

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول: (20 نقطة)

التمرين الأول : (06 نقاط)

ليكن العدد الصحيح $a = 100$

1. عين باقي قسمة العدد a على 3.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $10^n - 1 \equiv 0[3]$.
3. استنتج باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3.
4. بين أن العدد $5 \times 10^{1439} + 7 \times 10^{2018}$ يقبل القسمة على 3.
5. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العددان $n - 2$ و 10^n متوافقين بترديد 3.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

في سنة 2005 بلغ عدد سكان إحدى بلديات ولاية A 7500 نسمة، ويزداد عدد السكان في هذه البلدية بنسبة 2% من سنة إلى أخرى. نرمز بـ v_n إلى عدد سكان هذه البلدية خلال السنة $2005 + n$.

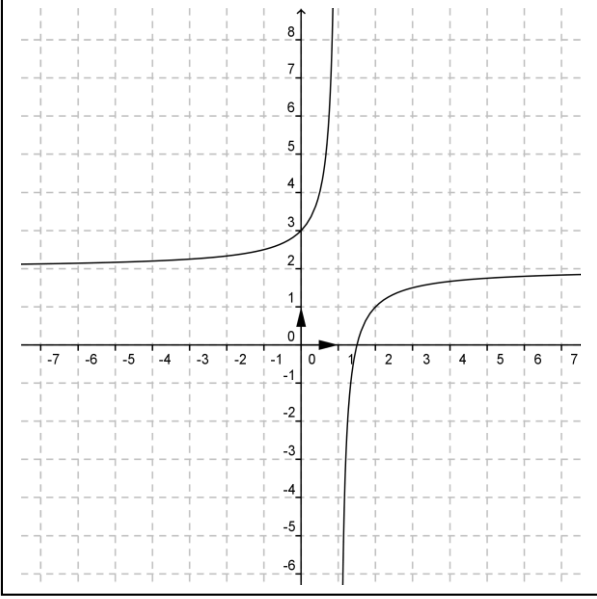
1. عين v_0 ثم أحسب v_1 و v_2 .
2. أوجد علاقة بين v_n و v_{n+1} .
3. تحقق أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 1,02 .
4. عبر عن عبارة الحد العام v_n بدلالة n .
5. كم من المتوقع أن يصل عدد السكان في هذه البلدية في سنة 2020؟ (تعطى النتيجة مدورة إلى

الصفحة 1 من 2

(الوحدة)

اجعل شعارك : أنا مصمم على بلوغ الهدف فإما أن أنجح ... وإما ... أن أنجح

التمرين الثالث: (08 نقاط)



I. f دالة ناطقة معرفة على $] - \infty; 1[\cup] 1; +\infty[$

(Cf) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (انظر التمثيل المقابل)

1. بقراءة بيانية ضع تخمينا لنهايات الدالة f .
2. حدّد من البيان معادلات للمستقيات المقاربة للمنحني (Cf).
3. صف اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين من البيان حلول المعادلتين $f(x) = 1$ ، $f(x) = 3$
5. عين من البيان حلول المتراجحة $f(x) > 3$.

II. نعتبر الآن أن الدالة f معرفة بالعلاقة $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$.
2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم تأكد من تحمينك السابق.
3. احسب $f'(x)$ عبارة مشتقة الدالة f على مجموعة تعريفها.
4. أثبت وجود مماسين للمنحني (Cf) ، معاملا توجيهيهما مساويان لـ 1 ، عند نقطتين مختلفتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

الصفحة 2 من 4

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبية لشعبة آداب وفلسفة ولغات

الموضوع الأول:

التمرين الاول

<u>1</u>	100 على 3 هو 1 لأن $100 = 33(3)+1$	1
<u>1</u>	لدينا: $10 \equiv 1[3]$ إذن $10^n \equiv 1^n[3]$ أي: $10^n \equiv 1[3]$ ومنه $10^n - 1 \equiv 0[3]$	2
<u>1</u>	$a^7 \equiv 1[3]$ ومنه $4a^7 \equiv 4[3]$ إذن: $4a^7 - 6 \equiv 4 - 6[3]$ أي $4a^7 - 6 \equiv -2[3]$ وبالتالي $4a^7 - 6 \equiv 1[3]$ يعني أن باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3 هو 1	3
<u>1.5</u>	لدينا: $10^n \equiv 1[3]$ إذن: $10^{2017} \equiv 1^{2017}[3]$ وكذلك: $10^{1438} \equiv 1^{1438}[3]$ ، إذن: $10^{2017} \equiv 7[3]$ و $10^{1438} \equiv 5[3]$ إذن: $(5)10^{1438} + (7)10^{2017} \equiv 12[3]$ وبما أن 12 مضاعف ل 3 فإن العدد $(5)10^{1438} + (7)10^{2017}$ مضاعف للعدد 3	4
<u>1.5</u>	يكون العددين متوافقان بترديد 3 عندما يكون لهما نفس باقي القسمة على 3، بما أن $10^n \equiv 1[3]$ وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n = 3k ; k \in \mathbb{Z}$ وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n = 3k ; k \in \mathbb{Z}$ أي: $n - 2 \equiv 1[3]$ و $n \equiv 0[3]$	5

التمرين الثاني:

<u>1.5</u>	$v_0 = 7500$ حساب v_1 و v_2 $v_1 = v_0 + 0.02v_0 = 7500 + 0.02(7500) = 7650$ و $v_2 = v_1 + 0.02v_1 = 7650 + 0.02(7650) = 7803$	1
<u>1</u>	كتابة v_n بدلالة v_{n+1} $v_{n+1} = v_n + 0.02v_n = v_n(1 + 0.02)$ $v_{n+1} = (1.02)v_n$	2
<u>0.5</u>	v_{n+1} إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية : $v_{n+1} = 1.02 v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فالمتتالية هندسية أساسها 1.02	3
<u>1.5</u>	n كتابة v_n بدلالة $v_n = v_0(1.02)^n = 7500(1.02)^n$	4
<u>1.5</u>	عدد السكان المتوقع سنة 2020 : نحسب الدليل n السنة : $n = 2020 - 2005 = 15$ $u_{15} = 7500(1.02)^{15} = 10094$	5

1	حساب النهايات	1								
1	$= 2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$									
1	معادلات المستقيمات المقاربة: $x = 1, y = 2$	2								
1	اتجاه تغير الدالة f : متزايدة تماما على $]-\infty; 1[$ وعلى $]1; +\infty[$	3								
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>2</td><td>$-\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f(x)$	2	$-\infty$	2	
x	$-\infty$	1	$+\infty$							
$f(x)$	2	$-\infty$	2							
1	حلول المعادلة $f(x) = 3$ هي $\{0\}$. حلول المعادلة $f(x) = 1$ هي $\{2\}$	4								
1	حلول المتراجحة $f(x) > 3$ هي $]0; 1[$	5								
1	$2 - \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)-1}{x-1} = \frac{2x-2-1}{x-1} = \frac{2x-3}{x-1} = f(x)$	6								
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$	7								
1	$f'(x) = \frac{2(x-1) - 1(2x-3)}{x-1}$ $= \frac{1}{(x-1)^2}$ موجبة دوماً لأن البسط عدد موجب والمقام مربع تام فهو موجب تماماً اتجاه تغير الدالة f : متزايدة تماماً على $]-\infty; 1[$ وعلى $]1; +\infty[$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f(x)$	2	$+\infty$	2	8
x	$-\infty$	1	$+\infty$							
$f(x)$	2	$+\infty$	2							

		2	$-\infty$		
1		إثبات وجود المماسين: نحل المعادلة $f'(x) = 1$ أي $\frac{1}{(x-1)^2} = 1$ نجد $(x-1)^2 = 1$ $x(x-2) = 0$ أي $x=0$ وبالتالي $x=2$ أو $x=0$			9

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول (06 نقاط)

1. عين باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k .
2. استنتج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k .
3. استنتج باقي قسمة 17^{4k} على 5.
4. بين أن العدد $2^{4k+3} + 2017^{4k+2} + 13$ يقبل القسمة على 5.
5. استنتج باقي قسمة $2017^{1439} - 6^{2018} + 87^{49}$ على 5.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية معرفة على N بـ: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 3u_n - 6$
- من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 3$
1. -بين أن المتتالية (v_n) هندسية، ثم عين أساسها و حدها الأول.
 2. -احسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
 3. -احسب بدلالة n المجموع: $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، ثم استنتج بدلالة n المجموع: $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x(x+2)$ (الدالة المشتقة للدالة f)
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
4. بيّن أن منحنى الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. أكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.

6. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x + 2)^2 (1-x)$.
7. عيّن فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المحورين.
8. ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) في نفس المعلم السابق.

الصفحة 3 من 4

تمنياتي لكم بالتوفيق اليوم و غدا ودائما ...

أستاذة المادة: وارت ط

الموضوع الثاني:

حل التمرين الأول :

1.5	1. باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k هو:	<table><tr><td>k</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>r_k</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>	k	0	1	2	3	4	r_k	1	2	4	3	1
k	0	1	2	3	4									
r_k	1	2	4	3	1									
1.5	2. استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k :	<table><tr><td>k</td><td>$4k$</td><td>$4k + 1$</td><td>$4k + 2$</td><td>$4k + 3$</td></tr><tr><td>r_k</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td></tr></table>	k	$4k$	$4k + 1$	$4k + 2$	$4k + 3$	r_k	1	2	4	3		
k	$4k$	$4k + 1$	$4k + 2$	$4k + 3$										
r_k	1	2	4	3										
1	3. استنتاج باقي قسمة 17^{4k} على 5 : $17^{4k} \equiv 2^{4k} [5] = 1[5]$.													
1	4. العدد $2^{4k+3} + 2017^{4k+2} + 13$ يقبل القسمة على 5 لأن:	$2^{4k+3} + 17^{4k+2} + 3 \equiv 3 + 4 + 3[5] \equiv 0[5]$												
1	5. استنتاج باقي قسمة $2017^{1439} - 6^{2018} + 87^{49}$ على 5:	$2007^{1999} - 21^{2008} + 87^{49} \equiv 2^{4k+3} - 1^{2008} + 2^{4k+1} [5]$ $\equiv 3 - 2 + 1[5] \equiv 4[5]$												

حل التمرين الثاني :

2	1. إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية:	$v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = 3u_n - 9 = 3(u_n - 3) = 3v_n$ إذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 . و حدها الأول $v_0 = u_0 - 3 = -2$
---	---------------------------------------	--

1	عبارة الحد العام لـ (v_n) : $v_n = v_0 \times q^n = -2 \times 3^n$	2.
1	إستنتاج عبارة الحد العام لـ (u_n) : $u_n = v_n + 3 = -2 \times 3^n + 3$	3.
1	المجموع S : $S = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = -2 \times \frac{1-3^{n+1}}{1-3}$ $S = 1 - 3^{n+1}$	
1	استنتاج بدلالة n المجموع: $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = (v_0 + 3) + (v_1 + 3) + (v_2 + 3) + \dots + (v_n + 3)$ $S' = S + 3(n+1)$ إذن	

التمرين الثالث		
1	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = -\infty$	1
0.5	$f'(x) = -3x^2 - 6x = -3x(x+2)$	2
1.5	x $-\infty$ $+\infty$ $f'(x)$ $-$ 0 $+$ 0 $-$ $f(x)$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$ $+\infty$ 0 4 $-\infty$ $-\infty$ -2	

