

الفرض الدوري 02 في مادة الرياضيات الثالثة علوم تجريبية (29 يناير 2018)

التمرين الاول: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 4$ و من أجل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{u_n^2 - 3u_n + 12}{u_n + 1}$.

1. (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_n \geq 3$.

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.

(ج) برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_n \leq 4$. (تحقق أن: $u_{n+1} - 4 = \frac{(u_n - 3)(u_n - 4) - 4}{u_n + 1}$)

(د) أدرس تقارب المتتالية (u_n) .

2. (أ) برهن أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{5}(u_n - 3)$.

(ب) استنتج أنه من أجل عدد طبيعي n : $u_n - 3 \leq \left(\frac{1}{5}\right)^n$. ثم أحسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$.

التمرين الثاني: اقتطع 16 مسافر تذاكر في المحطة بحيث 7 منهم يتوجهون إلى المحطة B بسعر 50 دينار للتذكرة الواحدة. 5 منهم يتوجهون إلى المحطة C بسعر 60 دينار للتذكرة الواحدة. 4 منهم يتوجهون إلى المحطة D بسعر 75 دينار للتذكرة الواحدة.

(1) نختار عشوائيا واحدا من هؤلاء المسافرين، و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مسافر

(أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

(ب) أحسب الأمل الرياضي ثم الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

(2) نختار عشوائيا ثلاثة من هؤلاء المسافرين

(أ) أحسب احتمال أن يكون لهؤلاء المسافرين اتجاهات مختلفة.

(ب) أحسب احتمال أن يكون اتجاه مسافر واحد على الأقل هو نحو المحطة B.

(ج) ما هو احتمال أن يكون اتجاه المسافرين الثلاثة هو المحطة B علما أنهم في نفس الاتجاه.

التمرين الثالث: g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = ae^{2x} + be^x + c$ ، a, b, c اعداد حقيقية (C_g) منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. عين الاعداد الحقيقية a, b, c بحيث (C_g) يشمل O و $g'(\ln \frac{3}{4}) = 0$ و المستقيم ذو المعادلة $y=1$ مستقيم مقارب لـ (C_g)

2. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2e^{2x} - 3e^x + 1$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(أ) أحسب نهايتي f ، عند $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم عين $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f .

(ب) حدد نقط تقاطع C_f مع محور الفواصل.

(ج) عين معادلة مماس C_f في النقطة ذات الفاصلة 0.

(د) أثبت أن النقطة ذات الفاصلة (-1) نقطة انعطاف C_f ، و عين معادلة Δ مماس C_f في هذه النقطة.

(3) أ - أنشئ C_f ، Δ و المستقيم المقارب.

ب - عين نقطة تقاطع C_f مع المستقيم المقارب.