

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية ❖

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 01 :

- I - ليكن a و b عددين حقيقيين و f دالة معرفة على $\mathbb{R}/\{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x-1}$.
- ◀ (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- عين العددين الحقيقيين a و b حتى تكون $f(-1) = 0$ قيمة حدية لـ f .

II - نضع فيما يلي : $a = 1$ و $b = 2$.

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- ② أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا .
- ③ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}/\{1\}$: $f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$.
ب - استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
- ④ أ - أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .
ب - ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
- ⑤ جد إحداثي Ω نقطة تقاطع (Δ) مع المستقيم المقارب العمودي .
- ⑥ أثبت أن النقطة Ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
- ⑦ أثبت أنه لا يوجد أي مماس للمنحنى (C_f) يشمل النقطة Ω .
- ⑧ بين أن (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم ذو المعادلة $y = -3x - 5$ ثم اكتب معادلة كل منهما .
- ⑨ أرسم (C_f) ، المستقيمان المقاربين والمماس (T) .

III - الدالة المعرفة على $\mathbb{R}/\{-1; 1\}$ بـ : $g(x) = \frac{x^2 + 2|x| + 1}{|x| - 1}$.

- ◀ (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .
- ① أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}/\{-1; 1\}$: $g(x) = f(|x|)$.
 - ② اشرح كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه .
 - ③ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $g(x) = m$.

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية ❖

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 02 : باك علوم 2014 - بتصرف بسيط -

I - g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- ② أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها
- ③ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.7 < \alpha < 0.8$
- ④ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$

◀ (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- ② أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$
- ب- أثبت أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له
- ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)
- ③ أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$
- ب- استنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات f (نأخذ : $f(\alpha) = -0.1$)
- ④ أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$
- ⑤ أرسم (C_f) والمستقيم (Δ)

III - h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$

◀ (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

- ① تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن : $h(x) = f(x) - 2$
- ② استنتج أن المنحنى (C_h) هو صورة المنحنى (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه
- ③ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $h(x) = m$

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية ❖

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمي

المسألة رقم 03 :

I - لتكن g دالة كثير حدود معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.
- ② أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
- ③ أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.1 < \alpha < 2.2$.
- ④ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} / \{-1; 1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$.

- ◀ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا .
 - ② أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - ③ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} / \{-1; 1\}$: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$.
ب - استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ④ عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - ⑤ أ - عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c و d حيث من أجل كل $x \in \mathbb{R} / \{-1; 1\}$: $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 - 1}$.
ب - أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .
ج - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
 - ⑥ بين أن : $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha + 2$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-1}) .
 - ⑦ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم (Δ) (لا يطلب كتابة معادلتيهما) .
 - ⑧ أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .
 - ⑨ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$.

III - نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} / \{-1; 1\}$ بـ : $h(x) = \frac{|x|^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$.

◀ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

- ① أثبت أن الدالة h زوجية .
- ② اشرح طريقة إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية ❖

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 04 :

- I - لتكن a, b, c أعداد حقيقية و f دالة معرفة على $\mathbb{R}/\{2\}$ بـ : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.
- ◀ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- ◀ الجدوال الموالي يمثل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	-
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	-2	$-\infty$

□ اعتماداً على جدول التغيرات :

- ① عين قيمة كل من الأعداد الحقيقية a, b و c .
- ② بين أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً عمودياً يطلب تعيين معادلته .
- ③ قارن بين العددين الحقيقيين $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ و $f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

II - نضع : $a = -1$ ، $b = 2$ و $c = -1$

- ① أ - أثبت أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلته له .
ب - ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- ② أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}/\{2\}$ فإن : $4 - x \in \mathbb{R}/\{2\}$ و $f(4 - x) + f(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً
- ③ ليكن T_0 و T_1 مماسا (C_f) عند x_0 و x_1 من D_f حيث $x_0 \neq x_1$.
□ جد علاقة بين x_0 و x_1 حتى يكون T_0 و T_1 متوازيين .
- ④ أنشئ (C_f) ، (Δ) والمستقيم المقارب العمودي .
- ⑤ ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m - x$.

III - الدالة المعرفة على $\mathbb{R}/\{-2\}$ بالعلاقة : $g(x) = -f(-x)$

- ◀ (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .
- اشرح كيفية إنشاء (C_g) انطلاقاً من المنحنى (C_f) ثم أنشئه .

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

♦ مسائل نموذجية للبكالوريا ♦ الدوال العددية ♦

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 05 :

I نعتبر الدالة f المعرفة على $] -\infty; 0] \cup] 1; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}}$

• (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

① أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

② أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

③ أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 0$ من اليسار ثم فسر النتيجة هندسيا .

④ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in] -\infty; 0] \cup] 1; +\infty[$: $f'(x) = 1 + \frac{1}{2(x-1)^2 \sqrt{\frac{x}{x-1}}}$

ب - استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

⑤ أحسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .

⑥ أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha \in \left] 2; \frac{5}{2} \right[$

⑦ بين أن معادلة المماس (T_α) للمنحنى (C_f) عند $x_0 = \alpha$ تكتب على الشكل : $y = \left[1 + \frac{1}{2(\alpha-1)^3} \right] (x - \alpha)$

⑧ أكتب معادلة المستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A(0; -1)$ ويوازي (Δ) .

⑨ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمين (Δ) و (d) .

⑩ ناقش بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

II - نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = - \left(|x| + 1 + \sqrt{\frac{|x|}{|x|+1}} \right)$

• وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

① أثبت أن الدالة g زوجية .

② اشرح طريقة إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

* بالتوفيق في شهادة البكالوريا * 2024 *

♦ مسائل نموذجية للبكالوريا ♦ الدوال العددية ♦

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المادة : رياضيات

المسألة رقم 06 :

- I - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 \right)$.
- ◀ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا .
 - ② أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{1}{2(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.
ب - استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ③ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f''(x) = -\frac{3x}{2(x^2+1)^2\sqrt{x^2+1}}$.
ب - أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف Ω يطلب تعيين إحداثياتها .
ج - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة Ω .
 - ④ أثبت أن النقطة Ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
 - ⑤ أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T) .
- II - نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
$$\begin{cases} g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right) ; x \in \mathbb{R}^* \\ g(0) = -1 \end{cases}$$
- ◀ (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .
- ① أثبت أن الدالة g مستمرة عند $x_0 = 0$ من اليسار .
 - ② أثبت أن الدالة g غير مستمرة عند $x_0 = 0$ من اليمين .
 - ③ أدرس قابلية اشتقاق الدالة g عند $x_0 = 0$ من اليسار ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - ④ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا .
 - ⑤ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$: $g'(x) = -|x| f'(x)$.
ب - استنتج تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ⑥ أثبت أن النقطة Ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_g) .
 - ⑦ أثبت أن المنحنى (C_g) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثيهما .
 - ⑧ أنشئ المنحنى (C_g) .

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية ❖

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 07 :

I - دالة معرفة على المجال $[-2; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 4$:

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
- ② أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[-2; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها
- ③ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[-2; +\infty[$ ثم تحقق أن : $-0.6 < \alpha < -0.5$.
- ④ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[-2; +\infty[$.

II - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 1} \sqrt{x+2}$:

◀ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- ② أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0 = -2$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا .
- ③ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in]-2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{\sqrt{x+2} \times g(x)}{2(x^2 + 1)^2}$.
ب - أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[-2; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .
- ④ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند $x_0 = 0$.
- ⑤ أدرس إشارة $f(x)$ على المجال $[-2; +\infty[$.
- ⑥ أرسم (C_f) والمماس (T) .
- ⑦ من أجل $x \geq -2$: ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$x(x+2)^{\frac{3}{2}} = |m|(x^2 + 1)$$

III - الدالة المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ بـ : $h(x) = f(x) \times |f(x)|$:

- ① أحسب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.
- ② شكل جدول تغيرات الدالة h على المجال $[-2; +\infty[$.

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 08 :

- I -** نعتبر الدالة f المعرفة على $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{\frac{(x-1)^3}{x+1}}$
- ◀ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 - ② أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا .
 - ③ أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 1$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - ④ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$: $f'(x) = (x+2) \sqrt{\frac{x-1}{(x+1)^3}}$
 ب - أدرس تغيرات الدالة f على $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ⑤ أ - أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.
 ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) على المجال $]2; +\infty[$.
 - ⑥ أ - أثبت أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $-\infty$.
 ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ') على المجال $] -\infty; -1[$.
 - ⑦ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمات المقاربة .
- II -** الدالة g المعرفة على $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = |x+1| \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$
- ◀ (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المعلم السابق .
- ① بين أنه من أجل كل $x \in] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$: $g(x) = f(-x)$
 - ② إشرح طريقة إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .
- III -** الدالة h المعرفة على $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ : $h(x) = f(x) \times g(x)$
- ◀ (C_h) التمثيل البياني للدالة h في المعلم السابق .
- ① أثبت أن الدالة h زوجية .
 - ② أثبت أن المنحنى (C_h) هو صورة جزء من منحنى الدالة مربع بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه .
 - ③ أنشئ المنحنى (C_h) .

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية ❖

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 09 :

I - نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1 - x\sqrt{x^2 - x}}{x}$

◀ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

② أ- بين أنه من أجل كل $x \in]1; +\infty[$: $\frac{f(x) - 1}{x - 1} = -\frac{1}{x} - \sqrt{\frac{x}{x - 1}}$

ب- أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند $x_0 = 1$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا .

③ أ- أثبت أنه من أجل كل $x \in]1; +\infty[$: $f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x}}$

ب- أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

④ أ- أثبت أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - x}) = \frac{1}{2}$

ب- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2} - x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ج- أثبت أنه من أجل كل $x \in]1; +\infty[$:

$$f(x) - \left(\frac{1}{2} - x\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{2(2x - 1 + 2\sqrt{x^2 - x})}$$

د - استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) على المجال $]1; +\infty[$

⑤ أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.3 < \alpha < 1.4$

⑥ أثبت أن معادلة المماس (T_α) للمنحنى (C_f) عند $x_0 = \alpha$ هي : $y = \left(\frac{3}{2}\alpha - 2\alpha^2\right)(x - \alpha)$

⑦ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمان المقاربان .

II - الدالة g المعرفة على المجال $] -\infty; 0]$ بـ : $g(x) = \frac{1}{1 - x} - \sqrt{x^2 - x}$

◀ (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المعلم السابق .

① بين أنه من أجل كل $x \in] -\infty; 0]$: $g(x) = f(1 - x)$

② أثبت أن المنحنى (C_g) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β يطلب تعيين حصر لها .

③ أثبت أن معادلة المماس (T_β) للمنحنى (C_g) عند $x_0 = \beta$ هي : $y = \left(2\alpha^2 - \frac{3}{2}\alpha\right)(x - \beta)$

④ إشرح طريقة إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

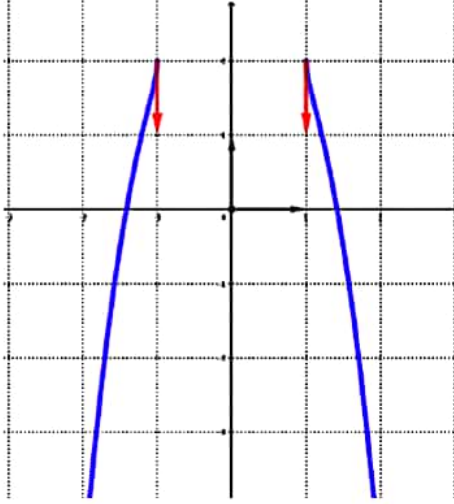
❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 10 :



I - نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ ب :

$$g(x) = 2 - x^2\sqrt{x^2 - 1}$$

◀ التمثيل البياني للدالة g كما هو موضح في الشكل المقابل .

① أحسب $g(\sqrt{2})$ و $g(-\sqrt{2})$

② أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

③ بقراءة بيانية حدد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - 2}{x - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - 2}{x + 1}$

④ بقراءة بيانية حدد إشارة $g(x)$ على $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ ب :

$$f(x) = 1 - x + \frac{2\sqrt{x^2 - 1}}{x}$$

◀ التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

① أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = -1$ من اليسار مفسرا النتيجة هندسيا .

② أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 1$ من اليمين مفسرا النتيجة هندسيا .

③ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2\sqrt{x^2 - 1}}$

ب - أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

④ أ - أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) على المجال $[1; +\infty[$.

⑤ أ - أثبت أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y = -x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $-\infty$.

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ') على المجال $]-\infty; -1]$.

⑥ أثبت أن النقطة $\Omega(0; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

⑦ أ - أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور القواسل في نقطة وحيدة فاصلتها α تختلف عن 1 حيث : $2.8 < \alpha < 2.9$.

ب - بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند $x_0 = -\alpha$ هي : $y = f'(\alpha)x + 2f'(\alpha)$.

⑧ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمان (Δ) و (Δ') .

⑨ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(\sqrt{|m|} - 1)x - 2\sqrt{x^2 - 1} = 0$

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية ❖

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 11 :

- I -** نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{x+1}{2x} \sqrt{27+x^2}$
- ◀ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا .
 - ② أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - ③ أ- بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{2x^2\sqrt{27+x^2}}$.
ب- أدرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^*$ ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ④ شكل جدول إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}^*$.
 - ⑤ أ- بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) - \frac{x+1}{2} = \frac{x+1}{2x} \times \frac{27}{\sqrt{27+x^2}+x}$.
ب- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{x+1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.
ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
 - ⑥ أثبت أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y = -\frac{x+1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $-\infty$.
ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ') .
 - ⑦ بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$ هي : $y = -x\sqrt{7} - \sqrt{7}$.
 - ⑧ أنشئ المنحنى (C_f) ، المماس (T) والمستقيمات المقاربة .
 - ⑨ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\sqrt{27+x^2} - mx = 0$.
- II -** نعتبر الدالة g المعرفة بـ : $g(x) = \sqrt{-[f(x)]^3}$
- ① حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g .
 - ② أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .
 - ③ أحسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.
 - ④ شكل جدول تغيرات الدالة g .

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

❖ مسائل نموذجية للبكالوريا ❖ الدوال العددية ❖

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المسألة رقم 12 :

I - دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x\sqrt{x^2 + 1} - 1$

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$
- ② أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها
- ③ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.7 < \alpha < 0.8$
- ④ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3}{3} - \sqrt{x^2 + 1}$

◀ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- ② أ- أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$
ب- أدرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها
- ③ بين أن : $f(\alpha) = \frac{\alpha^4 - 3}{3\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
- ④ أ- بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $1.8 < \beta < 1.9$
ب- بين أن معادلة المماس لـ (C_f) عند $x_0 = \beta$ هي : $y = \left(\beta^2 - \frac{3}{\beta^2}\right)(x - \beta)$
- ⑤ شكل جدول إشارة $f(x)$
- ⑥ أنشئ المنحنى (C_f)

III - نعتبر الدالة العددية h المعرفة بـ : $h(x) = \sqrt{f(x^2)}$

- ① حدد D_h مجموعة تعريف الدالة h
- ② أحسب $h'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

♦ دبلابات ♦ الدوال العددية ♦

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

الدبابة رقم 01 : سلسلة القبة - بتصريف بسيط -

I - g دالة معرفة على $\mathbb{R}/\{-1\}$ بـ : $g(x) = \frac{2x^3 + 9x^2 + 12x + 4}{(x+1)^2}$

- ① أحسب نهايات g عند أطراف مجموعة تعريفها .
- ② عين الأعداد الحقيقية a, b, c حيث : $g(x) = ax + b + \frac{c}{(x+1)^2}$
- ③ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}/\{-1\}$: $g'(x) = \frac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^3}$
ب - أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
- ④ أحسب $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}/\{-1\}$

II - نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}/\{-1\}$ بـ : $f(x) = x^2 + 5x + \frac{1}{x+1}$

◀ (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- ① أحسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها .
- ② أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}/\{-1\}$: $f'(x) = g(x)$
ب - استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها .
- ③ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .
- ④ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -3 : $x_0 = -3$
- ⑤ أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور القواسل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-6 < \alpha < -5$
- ⑥ عين حصر للعدد α سعته 10^{-1}
- ⑦ أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T)
- ⑧ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(x^2 + 5x)(x+1) - mx = m - 1$

III - h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}/\{1\}$ بـ : $h(x) = f(-x)$

◀ (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

- ① اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f)
- ② أنشئ المنحنى (C_h)

✳ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✳ 2024

♦ تدريبات الدوال العددية ♦

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

التدربة رقم 02 :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3} ; x \neq 3 \\ f(3) = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{I - نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة على المجال } [2; +\infty[\text{ بـ :}$$

- ◀ (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $(\|\vec{i}\| = 2cm)$.
- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - ② أثبت أن الدالة f مستمرة عند $x_0 = 3$.
 - ③ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 3 لدينا :

$$\frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -\frac{1}{2(2\sqrt{x-2} + x - 1)}$$

- ④ أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 3$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
- ⑤ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 3$.
- ⑥ تحقق أنه من أجل كل $x \in [2; +\infty[$:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2} + 1}$$

- ⑦ أثبت أنه من أجل كل $x \in]2; +\infty[$:

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x-2}(\sqrt{x-2} + 1)^2}$$

- ⑧ أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
- ⑨ أنشئ المنحنى (C_f) .

❖ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ 2024

♦ تدريبات الدوال العددية ♦

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المادة : رياضيات

الدبابة رقم 03 :

I - g دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x - \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$

② أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$:

$$g'(x) = \frac{(2x + \sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}{2x\sqrt{x}}$$

③ أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

④ استنتج أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $g(x) \geq 1$

II - f دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 2\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}$

◀ (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا .

② أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

③ أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

④ أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

⑤ أثبت أن (C_f) يقبل مماسا (T) يعامد المستقيم (d) ذو المعادلة $y = -x$ يطلب كتابة معادلة له .

⑥ أحسب $f\left(\frac{1}{4}\right)$ و $f(4)$.

⑦ أثبت أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $5.5 < \alpha < 5.6$.

⑧ أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T) .

III - h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x) = |x| - 2\sqrt{|x|} - \frac{2}{\sqrt{|x|}}$

◀ (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

① أثبت أن الدالة h زوجية .

② إشرح طريقة إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

✧ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✧ 2024

♦ تدريبات ♦ الدوال العددية ♦

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

التدريبات رقم 04 :

I - نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty; -4[\cup]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}}$

- ① أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجالات تعريفها .
- ② أ - بين أنه من أجل كل $x \in]-\infty; -4[\cup]0; +\infty[$: $g'(x) = -\frac{4}{\sqrt{(x^2+4x)^3}}$.
ب - أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها .
- ③ استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty; -4[\cup]0; +\infty[$.

II - f دالة معرفة على $]-\infty; -4[\cup]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2+4x}$

- ◀ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- ① احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ مفسرا النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - ② أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 0$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - ③ أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = -4$ من اليسار ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - ④ أ - بين أنه من أجل $x \in]-\infty; -4[\cup]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$.
ب - أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ⑤ أ - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x - 3]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل على المجال $]0; +\infty[$.
 - ⑥ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم المقارب المائل .

III - h دالة معرفة على $]-\infty; -4[\cup]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x + 1 - \sqrt{x^2+4x}$

- ◀ (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .
- ① برهن أن المنحنيين (C_f) و (C_h) متناظران بالنسبة للنقطة Ω حيث $\Omega(-2; -1)$.
 - ② نعتبر المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوى التي تحقق المعادلة : $(E) : 1 - 2x - 2y(1+x) + y^2 = 0$.
أ - تحقق أن المعادلة (E) تكافئ : $(y - x - 1)^2 = x^2 + 4x$.
ب - استنتج أن : $(\Gamma) = (C_f) \cup (C_h)$.
ج - أنشئ المجموعة (Γ) في المعلم السابق .

✱ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✱ 2024

♦ درجبات ♦ الدوال العددية ♦

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

الدبابة رقم 05 :

- I -** نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 2$.
- ① بين أن الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.
 - ② بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 1.6$.
- II -** نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{1+x^2}}$.
- ◀ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- ① أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $x + \sqrt{1+x^2} > 0$.
 - ب - استنتج D_f مجموعة تعريف الدالة f .
 - ② أدرس استمرارية الدالة f على $\mathbb{R}$.
 - ③ بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - ④ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - ⑤ أ - بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x + \sqrt{1+x^2}}{2\sqrt{1+x^2}\sqrt{x + \sqrt{1+x^2}}}$.
 - ب - أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ⑥ بين أن (C_f) يقبل مماسين موازيين للمستقيم ذو المعادلة : $y = \frac{x}{2}$ (لا يطلب كتابة معادلتيهما) .
 - ⑦ أنشئ المنحنى (C_f) .
- III -** نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = \frac{1}{f(x)}$.
- ◀ (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق .
- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$.
 - ② أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .
 - ③ برهن أن المنحنيين (C_f) و (C_h) متناظران بالنسبة لمحور الترتيب .
 - ④ نعتبر المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي التي تحقق المعادلة :
- $$(E) : y^2 - [f(x) + h(x)]y + 1 = 0$$
- أثبت أن : $(\Gamma) = (C_f) \cup (C_h)$ ثم أنشئ المجموعة (Γ) في المعلم السابق .

* بالتوفيق في شهادة البكالوريا * 2024 *

♦ درجبات ♦ الدوال العددية ♦

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

الدبابة رقم 06 :

- ليكن n عدد طبيعي ولنعتبر الدالة f_n المعرفة على المجال $[-1; 0]$ بـ : $f_n(x) = (1+x)^n \sqrt{-x(1+x)}$
- (C_n) التمثيل البياني للدالة f_n في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- وحدة الطول (10cm)

I - من أجل $n = 0$:

- 1 • بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = -\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_0) .
- 2 • أثبت أن المنحنى (C_0) هو نصف دائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.
- 3 • أدرس قابلية اشتقاق الدالة f_0 عند $x_0 = -1$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا.
- 4 • أدرس قابلية اشتقاق الدالة f_0 عند $x_0 = 0$ من اليسار ثم فسر النتيجة هندسيا.
- 5 • أدرس تغيرات الدالة f_0 ثم شكل جدول تغيراتها.
- 6 • ليكن (T_α) مماس المنحنى (C_0) عند النقطة ذات الفاصلة α من $]-1; 0[$ $\left\{ -\frac{1}{2} \right\}$.
- أ - بين أنه يوجد مماس (T_β) لـ (C_0) عند النقطة ذات الفاصلة β من $]-1; 0[$ $\left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ حيث $f'(\beta) + f'(\alpha) = 0$
- ب - أثبت أن نقطة تقاطع (T_α) و (T_β) تنتمي لمحور تناظر المنحنى (C_0) .
- 7 • أنشئ المنحنى (C_0) .

II - من أجل n عدد طبيعي غير معدوم :

- 1 • بين أن جميع المنحنيات (C_n) تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيين إحداثيهما.
- 2 • أدرس قابلية اشتقاق الدالة f_n عند $x_0 = -1$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا.
- 3 • أدرس قابلية اشتقاق الدالة f_n عند $x_0 = 0$ من اليسار ثم فسر النتيجة هندسيا.
- 4 • أ - أثبت أنه من أجل كل $x \in]-1; 0[$ $\left(-x - \frac{1}{2n+2} \right) : f'_n(x) = \frac{(n+1)(1+x)^n}{\sqrt{-x(1+x)}}$
- ب - أدرس تغيرات الدالة f_n ثم شكل جدول تغيراتها.
- 5 • أ - بين أنه من أجل كل $x \in [-1; 0]$ وكل $n \in \mathbb{N}^*$: $f_{n+1}(x) - f_n(x) = x f_n(x)$
- ب - استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .
- 6 • أنشئ في نفس المعلم السابق المنحنيين (C_1) و (C_2) .

* بالتوفيق في شهادة البكالوريا * 2024 *

♦ تدريبات ♦ الدوال العددية ♦

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

التدريبات رقم 07 :

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ بـ : $g(x) = 1 - 2x \tan x$:

- ① أحسب $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} g(x)$.
- ② أثبت أنه من أجل كل $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$: $g'(x) = -2[\tan x + x(1 + \tan^2 x)]$.
- ③ أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
- ④ أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{4}$.
- ⑤ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

II - لتكن الدالة f المعرفة على المجال $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ بـ : $f(x) = \sqrt{|x|} \cos x$:

- ◀ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 3cm) .
- ① أدرس شفعية الدالة f ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - ② أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 0$ من اليمين ثم فسر النتيجة هندسيا .
 - ③ أثبت أن : $\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{3}} < f(\alpha) < \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{5}}$.
 - ④ أثبت أنه من أجل كل $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$: $f'(x) = \frac{\cos x \times g(x)}{2\sqrt{x}}$.
 - ⑤ أدرس تغيرات الدالة f على المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ثم شكل جدول تغيراتها .
 - ⑥ أثبت أنه من أجل كل $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$: $f(x) < 1$.
 - ⑦ أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

III - نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$ بـ : $h(x) = \cos x - \sqrt{x}$:

- ① أدرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها .
- ② أثبت أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا β حيث $\frac{\pi}{6} < \beta < \frac{\pi}{2}$.
- ③ أثبت أن :

$$h(\alpha) = -\frac{\alpha(1 - \tan \alpha)^2}{(1 + \tan^2 \alpha)(\sqrt{\alpha} + \cos \alpha)}$$

- ④ استنتج إشارة $h(\alpha)$.
- ⑤ بين أن : $f\left(\frac{\pi}{6}\right) < \beta < f(\alpha)$.

✳ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✳ 2024

♦ تدريبات ♦ الدوال العددية ♦

المادة : رياضيات

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

التدريبات رقم 08 :

- I -** لتكن f دالة معرفة ومستمرة على المجال $[0; 1]$ وقابلة للاشتقاق على المجال $]0; 1[$.
- ◀ نضع : $f(0) = 1$ و $f(1) = 0$.
- ◀ f' الدالة المشتقة للدالة f معرفة على المجال $]0; 1[$ بـ : $f'(x) = -\frac{2}{\pi\sqrt{1-x^2}}$.
- بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $[0; 1]$.
- II -** نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ بـ : $g(x) = f(\cos x) - \frac{2}{\pi}x$.
- ① بين أن الدالة g مستمرة على المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
- ② بين أن الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$.
- ③ أحسب $g'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$.
- ④ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ فإن : $f(\cos x) = \frac{2}{\pi}x$.
- III -** نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ بـ : $h(x) = f(\cos x) + f(\sin x)$.
- ① بين أن الدالة h مستمرة على المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
- ② بين أن الدالة h قابلة للاشتقاق على المجال $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$.
- ③ أحسب $h'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$.
- ④ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ فإن : $h(x) = 1$.

* بالتوفيق في شهادة البكالوريا * 2024 *

♦ درابات ♦ الدوال العددية ♦

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية

المادة : رياضيات

الدابة رقم 09 :

I - نعتبر الدالة g_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g_n(x) = (\sin x)^{2n-2} - (\cos x)^{2n-2}$

◀ حيث n عدد طبيعي أكبر تماما من 1 .

① أ - أثبت أن المعادلة $g_n(x) = 0$ تكافئ المعادلة $|\tan x| = 1$.

ب - استنتج حلول المعادلة $g_n(x) = 0$ في $\mathbb{R}$.

② أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g_n(x)$ على المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

II - لتكن الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_n(x) = (\sin x)^{2n} + (\cos x)^{2n}$

◀ (C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① أدرس شفعية الدالة f_n .

② أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f_n\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - f_n(x) = 0$ ، ماذا تستنتج ؟

③ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'_n(x) = n \sin(2x) g_n(x)$.

④ لتكن U_n القيمة الحدية المحلية الصغرى للدالة f_n على $\mathbb{R}$.

□ أثبت أن (U_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

⑤ أدرس تغيرات الدالة f_n على المجال I حيث $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

⑥ أ - أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n > 1$:

$$f_n(x) - f_{n+1}(x) = \frac{1}{4}(\sin 2x)^2 [(\sin x)^{2n-2} + (\cos x)^{2n-2}]$$

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنين (C_n) و (C_{n+1}) على المجال I .

⑦ أنشئ المنحنين (C_2) و (C_3) في نفس المعلم على المجال I .

⑧ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$2m - 2 + (\sin 2x)^2 = 0$$

✧ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✧ 2024