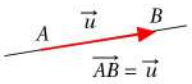
ملخص الدرس

01 مفهوم الشعاع:

لتكن A, B نقطتين من المستوى ، نقول أن الثنائية النقطية المرتبة (A , B) تعين لنا شعاعا نرمز له بـ $\overrightarrow{AB}$ تسمى النقطة A بداية الشعاع $\overrightarrow{AB}$ و B نهايته.

له ثلاث عناصر أساسية و هي :

✍ المنحى ✍ الطويلة ✍ الإتجاه



◄ إذا كانت A منطبقة على B فإن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يصبح معدوما و نكتب $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

02 تساوي شعاعين :

$\vec{u} = \vec{v}$ معناه أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس المنحى، نفس الإتجاه و نفس الطول

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم لمستو $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان حيث : $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

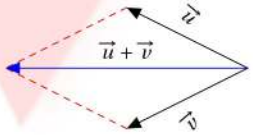
$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متساويان معناه $x = x'$ و $y = y'$

$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$	$\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$	$\vec{u} = \vec{v}$	$\begin{cases}x = x'\\y = y'\end{cases}$

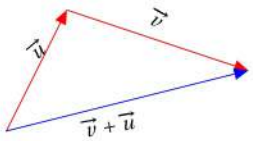
03 مجموع شعاعين :

مجموع شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو الشعاع $\vec{u} + \vec{v}$ و المعرف كمايلي :

◄ إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس المبدء فإن :



◄ إذا كانت نهاية $\vec{u}$ بداية $\vec{v}$ فإن :



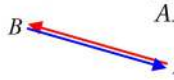
$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم لمستو $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان حيث : $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix}x + x'\\y + y'\end{pmatrix}$$

04 الشعاعان المتعاكسان :

من أجل كل نقطتين A ، B من المستوي فإن : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

نقول عن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ أنهما متعاكسان معناه لهما نفس المنحي و نفس الطويلة لكن متعاكسان في الإتجاه و نكتب $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$



05 جداء شعاع بعدد حقيقي

$\vec{u}$ شعاع من المستوي و k عدد حقيقي غير معدوم، جداء الشعاع $\vec{u}$ بعدد حقيقي هو الشعاع $k\vec{u}$ حيث :

★ $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس الأتجاه إذا كان $k > 0$

★ $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما متعاكسان الأتجاه إذا كان $k < 0$

★ $\|k\vec{u}\| = |k|\|\vec{u}\|$

خواص :

★ $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$.

★ $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$.

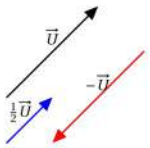
★ $k(k'\vec{u}) = kk'\vec{u}$

★ $k\vec{u} = \vec{0}$ معناه $[\vec{u} = \vec{0}$ أو $k = 0]$.

★ طويلة الشعاع $k.\vec{u}$ تساوي جداء طويلة $\vec{u}$ بالعدد $|k|$ أي : $\|k.\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$

06 الإرتباط الخطي

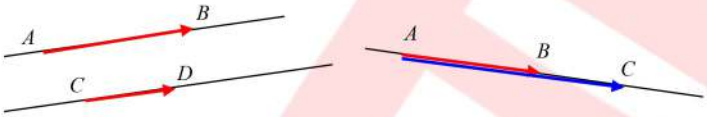
نقول عن شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ أنهما **مرتبطين خطيا** إذا كان أحدهما يساوي **جداء الآخر بعدد حقيقي**. أي إذا وجد عدد حقيقي k حيث $\vec{v} = k.\vec{u}$.



07 التوازي و الاستقامية :

مبرهنة 1 : يكون المستقيمان (AB) و (CD) **متوازيين** إذا وفقط إذا كان الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ **مرتبطين خطيا**.

مبرهنة 2 تكون النقط A ، B ، C في **استقامية** إذا وفقط إذا كان الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ **مرتبطين خطيا**.



08 الحساب الشعاعي :

مبرهنة 1 إحداثي منتصف قطعة

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم للمستوي و $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ نقطتان منه.

إحداثيا النقطة M منتصف [AB] هما $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

مبرهنة 2 مركبتا شعاع

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم للمستوي . و $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ نقطتان منه.

مركبتا الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\begin{pmatrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\end{pmatrix}$

مبرهنة 3: شرط الارتباط الخطي لشعاعين

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم للمستوي ، $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ شعاعان من المستوي

يكون الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا إذا وفقط إذا كان $xy' - x'y = 0$.

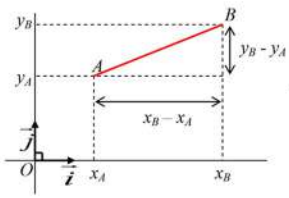
مبرهنة 4 : المسافة بين نقطتين

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي .

و $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ نقطتان منه.

المسافة بين النقطتين A و B هي : $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

ولدينا : $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$



www.dzexams.com