

التحريين الاول : [بكالوريا 2014]

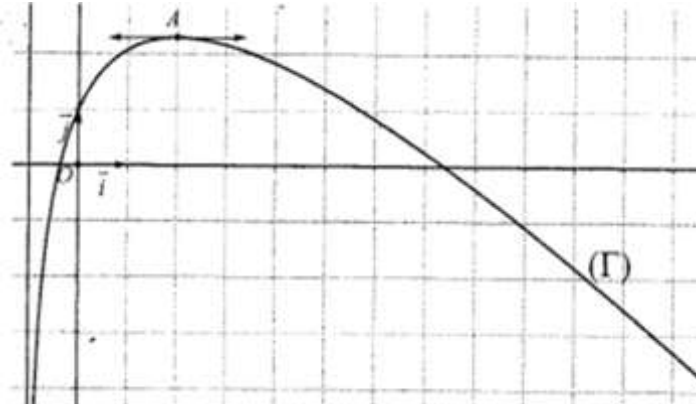
- (I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$.
- أدرس اتجاه تغير الدالة g .
 - أحسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.
- (II) الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) .
بـ أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - أـ بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
بـ شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - أـ بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
بـ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) .
 - عين فاصلة النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (D) ثم أكتب معادلة للمماس (T) .
 - أرسم (D) ، (T) و (C_f) .
 - أحسب القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1; 3]$.

التحريين الثاني : [بكالوريا 2016]

- (I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = ax + b + \ln x$ حيث a و b عدنان حقيقيان .
- عين a و b بحيث : $g(1) = 2$ و $g'(2) = \frac{3}{2}$.
 - نضع : $g(x) = x + 1 + \ln x$.
أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.
بـ أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
 - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث : $0,2 < \alpha < 0,3$.
دـ حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$.
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
 - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. (يعطى : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$) .
 - تحقق أن : $f(\alpha) = -\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - أحسب $f(1)$ و $f(5)$ ثم أرسم (C_f) على المجال $[0; 5]$.

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = ax + b + 3\ln(x+1)$ حيث a و b عدنان حقيقيان.



(Γ) التمثيل البياني للدالة f ، المعطى في الشكل المقابل، يقبل في النقطة $A(2; -1 + 3\ln 3)$ مماسا موازيا لحامل محور الفواصل.

(1) بقراءة بيانية :

أ- ضع تخمينا حول $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) باستعمال المعطيات المتوفرة، جد قيمة كل من a و b .

(II) نعتبر في هذا الجزء : $f(x) = -x + 1 + 3\ln(x+1)$.

(1) أحسب نهاية الدالة f عند -1 بقيم أكبر.

(2) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. (يعطى : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = 0$)

(3) أ- عين النقطة B من المنحنى (Γ) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (Γ) موازيا للمستقيم الذي معادلته $y = x$ ، ثم أكتب معادلة للمماس (T).

ب- استنتج بيانيا، قيم العدد الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = x + m$ حلين موجبين تماما.

(4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$

أ- أحسب $g'(x)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1; +\infty[$.

ب- لتكن α و β فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى (Γ) مع حامل محور الفواصل،

بين أن : $\alpha \in]7, 37; 7, 38[$ و $\beta \in]-0, 37; -0, 36[$.

ج- أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = \alpha$ و $x = 0$.

د- تحقق أن : $S = \left(\frac{1}{2}\alpha^2 - 2\alpha - 1\right)ua$ ، ثم عين حصرا لـ S . (ua وحدة مساحة)

(III) تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على الأكثر.

تنمذج الكلفة الهامشية C_m (الوحدة 1000 دينار) لإنتاج قطعة إضافية على المجال $[0; 7]$ بالدالة f المعرفة في الجزء (II)، أي من

أجل $x \in [0; 7]$ لدينا $C_m(x) = f(x)$.

نرمز بـ $C_T(x)$ إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج x قطعة.

(1) عين عبارة الكلفة الإجمالية $C_T(x)$ علما أن الكلفة الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي $\frac{5}{2}$.

(2) قدر الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة.

التحريين الرابع: [بكالوريا 2017]

- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + 3\ln x - 3$
- (1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,40 < \alpha < 1,41$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 - \frac{3\ln x}{x}$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.
- ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
- (3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
- ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
- (5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (تعطى: $f(\alpha) \approx 1,68$)
- (6) أ- بين أن الدالة h حيث $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.
- ب- أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 1$ ، $x = e$ و $y = x + 1$.

التحريين الخامس: [بكالوريا 2013]

- (I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x^2}$
- (1) عين، تبعا لقيم x ، إشارة $g(x)$.
- (2) أ- تحقق أنه، من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) = -1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$.
- ب- استنتج الدوال الأصلية للدالة g على $]0; +\infty[$.
- (II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; 8[$ كما يلي: $f(x) = 3 - x - \frac{2}{x} + \ln x$
- و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ- تحقق أن f هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $]0; 8[$ والتي تنعدم عند 1.
- ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; 8[$.
- ج- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.
- د- شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين، أحدهما α ، حيث: $3,8 < \alpha < 3,9$.
- (3) مثل بيانيا (C_f) .
- (III) الدالة العددية h معرفة على $]-\frac{2}{3}; 2[$ كما يلي: $h(x) = f(3x + 2)$
- (1) بين أنه إذا كان $-\frac{2}{3} < x \leq 0$ فإن $0 < 3x + 2 \leq 2$ وإذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإن $2 \leq 3x + 2 \leq 8$.
- (2) أحسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)
- (3) شكل جدول تغيرات h .

التحريين السادس: [بكالوريا 2018]

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ: $f(x) = \ln(x+2) + \ln(-x+8) - \ln 16$.
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
نأخذ الوحدة البيانية: $2cm$.

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2; 8[$ وفسر النتيجة بيانيا .

(2) تحقق أنه من أجل كل x من $]-2; 8[$: $f'(x) = \frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. f' هي الدالة المشتقة للدالة f

(3) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2; 8[$ وشكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .

(5) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-2; 8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2; 8[$ و $f(6-x) = f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

(6) أرسم المنحنى (C_f) .

(7) لتكن الدالة العددية F المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ: $F(x) = (x+2)\ln(x+2) + (x-8)\ln(-x+8) - 2x - x \ln 16$.
بين أن F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2; 8[$.

(8) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=0$ و $x=4$.

التحريين السابع: [بكالوريا 2016]

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. (يعطى: $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$)

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,4 < \alpha < 1,5$.

(4) حدد إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (2x-4)\ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا .

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) عين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

(4) أ- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

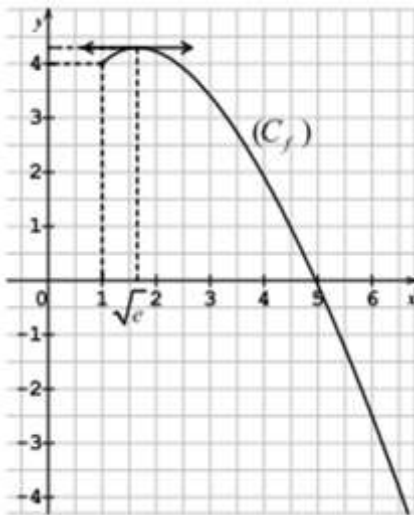
ب- أنشئ (T) و (C_f) . (تعطى: $f(\alpha) \approx 0,41$)

(5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $F(x) = (x^2 - 4x)\ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$.

أ- بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

التمرين الثامن: [بكالوريا 2012]



التمثيل البياني (C_f) المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بالعلاقة:

$$f(x) = ax + b + cx \ln x \text{ حيث } a, b, c \text{ أعداد حقيقية.}$$

(1) خمن بقراءة بيانية اتجاه تغير f و نهاية f عند $+\infty$.

(2) أـ أحسب بدلالة a و c عبارة $f'(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة

للدالة f على $[1; +\infty[$.

بـ باستعمال معطيات في الشكل، وعلما أن $f(5) = 16 - 10 \ln 5$.

$$f(x) = 3x + 1 - 2x \ln x$$

جـ تحقق من صحة تخمينك في السؤال 1، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $]-\infty; 1[$ ، ثم تحقق أن $4,95 < \alpha < 4,96$.

(4) نعرف العدد الحقيقي S كما يلي: $S = \int_1^{\alpha} f(x) dx$ (حيث α هو حل المعادلة $f(x) = 0$)

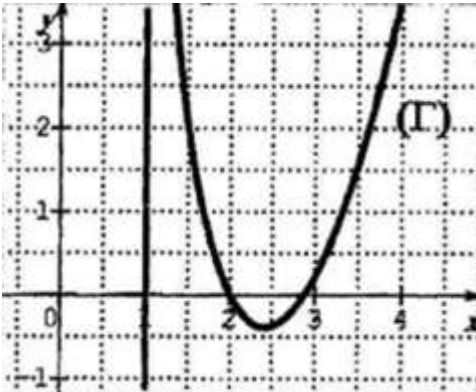
أـ بين أن الدالة $g: x \mapsto 2x^2 + x - x^2 \ln x$ دالة أصلية للدالة f على المجال $[1; +\infty[$.

بـ أعط تفسيرا هندسيا للعدد S ، ثم أحسبه بدلالة α .

جـ بين أن: $S = \frac{1}{2} \alpha(\alpha + 1) - 3$ ، ثم استنتج حصرا للعدد α .

التمرين التاسع: [بكالوريا 2010]

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2x - 4 \ln(x - 1)$ (ln هو رمز اللوغاريتم النبيري)



و (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس كما هو في الشكل التالي:

(1) بقراءة بيانية، عين عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$.

(2) أحسب $g(2)$.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث: $2,87 < \alpha < 2,88$.

(4) استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ في المجال $[1; +\infty[$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x - 3 + 4 \frac{\ln(x - 1)}{x - 1} + \frac{5}{x - 1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أـ أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$. (لاحظ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

بـ أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

جـ بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

دـ أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_f) .

هـ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(2) أـ بين أنه من أجل كل عدد x من المجال $[1; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - 1)^2}$ ، f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

بـ استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

(3) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) = 3,9$)

(4) أـ عين مشتقة الدالة: $x \mapsto [\ln(x - 1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $[1; +\infty[$.

بـ أحسب: $\int_2^5 f(x) dx$ ، فسر النتيجة هندسيا.