



سنة ثانية ثانوي
الشعب:

رياضيات | علوم تجريبية | تقني رياضي

تمارين في الاحتمالات

[مع حل مقترح]

إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

آخر تحديث:

[20 فيفري 2022]

◀ التمرين:

(I) كيس به 7 كريات متماثلة منها ثلاثة سوداء تحمل الأرقام: 0، 3 و 5 وثلاثة حمراء تحمل الأرقام 1، 3 و 7 وكرية خضراء تحمل الرقم 3، نسحب عشوائيا على التوالي وبدون ارجاع كريتان من الكيس

① عيّن بواسطة مخطط أو جدول عدد عناصر مجموعة

الإمكانات Ω

② احسب احتمال الحواث التالية:

• الحادثة A: "سحب كريتان مختلفتان في اللون"

• الحادثة B: "سحب كريتان تحملان نفس الرقم"

• الحادثة C: "سحب كرية حمراء على الأكثر"

• الحادثة D: "سحب كرية سوداء على الأقل"

• الحادثة E: "سحب كريتان مجموع رقميهما مضاعف لـ 3"

• الحادثة F: "سحب كريتان لهما نفس اللون"

(II) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "عدد الكريات السوداء المسحوبة"

① عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله

② احسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X

(III) ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "القيمة المطلقة للفرق بين رقمي الكريتان المسحوبتان"

① عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي Y ، ثم عرّف قانون احتماله

② احسب الأمل الرياضي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي Y

◀ حل مقترح للتمرين:

(I)

① تعيين عدد عناصر مجموعة الإمكانات Ω :

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

ومنه: عدد امكانيات هاته التجربة هو 42

② حساب احتمال الحواث التالية:

• الحادثة A: "سحب كريتان مختلفتان في اللون":

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(A) = \frac{30}{42} = \frac{5}{7}$$

• الحادثة B: "سحب كريتان تحملان نفس الرقم"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(B) = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

• الحادثة C: "سحب كرية حمراء على الأكثر"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

$$P(C) = \frac{24}{42} = \frac{4}{7}$$

• الحادثة D: "سحب كرية سوداء على الأقل"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

أي:

X	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

② حساب الأمل ، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X :

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \sum_{i=1}^3 x_i p_i \\
 &= (0) \left(\frac{2}{7}\right) + (1) \left(\frac{4}{7}\right) + (2) \left(\frac{1}{7}\right) \\
 &= 0 + \frac{4}{7} + \frac{2}{7} \\
 &= \frac{6}{7} \approx \boxed{0.85}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V(X) &= \sum_{i=1}^3 (x_i)^2 p_i - (E(X))^2 \\
 &= (0)^2 \left(\frac{2}{7}\right) + (1)^2 \left(\frac{4}{7}\right) + (2)^2 \left(\frac{1}{7}\right) - \left(\frac{6}{7}\right)^2 \\
 &= 0 + \frac{4}{7} + \frac{4}{7} - \frac{36}{49} \\
 &= \boxed{2}
 \end{aligned}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{2}$$

(III)

① تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي Y :

$$Y(\Omega) = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$$

- قانون احتمال Y :

نحسب القيمة المطلقة للفرق بين رقمي الكريتان المسحوبتان:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		3	5	1	3	7	3
B_3	3		2	2	0	4	0
B_5	5	2		4	2	2	2
R_1	1	2	4		2	6	2
R_3	3	0	2	2		4	0
R_7	7	4	2	6	4		4
G_3	3	0	2	2	0	4	

ومنه:

Y	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(Y = x_i)$	$\frac{6}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{14}{42}$	$\frac{6}{42}$	$\frac{8}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$

أي:

Y	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(Y = x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$

$$P(A) = \frac{30}{42} = \boxed{\frac{5}{7}}$$

• الحادثة E : "سحب كريتان مجموع رقميهما مضاعف لـ 3"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		$B_3 B_0$	$B_5 B_0$	$R_1 B_0$	$R_3 B_0$	$R_7 B_0$	$G_3 B_0$
B_3	$B_0 B_3$		$B_5 B_3$	$R_1 B_3$	$R_3 B_3$	$R_7 B_3$	$G_3 B_3$
B_5	$B_0 B_5$	$B_3 B_5$		$R_1 B_5$	$R_3 B_5$	$R_7 B_5$	$G_3 B_5$
R_1	$B_0 R_1$	$B_3 R_1$	$B_5 R_1$		$R_3 R_1$	$R_7 R_1$	$G_3 R_1$
R_3	$B_0 R_3$	$B_3 R_3$	$B_5 R_3$	$R_1 R_3$		$R_7 R_3$	$G_3 R_3$
R_7	$B_0 R_7$	$B_3 R_7$	$B_5 R_7$	$R_1 R_7$	$R_3 R_7$		$G_3 R_7$
G_3	$B_0 G_3$	$B_3 G_3$	$B_5 G_3$	$R_1 G_3$	$R_3 G_3$	$R_7 G_3$	

$$P(E) = \frac{16}{42} = \boxed{\frac{8}{21}}$$

• الحادثة F : "سحب كريتان لهما نفس اللون"

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		$B_3 B_0$	$B_5 B_0$	$R_1 B_0$	$R_3 B_0$	$R_7 B_0$	$G_3 B_0$
B_3	$B_0 B_3$		$B_5 B_3$	$R_1 B_3$	$R_3 B_3$	$R_7 B_3$	$G_3 B_3$
B_5	$B_0 B_5$	$B_3 B_5$		$R_1 B_5$	$R_3 B_5$	$R_7 B_5$	$G_3 B_5$
R_1	$B_0 R_1$	$B_3 R_1$	$B_5 R_1$		$R_3 R_1$	$R_7 R_1$	$G_3 R_1$
R_3	$B_0 R_3$	$B_3 R_3$	$B_5 R_3$	$R_1 R_3$		$R_7 R_3$	$G_3 R_3$
R_7	$B_0 R_7$	$B_3 R_7$	$B_5 R_7$	$R_1 R_7$	$R_3 R_7$		$G_3 R_7$
G_3	$B_0 G_3$	$B_3 G_3$	$B_5 G_3$	$R_1 G_3$	$R_3 G_3$	$R_7 G_3$	

$$P(F) = \frac{12}{42} = \boxed{\frac{2}{7}}$$

(II)

① تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي X :

$$X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$$

- قانون احتمال X :

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		$B_3 B_0$	$B_5 B_0$	$R_1 B_0$	$R_3 B_0$	$R_7 B_0$	$G_3 B_0$
B_3	$B_0 B_3$		$B_5 B_3$	$R_1 B_3$	$R_3 B_3$	$R_7 B_3$	$G_3 B_3$
B_5	$B_0 B_5$	$B_3 B_5$		$R_1 B_5$	$R_3 B_5$	$R_7 B_5$	$G_3 B_5$
R_1	$B_0 R_1$	$B_3 R_1$	$B_5 R_1$		$R_3 R_1$	$R_7 R_1$	$G_3 R_1$
R_3	$B_0 R_3$	$B_3 R_3$	$B_5 R_3$	$R_1 R_3$		$R_7 R_3$	$G_3 R_3$
R_7	$B_0 R_7$	$B_3 R_7$	$B_5 R_7$	$R_1 R_7$	$R_3 R_7$		$G_3 R_7$
G_3	$B_0 G_3$	$B_3 G_3$	$B_5 G_3$	$R_1 G_3$	$R_3 G_3$	$R_7 G_3$	

اللون الأزرق لما نسحب كريتين سوداويين

اللون البرتقالي لما نسحب كرة سوداء فقط

اللون الأخضر لما لا نسحب أي كرة سوداء

ومنه:

X	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$

② حساب الأمل ، التباين والانحراف للمتغير العشوائي Y :

$$\begin{aligned} E(Y) &= \sum_{i=1}^{i=8} x_i p_i \\ &= (0) \left(\frac{1}{7} \right) + (1) \left(\frac{1}{21} \right) + (2) \left(\frac{1}{3} \right) + (3) \left(\frac{1}{7} \right) \\ &\quad + (4) \left(\frac{4}{21} \right) + (5) \left(\frac{1}{21} \right) + (6) \left(\frac{1}{21} \right) \\ &\quad + (7) \left(\frac{1}{21} \right) \\ &= \frac{1}{21} + \frac{2}{3} + \frac{3}{7} + \frac{16}{21} + \frac{5}{21} + \frac{6}{21} + \frac{7}{21} \\ &= \frac{58}{21} \\ &\approx \boxed{2.76} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(Y) &= \sum_{i=1}^{i=8} (x_i)^2 p_i - (E(Y))^2 \\ &= (0)^2 \left(\frac{1}{7}\right) + (1)^2 \left(\frac{1}{21}\right) + (2)^2 \left(\frac{1}{3}\right) \\ &\quad + (3)^2 \left(\frac{1}{7}\right) + (4)^2 \left(\frac{4}{21}\right) + (5)^2 \left(\frac{1}{21}\right) + (6)^2 \left(\frac{1}{21}\right) \\ &\quad + (7)^2 \left(\frac{1}{21}\right) - \left(\frac{58}{21}\right)^2 \\ &= \frac{1}{21} + \frac{4}{3} + \frac{9}{7} + \frac{64}{21} + \frac{25}{21} + \frac{36}{21} + \frac{49}{21} - \left(\frac{58}{21}\right)^2 \\ &= \frac{1466}{441} \\ &\approx \boxed{3.32} \end{aligned}$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{3.32} \approx \boxed{1.82}$$

انتہی دعواتکم

