



سنة ثانية ثانوي  
الشعب:  
علوم تجريبية | رياضيات | تقني رياضي

# 01 تقويم تشخيصي

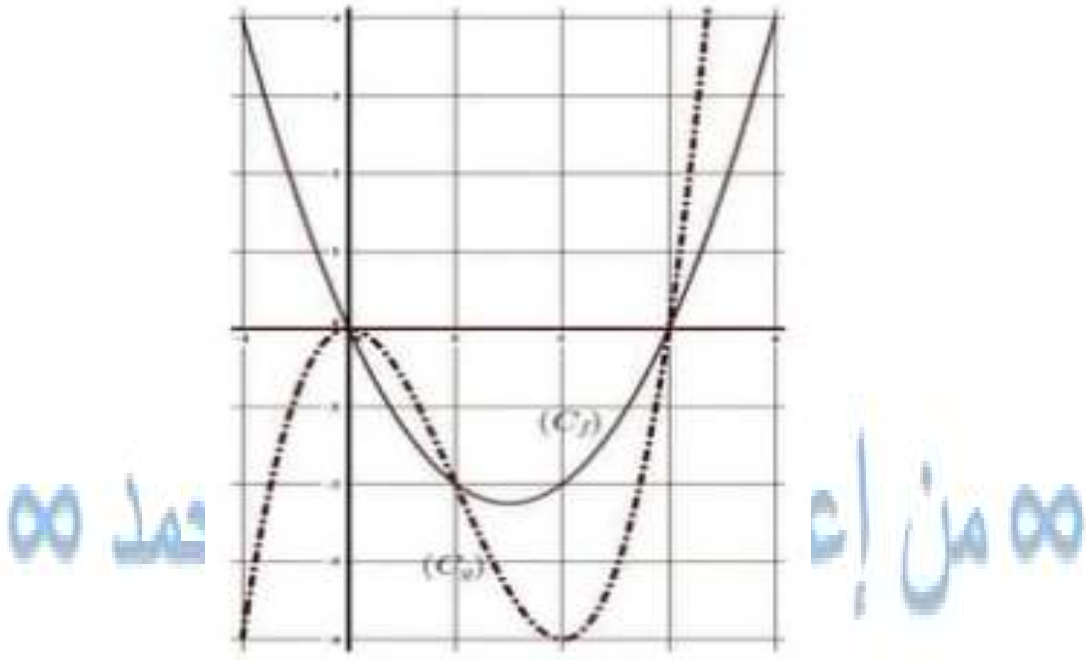
[مع حل مقترح]

إعداد الأستاذ:

عبد أحمد

## التمرين الأول

لتكن الدالتين  $f$  و  $g$  المعرفتين على المجال  $[-1, 4]$  بتمثيليهما البيانيين  $(C_g)$  و  $(C_f)$ .



- (1) عين  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f(3)$ ,  $g(0)$ ,  $g(1)$ ,  $g(3)$ ,  $g(-1)$  و  $g(2)$
- (2) عين إتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $[-1, 3]$  ثم شكل جدول تغيراتها
- (3) حدد القيمتين العظمى والصغرى للدالة  $g$  على المجال  $[-1, 3]$
- (4) شكل جدول إشارة الدالة  $g$  على المجال  $[-1, 3]$
- (5) حدد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(C_g)$  على المجال  $[-1, 3]$
- (6) استنتج حلول المتراجحة  $g(x) \leq f(x)$
- (7) ماهو عدد حلول المعادلة  $g(x) = 0$  ؟

## التمرين الثاني

I. لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  ، وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f(x) = (x-2)^2$
2. أعط طريقة لرسم  $(C_f)$  إنطلاقاً من تمثيل بياني لدالة مألوفة، ثم أرسمه
3. حل، بياناً المعادلة  $f(x) = 3$  ثم استنتج حلول المتراجحة  $f(x) > 3$  ذات المجهول الحقيقي  $x$

- II. 1. أجب بصحيح أو خطأ مع تعليل الإجابة في كل حالة:
2. الجدول الآتي يمثل جدولاً لقيم دالة مقلوب

|             |   |                      |                                    |              |
|-------------|---|----------------------|------------------------------------|--------------|
| <b>x</b>    | 1 | $\sqrt{2}$           | $1 + \sqrt{3}$                     | $10^{-2017}$ |
| <b>f(x)</b> | 1 | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{1} - \frac{1}{2}$ | $10^{2017}$  |

3. التمثيل البياني للدالة  $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$  هو صورة التمثيل البياني للدالة مقلوب بالإنسحاب الذي شعاعه  $\vec{u}(2, 1)$

## التمرين الثالث

- I. 1. علم على الدائرة المثلثية، الأعداد  $A, B$  و  $C$  صور الأعداد  $-\frac{197\pi}{4}$  ,  $\frac{304\pi}{3}$  و  $\frac{2017\pi}{6}$  على الترتيب

2. عين جيب  $(\sin)$  و جيب تمام  $(\cos)$  الأعداد الحقيقية السابقة

- II. 1. ليكن  $x$  عدداً حقيقياً من المجال  $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$  حيث:  $\cos x = -\frac{1+\sqrt{2}}{4}$  .  
أحسب  $\sin x$

2. عين ثلاث أعداد حقيقية تحقق:

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (أ)$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \quad (ب)$$

3. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $(1 + \sin x + \cos x)^2 = 2(1 + \cos x)(1 + \sin x)$

∞ من إعداد الأستاذ : عبدة أحمد ∞

- (1) تعيين:  $g(3) = 0$   $g(1) = -2$   $g(0) = 0$   $f(3) = 0$   $f(1) = -2$   $f(0) = 0$   
 $g(2) = -4$   $g(-1) = -4$
- (2) إتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $[-1, 3]$ :

• الدالة  $g$  متزايدة على المجال  $[-1, 0] \cup [2, 4]$

• الدالة  $g$  متناقصة على المجال  $[0, 2]$

جدول التغيرات:

|        |    |   |    |   |
|--------|----|---|----|---|
| $x$    | -1 | 0 | 2  | 3 |
| $g(x)$ | -4 | 0 | -4 | 0 |

- (3) • القيمة الحدية الصغرى هي -4 عند  $x = 2$   
 • القيمة الحدية العظمى هي 0 عند  $x = 0$

- (4) جدول إشارة الدالة  $g$  على المجال  $[-1, 3]$ :

|        |    |   |   |
|--------|----|---|---|
| $x$    | -1 | 0 | 3 |
| $g(x)$ | -  | 0 | - |

- (5) وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(C_g)$  على المجال  $[-1, 3]$ :

• على المجال  $[-1, 0[ \cup ]1, 3]$ ,  $(C_f)$  فوق  $(C_g)$

• على المجال  $]0, 1[$ ,  $(C_f)$  تحت  $(C_g)$

• عند القيمتين  $x = 0$  و  $x = 1$ ,  $(C_f)$  يقطع  $(C_g)$

- (6) استنتاج حلول المتراجحة  $g(x) \leq f(x)$ :

$$S = [-1, 0] \cup [1, 3]$$

(7) عدد حلول المعادلة  $g(x) = 0$  :  
للمعادلة حلان:  $x = 0$  و  $x = 3$

## حل التمرين الثاني

$$I. f(x) = x^2 - 4x + 3$$
$$D_f = \mathbb{R}$$

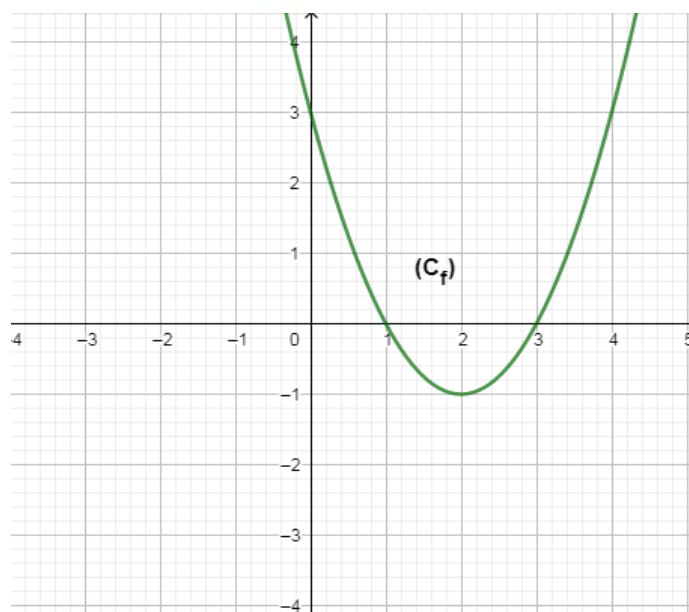
1. التحقق ان:  $f(x) = (x - 2)^2 - 1$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 2)^2 - 1 \\ &= x^2 + 4 - (x)(2) - 1 \\ f(x) &= x^2 - 4x + 3 \end{aligned}$$

2. طريقة رسم  $(C_f)$  إنطلاقا من منحنى دالة مألوفة:  
منحنى الدالة  $f$  هو صورة منحنى الدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه

$$\vec{v}(-b, k) \text{ أي } \vec{v}(2, -1)$$

الرسم:  $\infty$  من إعداد الأستاذ : عبدة أحمد  $\infty$



3. حل بيانيا:  
\* حلول هذه المعادلة:

$$f(x) = 3$$

ومنه:

$$x = 0$$

و

$$x = 4$$

\* حلول هذه المتراجحة:

$$f(x) > 3$$

$$x \in ]-\infty, 0[ \cup ]4, +\infty[$$

II. الإجابة بصحيح أو خطأ مع تعليل الإجابة في كل حالة :

1. الجدول الآتي يمثل جدولاً لقيم دالة مقلوب . صحيح، لأن:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(1) = 1$$

$$f(\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f(10^{-2017}) = \frac{1}{10^{-2017}} = 10^{2017}$$

$$f(1 + \sqrt{3}) = \frac{1}{1 + \sqrt{3}} \times \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{-2} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$$

2. التمثيل البياني للدالة  $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$  هو صورة التمثيل البياني للدالة مقلوب بالإنسحاب الذي شعاعه  $\vec{u}(2, 1)$ . خطأ، لأن:

صورة الدالة مقلوب بالإنسحاب  $\vec{u}(2, 1)$  هي:

$$f(x) = \frac{1}{x-2} + 1 = \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

### حل التمرين الثالث

I. 1. تعليم النقاط على الدائرة:

$$\begin{aligned} -\frac{197\pi}{4} &= -\frac{(49 \times 4 + 1)\pi}{4} = -49\pi - \frac{\pi}{4} + \pi - \pi \\ &= (-\frac{\pi}{4} + \pi) - 50\pi \\ &= \frac{3\pi}{4} + 2\pi(-25) \end{aligned}$$

$$\frac{304\pi}{3} = \frac{(101 \times 3 + 1)\pi}{3}$$

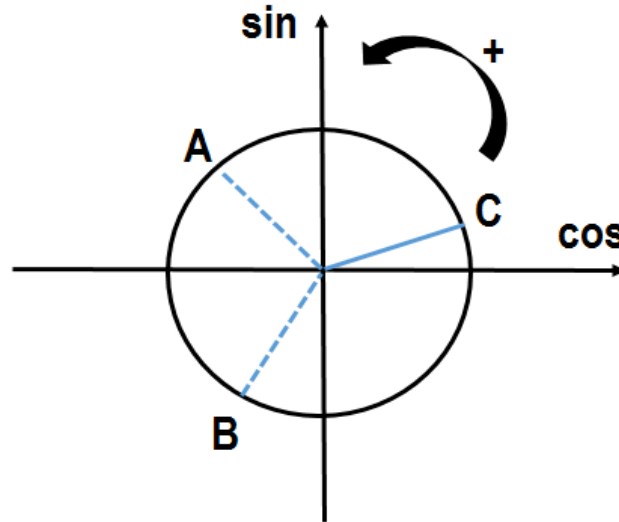
$$= 101\pi + \frac{\pi}{3} + \pi - \pi = \left(\frac{\pi}{3} - \pi\right) + 102\pi$$

$$= \frac{-2\pi}{3} + 2\pi(51)$$

$$\frac{2017\pi}{6} = \frac{(336 \times 6 + 1)\pi}{6}$$

$$= 336\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\pi}{6} + 2\pi(168)$$



2. تعيين جيب و جيب تمام كلا من الأعداد السابقة:

$$\cos\left(\frac{304\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{304\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{304\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{304\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{2017\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{2017\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

II. 1. حساب  $\sin x$ :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \frac{(1+\sqrt{2})^2}{16}$$

$$\sin^2 x = \frac{16-1-2-2\sqrt{2}}{16}$$

$$\sin^2 x = \frac{13-2\sqrt{2}}{16}$$

$$\sin = \rightarrow \frac{13-2\sqrt{2}}{16} \text{ مقبول}$$

$$\searrow -\frac{13-2\sqrt{2}}{16} \text{ مرفوض}$$

$$\sin = \frac{13-2\sqrt{2}}{16} : [\pi, \frac{3\pi}{2}] \text{ على المجال}$$

2. تعيين ثلاث أعداد حقيقية تحقق:  $(\cos x, \sin x) = (\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$

$$x = -\frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{11\pi}{6}$$

$$x = \frac{23\pi}{6}$$

3. إثبات أن:  $(1 + \sin x + \cos x)^2 = 2(1 + \cos x)(1 + \sin x)$

$$(1 + \sin x + \cos x)^2 = (1 + \sin x)^2 + \cos^2 x + 2(1 + \sin x)\cos x$$

$$= 1 + \sin^2 x + 2\sin x + \cos^2 x + 2\cos x + 2\cos x \sin x$$

$$= 1 + \cos^2 x + \sin^2 x + 2\cos x + 2\sin x + 2\cos x \sin x$$

$$= 2(1 + \cos x + \sin x + \cos x \sin x)$$

$$2(1 + \cos x)(1 + \sin x) = 2(1 + \cos x + \sin x + \cos x \sin x)$$

ومنه العلاقة مبرهنة