

المناقشة البيانية لعدد وإشارة حلول معادلة

يصادف العديد من تلاميذ أقسام نهائية مشكلة في الإجابة عن السؤال المتعلق بالمناقشة البيانية لحلول معادلة ، هذا السؤال الذي نصادفه بكثرة في التمارين المتعلقة بالدوال التي تطرح في البكالوريا أو في التقويمات التي تجرى خلال السنة الدراسية (فروض وإختبارات) ، سنحاول من خلال هذه الصفحات شرح مختلف أشكال المناقشة البيانية وكيفية الإجابة عنها .

السؤال يطرح على أحد الشكلين التاليين :

- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : (وتعطى المعادلة)
- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : (وتعطى المعادلة)

ملاحظة هامة :

المناقشة البيانية تعتمد عموما على منحنى دالة تعطى عبارتها في نص التمرين ، بحيث لابد من رسم منحناها بشكل صحيح

حالات المناقشة البيانية

الحالة الأولى : (وتسمى المناقشة الأفقية)

تعطى المعادلة في سؤال المناقشة على الشكل : **عبارة فيها الوسيط m فقط $f(x) =$** ، العبارة التي فيها الوسيط فقط نرمز لها بالرمز $g(m)$ أي المعادلة تعطى على الشكل : **$f(x) = g(m)$** وعندما نقول عبارة فيها الوسيط هذا يعنى أنها تتضمن فقط العدد الحقيقي m دون المتغير x وقد تكون هذه العبارة فيها كسر أو جذر أو قيمة مطلقة إلخ . سنعطى أمثلة على سبيل الذكر لا الحصر

$f(x) = m$ ، $f(x) = m^2$ ، $f(x) = |m|$ ، $f(x) = f(m)$ ، $f(x) = f(m+1)$ ، $f(x) = 2m+1$ إلخ .

ملاحظة هامة جدا حول هذه الحالة :

في العديد من التمارين وفي السؤال حول المناقشة البيانية لا تعطى العبارات السابقة واضحة بل لابد من إستخراجها باستعمال إجراء العمليات الجبرية مثل الجمع ، الضرب و القسمة وأيضا النشر والتحليل .

طريقة حل الحالة الأولى :

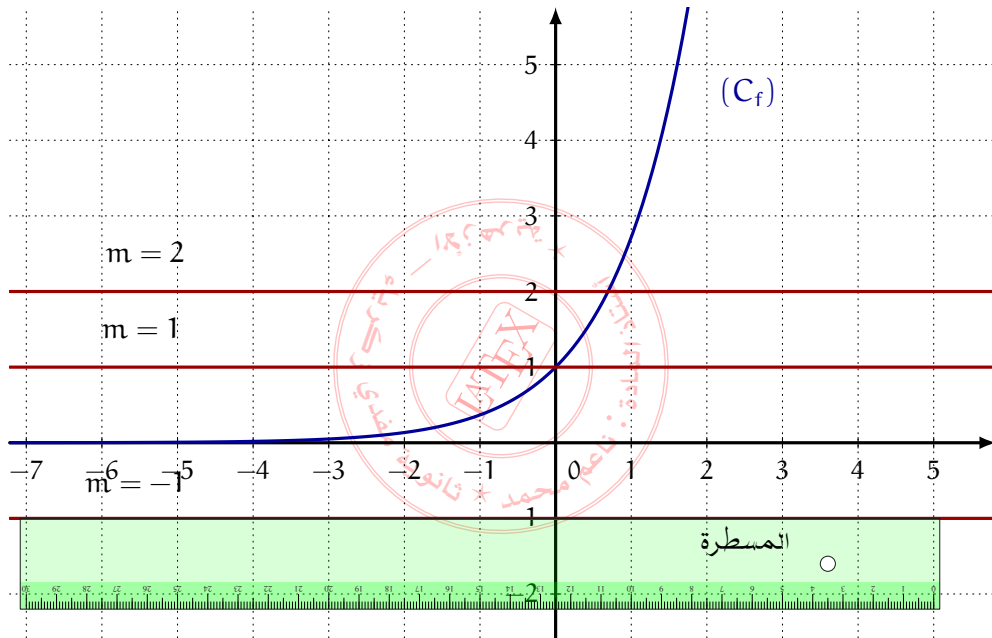
حلول المعادلة $f(x) = g(m)$ بيانها هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم الذي معادلة له : $y = g(m)$ هذا المستقيم هو مستقيم أفقي أي يوازي حامل محور الفواصل مهما تغيرت قيمة العدد الحقيقي m .
و أيضا هذا المستقيم الأفقي يقطع حامل محور الترتيب في النقطة ذات الإحداثيات $(0, g(m))$ بمعنى أوضح العدد $g(m)$ يتغير على حامل محور الترتيب و دائما لا بد من تحديد قيمة m الموافقة له في كل حالة لأن المناقشة حسب قيم m و ليس حسب قيم العدد $g(m)$.

مثال أول :

ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$ حيث $f(x) = e^x$.

حل المثال الاول

أولا نقوم برسم (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



كيف نناقش

نضع المسطرة بشكل أفقي و نقوم بسحبها أفقيا وفي كل مرة نلاحظ تقاطع المستقيم الأفقي الذي ترسمه المسطرة والمنحنى (C_f) .

المستقيم الذي ترسمه المسطرة معادلة له $y = m$ ، بمعنى مثلا عند وضع المسطرة عند الترتيب -1 نلاحظ أن المستقيم الذي ترسمه لا يقطع المنحنى وهنا نحن في حالة $m = -1$ وهكذا (وأيضاً عند وضع المسطرة عند الترتيب 0 نلاحظ أن المستقيم الذي ترسمه لا يقطع المنحنى وهنا نحن في حالة $m = 0$ ، لاحظ الشكل السابق) ، بهذه الطريقة يمكن أن نستنتج ما يلي :

من أجل $m \leq 0$ المستقيم الأفقي الذي ترسمه المسطرة لا يقطع المنحنى و منه المعادلة $f(x) = m$ لا تقبل حولا .
من أجل $m > 0$ المستقيم الأفقي الذي ترسمه المسطرة يقطع المنحنى في نقطة واحدة و منه المعادلة $f(x) = m$ تقبل حلا واحدا .

و هذه هي المناقشة البيانية لحلول المعادلة : $f(x) = m$ السابقة .

مثال ثاني :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(3 - 2m)e^x = 2m + 1$.

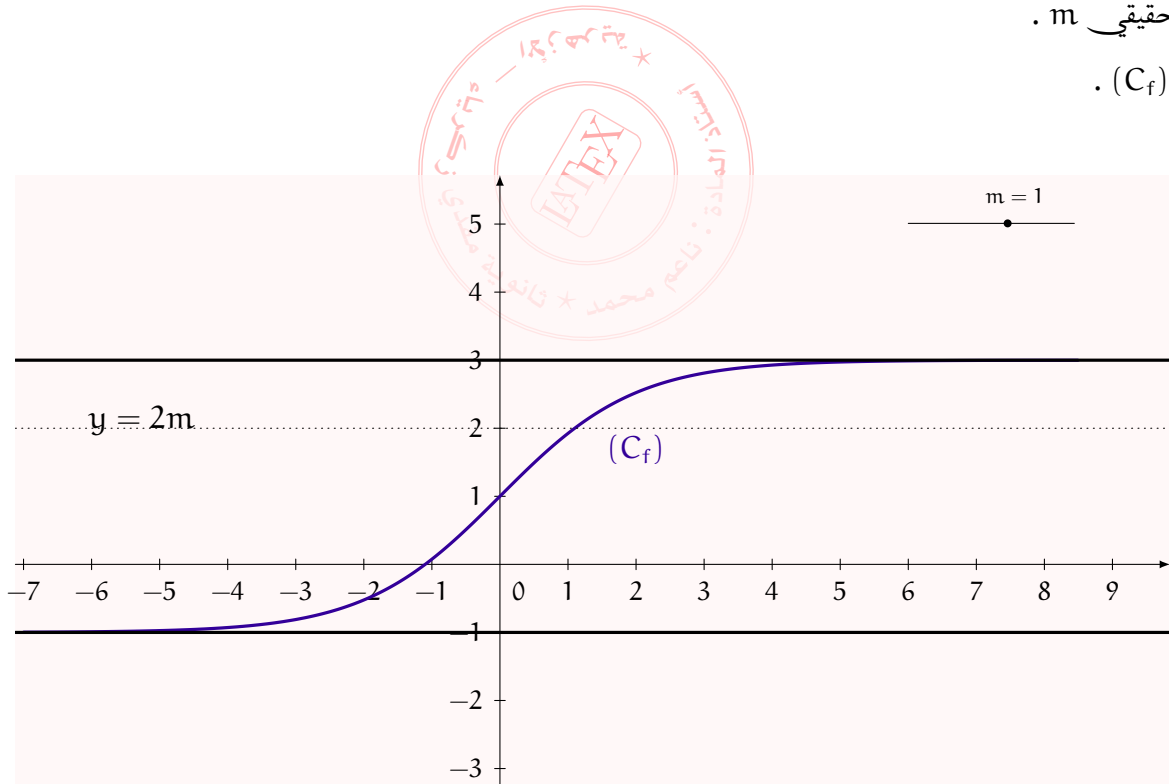
حل المثال الثاني :

• في البداية نلاحظ أن المعادلة لم تعطى على الشكل $f(x) = g(m)$ و بالتالي أولاً لابد من إجراء بعض العمليات الجبرية لتتغير المعادلة و تصبح على الشكل $f(x) = g(m)$.

لدينا $(3 - 2m)e^x = 2m + 1$ و منه $3e^x - 2me^x = 2m + 1$ و منه $3e^x - 1 = 2me^x + 2m$ و منه $3e^x - 1 = 2m(e^x + 1)$ و منه $\frac{3e^x - 1}{e^x + 1} = 2m$ و منه $f(x) = 2m$.

• حلول المعادلة $f(x) = 2m$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم الأفقي (الموازي لحامل محور الفواصل) الذي معادلة له : $y = 2m$ ، هذا المستقيم يقطع حامل محور الترتيب في النقطة ذات الإحداثيات $(0, 2m)$ مهما تغير العدد الحقيقي m .

• نرسم (C_f) .



كيفية المناقشة :

لنضع المسطرة بشكل أفقي (تكون توازي حامل محور الفواصل) ، ثم نقوم بسحبها بشكل أفقي و نلاحظ في كل مرة نقاط تقاطع المستقيم الذي ترسمه المسطرة مع حامل محور الترتيب مع مراعات هنا أن المسطرة تقطع حامل الترتيب في النقط ذات الإحداثيات $(0, 2m)$ أي التغير هنا يتعلق بـ $2m$ (نعين قيمة m المرفقة له في كل حالة) .

• لنعود إلى الشكل و نقوم بما ذكرته سابقا نجد أن :

من أجل $2m \leq -1$ أي $m \leq \frac{-1}{2}$ المسطرة لا تقطع المنحنى (C_f) و منه من أجل $m \leq \frac{-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ لا تقبل حولا.

من أجل $2m \geq 3$ أي $m \geq \frac{3}{2}$ المسطرة لا تقطع المنحنى (C_f) و منه من أجل $m \geq \frac{3}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ لا تقبل حولا.

من أجل $-1 < 2m < 1$ أي $\frac{-1}{2} < m < \frac{1}{2}$ المسطرة تقطع المنحنى (C_f) في نقطة واحدة فاصلتها سالبة من أجل $\frac{-1}{2} < m < \frac{1}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ تقبل حلا واحدا سالبا .

من أجل $1 < 2m < 3$ أي $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ المسطرة تقطع المنحنى (C_f) في نقطة واحدة فاصلتها موجبة من أجل $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ تقبل حلا واحدا موجبا .

الخلاصة :

من أجل $m \geq \frac{3}{2}$ أو $m \leq \frac{-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ لا تقبل حولا .
من أجل $\frac{-1}{2} < m < \frac{1}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ تقبل حلا واحدا سالبا .
من أجل $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ المعادلة : $f(x) = 2m$ تقبل حلا واحدا موجبا .

الحالة الثانية : (وتسمى المناقشة المائلة)

تعطى المعادلة في سؤال المناقشة على الشكل : **عبارة فيها الوسيط $m + x \times$ عدد حقيقي ثابت غير معدوم $f(x)$** ،
العبارة التي فيها الوسيط فقط نرسم لها بالرَّمز $g(m)$ و العدد الثابت غير المعدوم نرسم له بـ a أي المعادلة تعطى على الشكل : **$f(x) = ax + g(m)$** (قد تكون العبارة $g(m)$ تتضمن كسرا أو جذرا أو جمعا أو جداء) ، و أمثلي عن ذلك كما يلي : $f(x) = x + m$ ، $f(x) = 2x - m$ ، $f(x) = \frac{1}{2}x + 2m$ ، $f(x) = -x + m^2$ ، $f(x) = 3x + f(m)$ ، $f(x) = x + f(2m + 1) \dots$ إلخ .

ملاحظة هامة جدا حول هذه الحالة :

كما قلنا في الحالة الأولى ، في العديد من التمارين و في السؤال حول المناقشة البيانية لا تعطى العبارات السابقة واضحة بل لابد من إستخراجها باستعمال إجراء العمليات الجبرية مثل الجمع ، الضرب و القسمة و أيضا النشر و التحليل .

طريقة حل الحالة الثانية :

حلول المعادلة $f(x) = ax + g(m)$ حيث a عدد حقيقي ثابت غير معدوم و $g(m)$ عبارة تتعلق بـ m بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلة له : **$y = ax + g(m)$** هذا المستقيم هو مستقيم مائل ، معامل توجيهه a ، مهما تغيرت قيمة العدد الحقيقي m ، و يقطع حامل محور الترتيب في النقطة ذات الإحداثيات $(0, g(m))$ بمعنى أوضح العدد $g(m)$ يتغير على حامل محور الترتيب و دائما لابد من تحديد قيمة m الموافقة له في كل حالة المستقيم الذي معادلة له $y = ax + g(m)$ يوازي المستقيم (Δ) الذي معادلة له : $y = ax$ مهما تغيرت قيمة العدد الحقيقي m ، هذه المعلومة تفيدنا في تحديد كيفية تغير وضعية المستقيم الذي معادلة له : $y = ax + g(m)$ بحيث يكون دائما يوازي المستقيم (Δ) ، و في أغلب التمارين يكون (Δ) يوازي إما المستقيم المقارب المائل للمنحنى

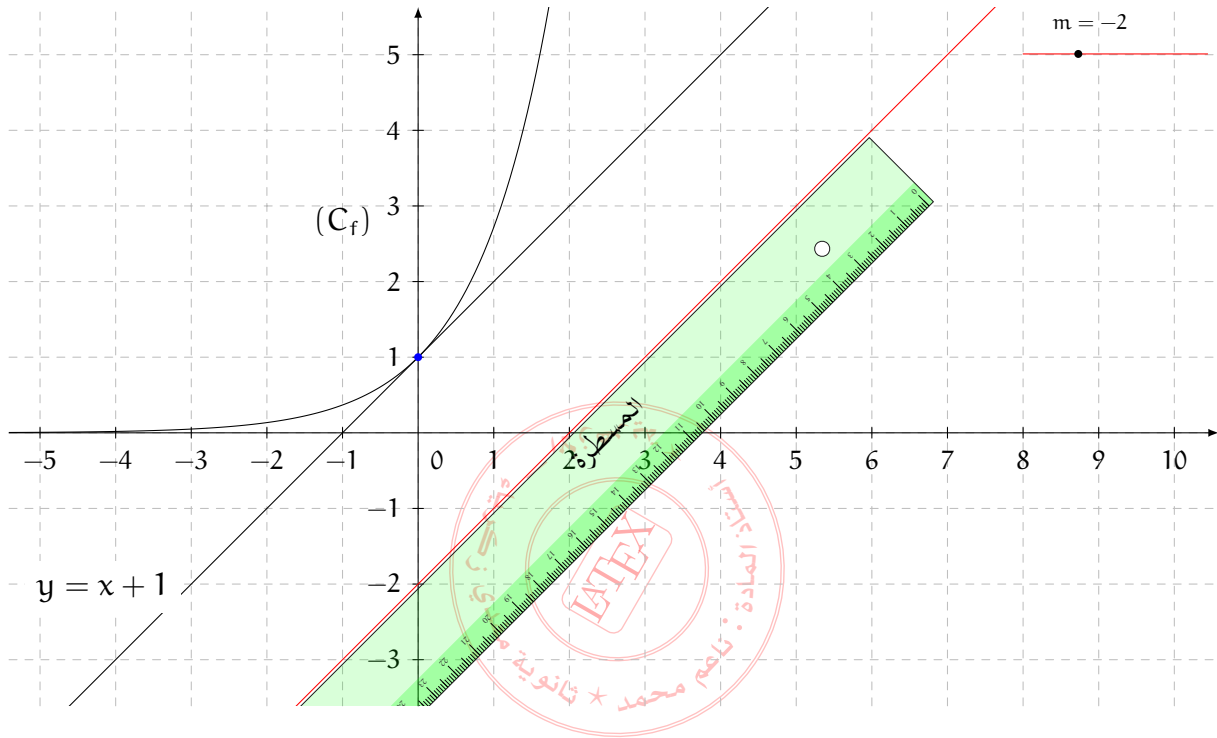
الممثل لـ f أو يوازي أحد مماساته .

مثال أول :

ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$ حيث $f(x) = e^x$.

حل المثال الاول

أولاً نقوم برسم (C_f) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. ونرسم مماسه عند النقطة ذات الفاصلة 0



كيف نناقش

نضع المسطرة بشكل مائل بحيث تكون بالتوازي مع المستقيم الذي معادلة له $y = x$ (المنصف الأول) ، ونقوم بسحبها بالشكل المائل مع الحفاظ على التوازي مع المنصف الأول ونلاحظ نقط تقاطع المستقيم الذي ترسمه المسطرة مع المنحنى (C_f) (أنظر الشكل السابق).

• في البداية معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 من الشكل : $y = x + 1$ هذا المماس كما نلاحظ معامل توجيهه 1 أي يوازي المنصف الأول .

• المستقيم الذي ترسمه المسطرة معادلة له من الشكل $y = x + m$ ويقطع محور الترتيب في النقطة ذات الإحداثيات $(0, m)$ أي أن m يتغير على حامل محور الترتيب وهو دائماً ترتيب نقطة تقاطع المستقيم الذي ترسمه المسطرة مع حامل محور الترتيب ، فمثلاً من أجل $m = 2$ نلاحظ أن المسطرة ترسم مستقيماً لا يقطع المنحنى .

• إذا وضعنا المسطرة على المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 نلاحظ أنها تقطع المنحنى في نقطة واحدة فاصلتها 0 (هنا $m = 1$ لأن المماس يقطع محور الترتيب في النقطة ذات الترتيب 1).

إذا سحبنا المسطرة قليلاً فوق المماس بالتوازي معه نلاحظ أنها تقطع المنحنى في نقطتين (هنا $m > 1$) ، وإذا قمنا بسحبها

أسفل المماس بالتوازي معه نلاحظ أنها لا تقطع المنحنى (هنا $m < 1$)

• الخلاصة :

◀ إذا كانت : $m = 1$ المعادلة $f(x) = x + m$ تقبل حلا واحدا .

◀ إذا كانت : $m > 1$ المعادلة $f(x) = x + m$ تقبل حلين .

◀ إذا كانت : $m < 1$ المعادلة $f(x) = x + m$ لا تقبل حلولا .

مثال ثاني :

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-1}}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

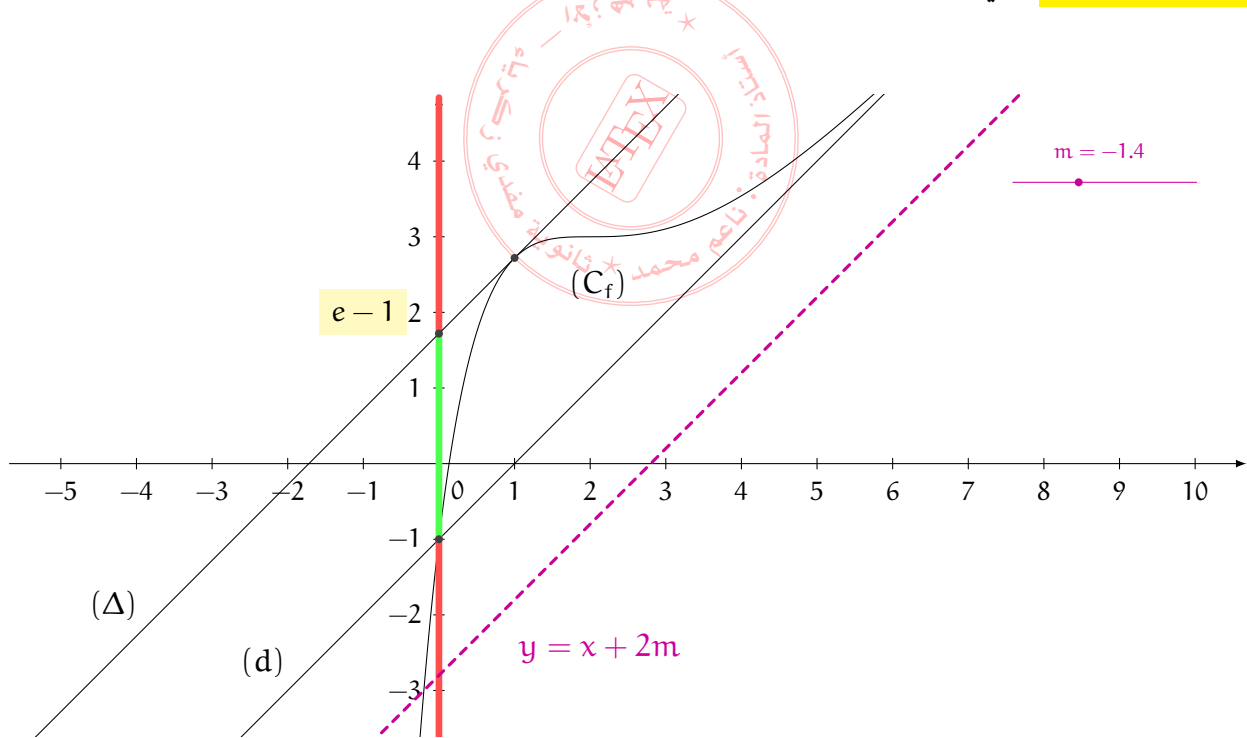
ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-1}} = 2m + 1$.

حل المثال الثاني

• أولا لابد من تغيير المعادلة لتصبح على الشكل $f(x) = ax + g(m)$.

لدينا $\frac{x}{e^{x-1}} = 2m + 1$ ، بإضافة $x - 1$ إلى الطرفين نجد : $x - 1 + \frac{x}{e^{x-1}} = x - 1 + 2m + 1$ ومنه المعادلة تصبح

$f(x) = x + 2m$ وهي على الشكل $f(x) = ax + g(m)$ حيث $g(m) = 2m$.



المناقشة

حلول المعادلة $f(x) = x + 2m$ بيانها هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلته : $y = x + 2m$ ،

هذا المستقيم معامل توجيهه 1 فهو يوازي المستقيم الذي معادلته : $y = x$ (نكن في الرسم المنحنى (C_f) له مستقيم

مقارب مائل (d) معادلته : $y = x - 1$ الذي معامل توجيهه 1 أيضا و (C_f) له مماس واحد معامل توجيهه 1 هو المستقيم (Δ)

الذي معادلته : $y = x + e - 1$ ، معادلة المماس مطلوبة في سؤال سابق قبل المناقشة) ، ومنه المستقيم الذي معادلته

له : $y = x + 2m$ يوازي دائما المماس (Δ) والمستقيم المقارب المائل (d) ، وهذا مهما تغيرت قيمة العدد الحقيقي m ، أيضا هذا المستقيم يقطع حامل محور الترتيب في النقطة ذات الإحداثيات $(0, 2m)$.
 للمناقشة إذن نضع المسطرة بشكل مائل بالتوازي مع المقارب المائل .

عندما تكون المسطرة منطبقة على المقارب المائل (d) نلاحظ أنها تقطع المنحنى في نقطة واحدة فاصلتها معدومة ، المقارب المائل يقطع محور الترتيب في النقطة التي ترتيبها -1 ومنه هنا قيمة $2m$ هي -1 أي $m = -\frac{1}{2}$.
 لو نسحب المسطرة أسفل المقارب المائل وبالتوازي معه قليلا نلاحظ أنها تقطع المنحنى في نقطة واحدة فاصلتها سالبة (أي هنا $2m < -1$ أي $m < -\frac{1}{2}$) .

لننحرّث المسطرة بين المقارب المائل والمماس (Δ) بالتوازي معهما نلاحظ أنها تقطع المنحنى في نقطتين فاصلتهما موجبتين (أي هنا $-1 < 2m < e - 1$ أي $-\frac{1}{2} < m < \frac{e-1}{2}$) لأنّ المماس (Δ) يقطع محور الترتيب في النقطة التي ترتيبها $e - 1$.

لو نضع المسطرة على المماس (Δ) نلاحظ أنها تقطع المنحنى في نقطة واحدة فاصلتها 1 (هنا $2m = e - 1$) أي $m = \frac{e-1}{2}$.

لو نسحب المسطرة فوق المماس وبالتوازي معه نلاحظ أنها لا تقطع المنحنى (هنا $2m > e - 1$ أي $m > \frac{e-1}{2}$) .

الخلاصة

- إذا كان $2m = -1$ أي $m = -\frac{1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ تقبل حلا معدوما .
- إذا كان $2m < -1$ أي $m < -\frac{1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ تقبل حلا واحدا سالبا .
- إذا كان $-1 < 2m < e - 1$ أي $-\frac{1}{2} < m < \frac{e-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ تقبل حلين موجبين .
- إذا كان $2m = e - 1$ أي $m = \frac{e-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ تقبل حلا واحدا موجبا .
- إذا كان $2m > e - 1$ أي $m > \frac{e-1}{2}$ المعادلة : $f(x) = x + 2m$ لا تقبل تقبل حلولاً .

الحالة الثالثة : (وتسمى المناقشة الدورانية او الدائرية)

تعطى المعادلة في سؤال المناقشة على الشكل : **عبارة أخرى فيها الوسيط $m + x$ عبارة فيها الوسيط $f(x)$ أو**

عدد حقيقي ثابت $x +$ عبارة فيها الوسيط $f(x)$ ، العبارة التي فيها الوسيط نرمز لها بالرمز $g(m)$ والأخرى بـ $g'(m)$

و العدد الثابت نرمز له بـ b أي المعادلة تعطى على الشكل : **$f(x) = g(m)x + g'(m)$ أو $f(x) = g(m)x + b$**

(قد تكون العبارة $g(m)$ تتضمن كسرا أو جذرا أو جمعا أو جداء وأيضا العبارة $g'(m)$) ، وأمثلة عن ذلك كما يلي :

$$f(x) = f(m)x + 2, f(x) = -mx, f(x) = m^2x + 1, f(x) = \frac{1}{2}mx + 2m, f(x) = |m|x - 2, f(x) = mx + 1$$

... إلخ .

ملاحظة هامة جدا حول هذه الحالة :

كما قيل في الحالتين الأولى والثانية، في العديد من التمارين وفي السؤال حول المناقشة البيانية لا تعطى العبارات

السابقة واضحة بل لابد من إستخراجها باستعمال إجراء العمليات الجبرية مثل الجمع ، الضرب و القسمة و أيضا النشر و التحليل

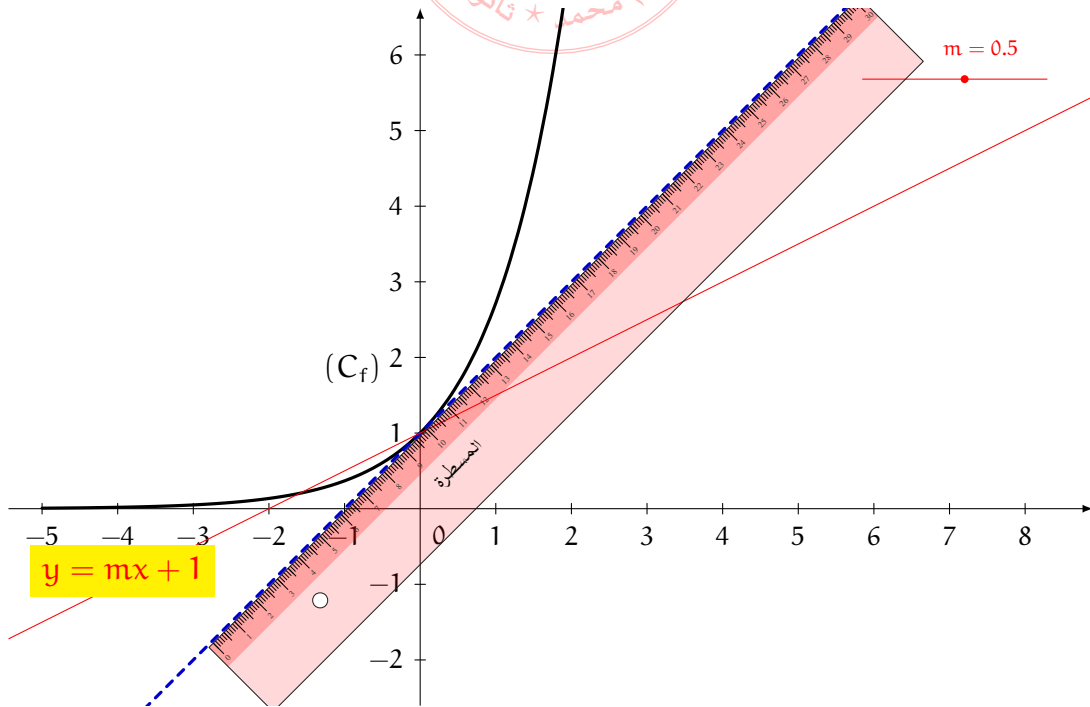
طريقة حل الحالة الثالثة :

حلول المعادلة $f(x) = g(m)x + b$ أو $f(x) = g(m)x + g'(m)$ حيث $b \in \mathbb{R}$ ، $g(m)$ ، $g'(m)$ عبارتان تتعلقات بـ m بيانها هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادله له : $y = g(m)x + g'(m)$ (أو $y = g(m)x + b$) هذا المستقيم هو مستقيم يدور (يشمل نقطة ثابتة مهما تغير العدد الحقيقي m و معامل توجيهه $g(m)$) ، بمعنى معامل توجيهه يتغير بتغير العدد الحقيقي m لكن في كل الحالات يكون المستقيم يشمل نقطة ثابتة ، وهي النقطة التي يدور حولها . لتعيين إحداثيات النقطة التي يدور حولها المستقيم نقوم بحل المعادلة : $y_0 = g(m)x_0 + g'(m)$ أو $y_0 = g(m)x_0 + b$ (على حسب المعادلة التي تعطى) حيث النقطة التي يدور حولها المستقيم إحداثياتها (x_0, y_0) . $y_0 = g(m)x_0 + g'(m)$ تكافئ $y_0 - g(m)x_0 - g'(m) = 0$ و $y_0 = g(m)x_0 + b$ تكافئ $y_0 - g(m)x_0 - b = 0$ ، من أجل كل عدد حقيقي m ، بحل إحدى المعادلتين السابقتين نجد إحداثيات النقطة التي يدور حولها المستقيم .

- في أغلب التمارين يكون المستقيم الذي معادله له : $y = g(m)x + g'(m)$ (أو $y = g(m)x + b$) ينطبق على المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) أو ينطبق على أحد مماساته من أجل قيمة معينة لمعامل توجيهه . مما يساعدنا على تحديد كيفية تغير معامل توجيه ذلك المستقيم بتغير قيم العدد الحقيقي m .

مثال أول :

ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx + 1$ حيث $f(x) = e^x$.



المناقشة :

حلول المعادلة $f(x) = mx + 1$ بيانها هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادله له : $y = mx + 1$

• هذا المستقيم معامل توجيهه m ويشمل نقطة ثابتة مهما تغير m ، لتعيين إحداثيات النقطة الثابتة نحل المعادلة :

$$y_0 = mx_0 + 1 \text{ حيث } (x_0, y_0) \text{ هي إحداثيات النقطة الثابتة التي يشملها المستقيم .}$$

$y_0 = mx_0 + 1$ أي $y_0 - 1 - mx_0 = 0$ مهما كان m ومنه : $y_0 = 1$ و $x_0 = 0$ أي المستقيم الذي معادلة له :

$$y = mx + 1 \text{ يشمل النقطة ذات الإحداثيات } (0; 1) \text{ من أجل كل قيمة للوسيط } m .$$

لنضع المسطرة عند النقطة ذات الإحداثيات $(0, 1)$ ونقوم بتدوير المسطرة في الاتجاهات المختلفة نلاحظ أنه توجد وضعية للمسطرة بحيث تنطبق على المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هذا المماس معامل توجيهه 1 (أنظر الشكل السابق) .

• لنقوم بتدوير المسطرة بعد وضعها على المماس السابق مثل اتجاه عقارب الساعة ، نلاحظ أنها تقطع المنحنى في نقطتين عندما تكون في الوضع المائل تحت المماس و عندما تكون في الوضع الأفقي فإنها تقطع المنحنى في نقطة واحدة و أيضا عندما تكون تحت الوضع الأفقي .

• الآن نقوم بتدوير المسطرة بعد وضعها على المماس نحو الأعلى (عكس اتجاه عقارب الساعة) نلاحظ أنها دائما تقطع المنحنى في نقطتين .

ملاحظات :

• عندما تكون المسطرة على المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ، يكون m الذي يمثل معامل توجيه المستقيم الذي معادلة له : $y = mx + 1$ يساوي 1.

• عندما تكون المسطرة تحت المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ، يكون m الذي يمثل معامل توجيه المستقيم الذي معادلة له : $y = mx + 1$ أقل من 1.

• عندما تكون المسطرة فوق المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ، يكون m الذي يمثل معامل توجيه المستقيم الذي معادلة له : $y = mx + 1$ أكبر من 1.

• عندما تكون المسطرة في الوضع الأفقي بعد تدويرها انطلاقا من المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 في اتجاه عقارب الساعة ، يكون m الذي يمثل معامل توجيه المستقيم الذي معادلة له : $y = mx + 1$ يساوي 0.

الخلاصة :

◀ إذا كان : $m = 1$ أو $m \leq 0$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل حلا معدوما .

◀ إذا كان : $m > 1$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل حلين .

◀ إذا كان : $0 < m < 1$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل حلين . (هذه الخلاصة هي ما يكتبه التلميذ في الورقة للإجابة عن سؤال المناقشة)

مثال ثاني :

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = mx + 1$ حيث $f(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{x}$ ،

$$D_f = \mathbb{R}^*$$

- أولاً يمكن أن نثبت أن (C_f) يقبل مماساً يشمل النقطة $A(0, 1)$ في النقطتين ذات الفاصلتين $\sqrt{e}$ ، $-\sqrt{e}$ ، معامل توجيه هذا المماس هو $-\frac{1}{e}$ (هذا المماس مطلوب في أحد الأسئلة المتعلقة بهذا التبرين).
- < حلول المعادلة $f(x) = mx + 1$ ياننا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم الذي معادلته: $y = mx + 1$ الذي معامل توجيهه m ويشمل النقطة ذات الإحداثيات $(0, 1)$ مهما تغير m .
- في حالة هذا المستقيم ينطبق على المماس أي $m = -\frac{1}{e}$ (لأن معامل توجيه المماس هو $-\frac{1}{e}$) نجد أن المستقيم ذو المعادلة: $y = mx + 1$ يقطع المنحنى في نقطتين فاصلتيهما مختلفتين في الإشارة ومنه المعادلة السابقة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.

برسم مستقيم ينطبق على المماس السابق و تدويره حول النقطة ذات الإحداثيات $(0, 1)$ نجد الخلاصة التالية :

الخلاصة :

- إذا كان: $m = -\frac{1}{e}$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل حلين مختلفين في الإشارة.
- إذا كان: $m < -\frac{1}{e}$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ لا تقبل حلولاً.
- إذا كان: $-\frac{1}{e} < m < 0$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل أربعة حلول إثنان موجبات وإثنان سالبات.
- إذا كان: $m \geq 0$ المعادلة $f(x) = mx + 1$ تقبل حلين مختلفين في الإشارة.

