مديرية التربية الجزائر-شرق-
ثانوية محمد طويلب -براقي-
السنة الدراسية:2020 /2021

الجمهوريّة الجزائريّة الديمقراطيّة الشعبيّة
وزارة التربية الوطنية
واجب منزلي في مادة الرياضيات
رقم 5

قدّم يوم: 2021/04/26
يرد يوم: 2021/05/02
المستوى: الأولى جذع مشترك علوم

التمرين الأول:

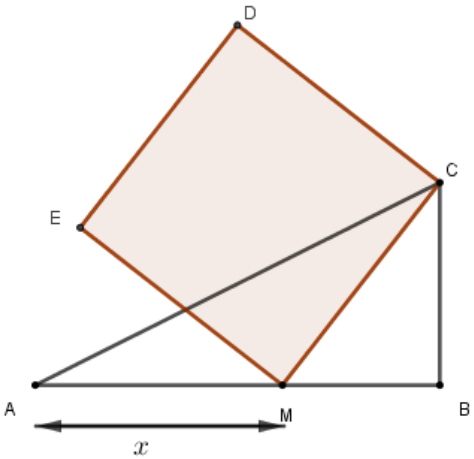
(C)هي الدائرة المثلثية ذات المركز O المرفقة بالمعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1. حوّل الى الراديان القيسين التاليين:150°و120° ثم الى الدرجة كل من $\frac{\pi}{7}$ و $\frac{5\pi}{8}$.
2. عيّن على الدائرة (C)النقطA،B،C وD صور الاعداد:$\frac{63\pi}{4}$،$\frac{2019\pi}{4}$،$-\frac{123\pi}{3}$ و-43π على الترتيب.
3. اوجد احداثيات النقط A،B،C وD في المعلم $(o,\vec{\imath};\vec{\jmath})$.
4. علما ان$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ استنتج جيب و جيب تمام الزوايا:$-\frac{\pi}{8}$; $\frac{9\pi}{8}$ و $\frac{23\pi}{8}$.
5. بيّن انّ: $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{9\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{23\pi}{8}\right)=0$
6. لتكن العبارة:$E(x)=\sin(11\pi-x)+2\sin(-x)+\sin(6\pi+x)-\cos(x-\pi)$
   - بيّن انّ: $E(x)=cosx$
   - حل في $[-\pi;\pi]$المعادلة:$E(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

التمرين الثاني:

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-8x+20$. (C_f) منحناها البياني و (P) التمثيل البياني للدالة مربع .
   أ) بيّن انّه من اجل كل عدد حقيقي x فانّ:$f(x)=(x-4)^2+4$.
   ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجالين $]-\infty;4]$ و$[4;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.
   ج) اشرح كيف يمكن استنتاج (C_f)انطلاقا من(P) ثم ارسمه.
   د) حل بيانيا المعادلة: $f(x)=\alpha$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$



2. نعتبر المثلثABC القائم فيB حيث:$BC=2cm;AB=4cm$
   M نقطة متحركة على$[AB]$ حيث $AM=x\ cm$
3. لتكن النقطتان E وD بحيث يكون$MCDE$ مربع (انظر الشكل)
   أ) ماهي مجموعة القيم الممكنة للعدد x .
   ب) عبّر عن طول الضلعMC بدلالة x ثم استنتج ان مساحة المربع $MCDE$هي $f(x)$.
   ج) استنتج قيمة x التي من اجلها تكون مساحة المربع$MCDE$ أصغر ما يمكن.

www.dzexams.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
مديرية التربية لمقاطعة الجزائر شرق

المؤسسة: ثانوية محمد طويلب –براقي-
السنة الدراسية: 2020 م – 2021 م
المستوى: 1 ج م ع ت 1
الأستاذة: جبروني صفية

الحل النموذجي للواجب المنزلي رقم 5

حل التمارين	التنقيط

حل التمرين الأول:

(C) الدائرة المثلثية ذات المركز O المرفقة بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i}\ ,\vec{j}\right)$. — 1 ن

1. أ. تحويل القيسين من الدرجة إلى الراديان:

$$180^\circ \to \pi \ \ rad$$

لدينا:

$$150^\circ \to x \ \ rad$$

ومنه: $x=\dfrac{150\times\pi}{180}=\dfrac{5}{6}\pi \ \ rad$

و $x=\dfrac{120\times\pi}{180}=\dfrac{2}{3}\pi \ \ rad$

الدرجة	الراديان
150°	$\frac{5}{6}\pi \ \ rad$
120°	$\frac{2}{3}\pi \ \ rad$

ب. تحويل القيسين من الراديان إلى الدرجة:

$$\pi \ \ rad \to 180^\circ$$

لدينا:

$$\frac{\pi}{7} \ \ rad \to x^\circ$$

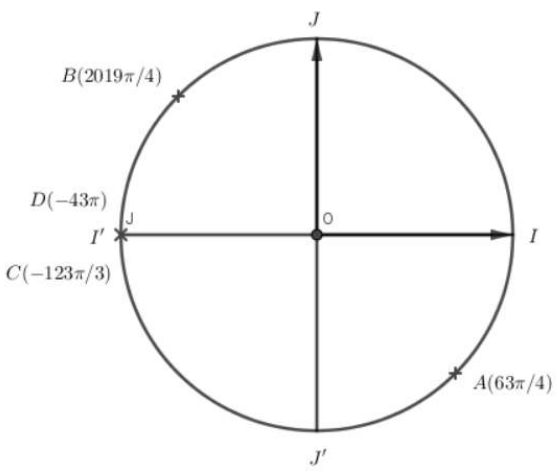
ومنه: $x=\dfrac{\frac{\pi}{7}\times 180}{\pi}=\dfrac{180}{7}$

و $x=\dfrac{\frac{5\pi}{8}\times 180}{\pi}=\dfrac{900}{8}$

$x=112.5 \ \ rad$

الراديان	الدرجة
$\frac{\pi}{7} \ \ rad$	$\frac{180}{7}$
$\frac{5\pi}{8} \ \ rad$	112.5°

2. تعيين النقط A ، B ، C و D على الدائرة المثلثية (C) : — 2 ن



لدينا:

- ✓ $\dfrac{63\pi}{4}=\dfrac{64\pi-\pi}{4}=8\times 2\pi-\dfrac{\pi}{4}$
- ✓ $\dfrac{2019\pi}{4}=\dfrac{2020\pi-\pi}{4}=252\times 2\pi+\pi-\dfrac{\pi}{4}$
- ✓ $-\dfrac{123\pi}{3}=-20\times 2\pi-\pi$
- ✓ $-43\pi=-21\times 2\pi-\pi$

— 2 ن

www.dzexams.com

3. إيجاد احداثيات النقط A ، B ، C و D في المعلم $\left(O;\vec{i}\ ,\vec{j}\right)$:

✓ احداثيات النقطة A :

لدينا: $\cos\left(\frac{63\pi}{4}\right)==\cos\left(8\times2\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(\frac{63\pi}{4}\right)=\sin\left(8\times2\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

ومنه: $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\ ;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

✓ احداثيات النقطة B :

لدينا: $\cos\left(\frac{2019\pi}{4}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(\frac{2019\pi}{4}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

ومنه: $B\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\ ;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

✓ احداثيات النقطة C :

لدينا: $\cos\left(-\frac{123\pi}{3}\right)=\cos(-20\times2\pi-\pi)=\cos(-\pi)=\cos(\pi)=-1$

$\sin\left(-\frac{123\pi}{3}\right)=\sin(-20\times2\pi-\pi)=\sin(-\pi)=-\sin(\pi)=0$

ومنه: $C\left(-1\ ;0\right)$

✓ احداثيات النقطة D :

لدينا: $\cos(-43\pi)=\cos(-21\times2\pi-\pi)=\cos(-\pi)=\cos(\pi)=-1$

$\sin(-43\pi)=\sin(-21\times2\pi-\pi)=\sin(-\pi)=-\sin(\pi)=0$

ومنه: $D\left(-1\ ;0\right)$

2.50 ن

4. استنتاج جيب وجيب تمام الزوايا:

✓ لدينا: $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ وبما أن: $\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)^2+\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2=1$

$\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2=1-\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)^2$

فإن: $\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2=1-\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)^2$

$\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$

www.dzexams.com

أي: $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ أو $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

وبما أن: $\frac{\pi}{8}\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ فإن: $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

✓ لدينا: $\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

$\sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

✓ لدينا: $\cos\left(\frac{9\pi}{8}\right)=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{8}\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

و $\sin\left(\frac{9\pi}{8}\right)=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{8}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

✓ لدينا:

$$\cos\left(\frac{23\pi}{8}\right)=\cos\left(3\pi-\frac{\pi}{8}\right)=\cos\left(2\pi+\pi-\frac{\pi}{8}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{23\pi}{8}\right)=\sin\left(3\pi-\frac{\pi}{8}\right)=\sin\left(2\pi+\pi-\frac{\pi}{8}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

01 ن

5. إثبات أن $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{9\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{23\pi}{8}\right)=0$:

لدينا:

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{9\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{23\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}+\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}-\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{9\pi}{8}\right)+\cos\left(\frac{23\pi}{8}\right)=0$$

01 ن

6. أ. إثبات أن $E(x)=\cos x$:

لدينا:

$$E(x)=\sin(11\pi-x)+2\sin(-x)+\sin(6\pi+x)-\cos(x-\pi)$$
$$E(x)=\sin(5\times2\pi+\pi-x)-2\sin(x)+\sin(3\times2\pi+x)-\cos(-(\pi+x))$$
$$E(x)=\sin(\pi-x)-2\sin(x)+\sin(x)-\cos((\pi+x))$$
$$E(x)=\sin(x)-2\sin(x)+\sin(x)+\cos(x)$$
$$E(x)=\cos(x)$$

ومنه: $E(x)=\cos(x)$

01.5 ن

ب. حل في المجال $[-\pi;\pi]$ المعادلة $E(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$:

لدينا: $E(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ تكافئ: $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

تكافئ: $x=\frac{\pi}{6}$ أو $x=-\frac{\pi}{6}$

www.dzexams.com

ومنه: $S=\left\{-\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{6}\right\}$

حل التمرين الثاني:

لدينا: $f(x)=x^2-8x+20$ و (C_f) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ. إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f(x)=(x-4)^2+4$:

$$(x-4)^2+4=x^2+4^2-2(-4)x+4$$

لدينا:

$$(x-4)^2+4=x^2-8x+20$$

$$(x-4)^2+4=f(x)$$

إذن: من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=(x-4)^2+4$

ب. دراسة اتجاه تغير الدالة f :

0.5 ن

على المجال $]-\infty;4]$:

نعتبر x_1 و x_2 عددين حقيقيين من المجال $]-\infty;4]$ حيث: $x_1<x_2$

لدينا:

$$x_1<x_2\leq 4$$

$$x_1-4<x_2-4\leq 0$$

$$(x_1-4)^2>(x_2-4)^2$$

$$(x_1-4)^2+4>(x_2-4)^2+4$$

أي: $f(x_1)>f(x_2)$

02 ن

إذن: الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;4]$.

على المجال $[4;+\infty[$:

نعتبر x_1 و x_2 عددين حقيقيين من المجال $[4;+\infty[$ حيث: $x_1<x_2$

لدينا:

$$4\leq x_1<x_2$$

$$0\leq x_1-4<x_2-4$$

$$(x_1-4)^2<(x_2-4)^2$$

$$(x_1-4)^2+4<(x_2-4)^2+4$$

أي: $f(x_1)<f(x_2)$

إذن: الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;4]$.

تشكيل جدول التغيرات:

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	4	$\nearrow$

ج. شرح كيفية استنتاج (C_f) انطلاقا من (P) :

لتكن: $M(x;y)$ نقطة من المنحنى (C_f) معناه $y=f(x)$

أي:

$$y=(x-4)^2+4$$

$$y-4=(x-4)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

www.dzexams.com

بوضع: $\begin{cases} X = x-4 \\ Y = y-4 \end{cases}$ و بالتعويض في (1) نجد: $Y = X^2$

ومنه: المنحنى (C_f) هو صورة المنحنى (P) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{U}(4;4)$

02 ن

✓ رسم المنحنى (C_f):

انظر التمثيل المرفق

د. حل بيانيا المعادلة $f(x)=\alpha$:

حلول المعادلة $f(x)=\alpha$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=\alpha$

$\alpha \in]-\infty;4[$: المعادلة لا تقبل حلول.

$\alpha = 4$: المعادلة تقبل حل واحد $x=4$.

$\alpha \in]4;+\infty[$: المعادلة تقبل حلين موجبين.

2. أ. تعيين مجموعة القيم الممكنة للعدد x :

01.5 ن

لدينا: $AM = x$ و $M \in [AB]$

إذن: $x \in [0;4]$

ب. التعبير عن MC بدلالة x :

0.50 ن

بما ان المثلث MBC قائم في B فإنه بتطبيق نظرية فيثاغورس نجد:

$$MC^2 = MB^2 + BC^2$$
$$MC^2 = (4-x)^2 + 2^2$$
$$MC^2 = 16 - 8x + x^2 + 4$$
$$MC^2 = x^2 - 8x + 20$$

أي: $MC = \sqrt{x^2 - 8x + 20}\ \ cm$

✓ استنتاج ان مساحة المربع $MCDE$ هي $f(x)$:

01 ن

لدينا: $S_{MCDE} = MC^2$ أي: $S_{MCDE} = \sqrt{x^2 - 8x + 20}^2$

ومنه: $S_{MCDE} = x^2 - 8x + 20$

$S_{MCDE} = f(x)\ \ cm^2$

ج. استنتاج قيمة x التي تكون من أجلها مساحة المربع $MCDE$ أصغر ما يمكن:

01 ن

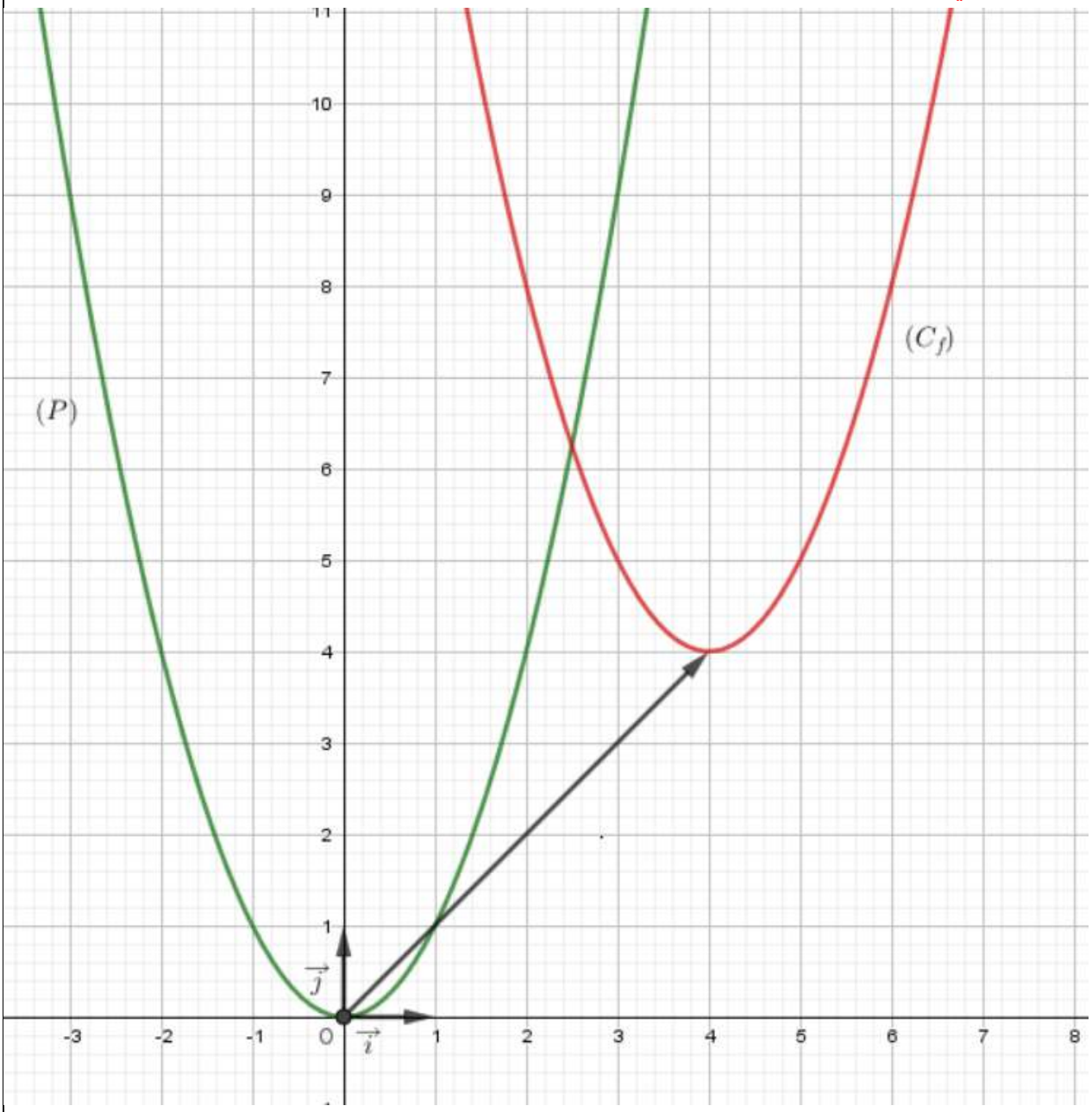
من جدول تغيرات الدالة f نلاحظ أن الدالة تقبل قيمة حدية صغرى قيمتها 4 تبلغها من أجل $x=4$.

إذن: تكون مساحة المربع أصغر ما يمكن إذا كانت $S_{MCDE} = 4\ \ cm^2$ والتي تبلغها من أجل $x=4$.

0.50 ن

www.dzexams.com

التمثيل البياني (C_f).



www.dzexams.com