $f(0,65) \approx 0$  و  $f(\alpha) \approx -0,4$  )

III (  $F$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  ب :  $F(x) = e^{-x}(2 + \ln x)$  )

1/ تحقق أن الدالة  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$

ب/ نضع  $S(\lambda) = \int_{\lambda}^{1/2} f(x) dx$  حيث  $\lambda$  عدد حقيقي يحقق :  $0 < \lambda < \frac{1}{2}$

أحسب  $S(\lambda)$  ثم فسّر النتيجة بيانيا .