

الأنشطة العددية

• الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

1- القاسم المشترك الأكبر PGCD : توجد طرق عديدة من بينها

<u>طريقة الطرح المتتالي :</u> <u>مثال :</u> PGCD(15 ;10)=5 5 5	<u>طريقة القسمة الإقليدية :</u> وهي أحسن طريقة <u>مثال :</u> PGCD(15 ;10)=5 5
---	--

2- العددين الأوليان فيما بينهما : هما عددين قاسمهما الأكبر يساوي 1 أي PGCD(a ;b)=1

3- الكسر الغير قابل للإختزال : هو الكسر الذي بسطه و مقامه أوليان فيما بينهما و للحصول عليه نقسم كل من البسط و المقام على PGCD

مثال : $\frac{10}{2} = \frac{10 \div 5}{2 \div 5} = \frac{2}{1}$ إذن الكسر $\frac{2}{1}$ غير قابل للإختزال لأن PGCD(3 ;2)=1

4- كما انه يمكن إستعمال PGCD في بعض المسائل المقترحة (الكتاب المدرسي الصفحة 20)

• الحساب على الجذور

1- حل معادلة من الشكل $x^2 = b$: توجد ثلاثة حالات

- إذا كان $b > 0$ فإن للمعادلة $x^2 = b$ حلين مختلفين هما $x = +\sqrt{b}$ و $x = -\sqrt{b}$.
- إذا كان $b = 0$ فإن للمعادلة حلا وحيدا هو 0.
- إذا كان $b < 0$ في هذه الحالة ليس للمعادلة حل.

مثال :

حل المعادلة :	حل المعادلة :	حل المعادلة :
و منه $4 > 0$ إذن للمعادلة حلين مختلفين هما $+\sqrt{4}$ و $-\sqrt{4}$	إذن للمعادلة حل وحيد هو	و منه $4 < 0$ إذن المعادلة لا تقبل أي حل

2- خواص الجذور :

ليكن a و b أعداد طبيعية غير معدومة

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad , \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad , \quad \sqrt{-a} = i\sqrt{a}$$

ملاحظات :

3- العمليات على الجذور : نأخذ بعض الأمثلة المختلفة لتبسيط الجذور

$(2\sqrt{5} + \sqrt{2})$ نستعمل المتطابقة الشهيرة 1 $(2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5} \times \sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2$ $2\sqrt{5}$ $\sqrt{2}$ $2\sqrt{10}$	$\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ $(5\sqrt{3} \times \sqrt{3}) - (5\sqrt{3} \times 2\sqrt{2})$ $(5 \times 3) - (5 \times 2 \times \sqrt{3} \times 2)$ $10\sqrt{6}$	$\sqrt{28}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{7} + \sqrt{4} \times \sqrt{7}$ $2\sqrt{7}$ $(5 + 2)\sqrt{7}$ $7\sqrt{7}$	$\sqrt{175}$ $\sqrt{25}$ $5\sqrt{7}$
---	---	---	--

4- تنطيق مقام نسبة : (جعل مقام نسبة عدد ناطق)

<u>الحالة 1:</u> النسبة مقامها من الشكل $\sqrt{b}$ (حد واحد) إذن نصرب كل من البسط و المقام في $\sqrt{b}$ أي: $\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$ <u>مثال :</u> $\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$	<u>الحالة 2:</u> النسبة مقامها من الشكل $\sqrt{b}$ (حدين) إذن نصرب كل من البسط و المقام في المرافق وهو c $\sqrt{b}$ لتصبح المتطابقة الشهيرة 3 أي: $\frac{a\sqrt{b}-c}{(\sqrt{b}-c) \times (\sqrt{b}-c)} = \frac{a\sqrt{b}-c}{b-c-2\sqrt{bc}+c^2}$ <u>مثال :</u> $\frac{5\sqrt{2}}{(\sqrt{2}+3)}$
---	---

1- نشر و تبسيط عبارات جبرية :

• <u>خاصية التوزيع</u> : و هي • $a(c - b)$ • $(a + b)(c + d)$	• <u>المتطابقات الشهيرة</u> : و هي • $(a + b)$ • $(a - b)$ • $(a + b)(a - b)$
---	---

نشر و تبسيط العبارة الجبرية

<u>مثال :</u> $(2x - 3)^2 - (2 - x)(2x - 3)$ $[(2x)^2 - (2 \times 2x \times 3) + (3)^2] - [(2 \times 2x) - (2 \times 3) - (x \times 2x) + (x \times 3)]$ $[4x^2 - 12x + 9] - [4x - 6 - 2x^2 + 3x]$	لنشر و تبسيط العبارة E نتبع الخطوات التالية: • معرفة عدد الحدود • نشر كل حد على حدى مع وضعها في أقواس • نزع الأقواس مع مراعات الإشارة • وفي الأخير نتحصل على النتيجة
---	---

2- تحليل عبارة جبرية إلى جداء عاملين :

<u>مثال :</u> $(2x^2 - 3x)(2x - 3)$ $(2x^2 - 3x)[(2x - 3) - (2 - x)]$ $(2x^2 - 3x)[2x - 3 - 2 + x]$ $(2x^2 - 3x)(3x - 5)$ و في الأخير تحصلنا على جداء عاملين	التحليل باستعمال خاصية التوزيع : نتبع الخطوات التالية (إذا وجد العامل المشترك) • معرفة عدد الحدود • استخراج العامل المشترك وكتابة ما بقي بين قوسين • تبسيط ما بقي مع مراعات الإشارة
--	---

المتطابقات الشهيرة :

<u>مثال :</u> $(3x^2 + 2x)(3x + 2)$ المتطابقة 1 أي $b = 2$ و منه	$(a + b)$ $(a - b)$ $(a + b)(a - b)$	التحليل باستعمال المتطابقات الشهيرة: نتبع الخطوات التالية (إذا لم نجد العامل المشترك) • معرفة عدد الحدود • معرفة المعاملات a و b • تحديد المتطابقة المناسبة حسب عدد الحدود و الإشارة
---	--	--

مثال : تحليل عبارة جبرية باستعمال المتطابقات و خاصية التوزيع

$$(2x^2 - 3x)(2x - 3)$$

$$(2x^2 - 3x)(2x - 3) - (2 - x)(2x - 3)$$

$$(2x^2 - 3x)[(2x - 3) - (2 - x)]$$

$$(2x^2 - 3x)[2x - 3 - 2 + x]$$

$$(2x^2 - 3x)(3x - 5)$$

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1- حل معادلة يعني إيجاد المجهول الذي يحقق المساوات $ax + b = 0$ حلها هو —

2- تربيض مسألة : نتبع الخطوات التالية :

- أ- قراءة المسألة و فهمها جيدا
- ب- اختيار المجهول
- ج- كتابتها على شكل معادلة
- د- حل المعادلة و الإجابة عن السؤال

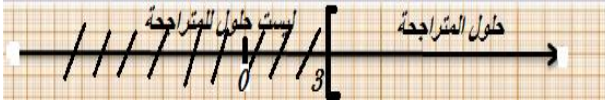
3- معادلة الجداء المعلوم :

<u>مثال :</u> $2x(x + 3) = 0$ أو $x = -3$ و منه للمعادلة حلين مختلفين هما : $x = -3$ و $x = 0$	من الشكل : $(ax + b)(cx + d) = 0$ أو $cx + d = 0$ و منه حلول المعادلة هي : $x = -\frac{d}{c}$ و $x = -\frac{b}{a}$
---	--

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

- 1- كل عبارة من الشكل $ax > b$; تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد
- 2- حل متراجحة يعني إيجاد مجموعة حلولها مع مراعات خواصها (إذا ضربنا أو قسمنا طرفي المتباينة بعدد سالب نقلب المتباينة)
- 3- تمثل مجموعة حلول المتراجحة على مستقيم مدرج مع مراعات الشروط

تمثيل حلول المتراجحة على مستقيم مدرج :



مثال: حل المتراجحة التالية :

ومنه حلول المتراجحة هي القيم الأكبر من أو تساوي 3

جملة معادلتين من الدرجة الأولى الأولى بمجهولين

- 1- جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y هي جملة من الشكل $\{$
- 2- حل جملة معادلتين يعني إيجاد الثنائية $(x; y)$ التي تحقق المعادلتين في آن واحد
- 3- لحل الجملة جبريا نتبع أحد الطرق :

أ. طريقة التعويض

إ. طريقة الجمع

إ. طريقة الجمع و التعويض

- 4- أو يمكن حل لجملة بيانيا و ذلك بتمثيل المستقيمين و الحل هو حدثائية نقطة التقاطع $(x; y)$

ب- طريقة التعويض :

نقوم بتعويض $y = 1$ في المعادلة (1)

و منه حل الجملة هو الثنائية $(-1; 1)$

مثال: طريقة الجمع و التعويض

$$\begin{cases} \dots (1) \\ \dots (2) \end{cases}$$

أ- طريقة الجمع:

نضرب طرفي المعادلة (2) في 3 نحصل على

$$(-x + 2y)$$

... (3)

نقوم بجمع كل من المعادلتين (1) و (3)

5- الحل البياني

مثال: حل الجملة بيانيا

$$\begin{cases} \dots (1) \\ \dots (2) \end{cases}$$

نكتب y بدلالة x كل من المعادلتين (1) و (2)

$$\begin{cases} \dots (3) \\ \dots (4) \end{cases}$$

نقوم برسم المستقيم ذو المعادلة (3)

	0	-2
	4	-2

$(0; 4); (-2; 0)$

نقوم برسم المستقيم ذو المعادلة (4)

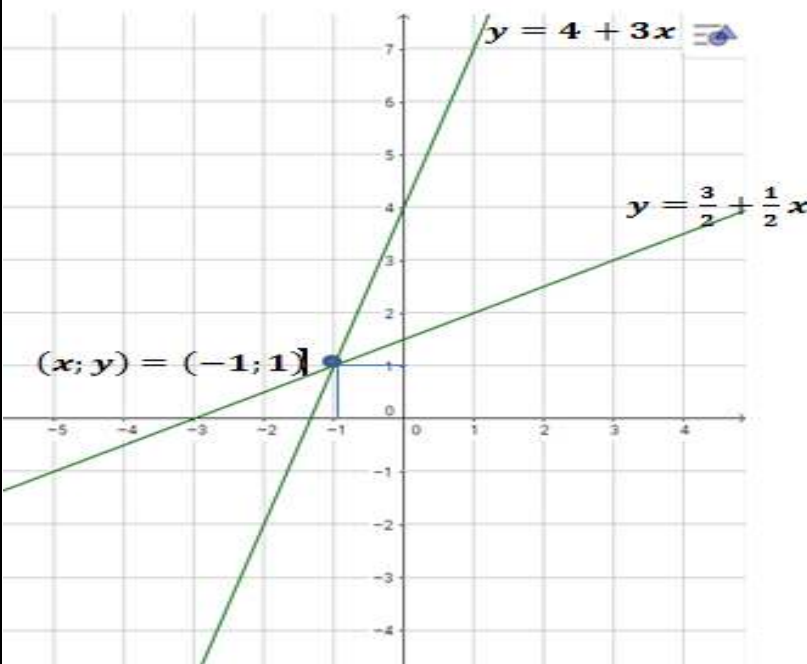
	0	1
	1.5	2

$(0; 1.5); (1; 2)$

و منه حل الجملة هي إحداثية نقطة التقاطع

$$(x; y) = (-1; 1)$$

التمثيل البياني :



الأنشطة الهندسية

- **التذكير بخاصية التوازي :** أو (التعامد)
تستعمل للبرهان على التوازي أو التعامد

	إذا كان لدينا : $(d) \perp (\Delta)$ فإن $(\Delta') \parallel (\Delta)$ $(d) \perp (\Delta')$
--	---

• نظرية طالس و العكسية لطالس

نظرية طالس: تستعمل لحساب الأطوال و شرطها الأساسي التوازي . إذا كان $(DE) \parallel (AC)$ حسب طالس فإن النسب متساوية — — —	النظرية العكسية لطالس : تستعمل للبرهان على التوازي إذا كانت النقط A, B, E و C, B, D على نفس الترتيب و النسب متساوية — — — إذن حسب النظرية العكسية لطالس فإن المستقيمان $(DE) \parallel (AC)$
--	---

	تطبق النظرية على أحد الشكلين:
--	--------------------------------------

• النسب المثلثية في المثلث القائم

- نظرية فيثاغورس :** شرطها المثلث قائم و تستعمل لحساب الأطوال
- النظرية العكسية لفيثاغورس :** تستعمل للبرهان على أن المثلث قائم
- النسب المثلثية:** تستعمل في المثلث القائم

	ABC مثلث قائم في A لدينا $\sin \hat{B} = \frac{\text{المقابل لـ } \hat{B} \text{ على الوتر}}{\text{الوتر}}$ — $\cos \hat{B} = \frac{\text{المجاور لـ } \hat{B} \text{ على الوتر}}{\text{الوتر}}$ $\tan \hat{B} = \frac{\text{المقابل لـ } \hat{B} \text{ على المجاور لـ } \hat{B}}{\text{المجاور لـ } \hat{B}}$ و تستعمل لحساب الأطوال و أقياس الزوايا المثلث
--	---

العلاقات بين النسب المثلثية

توجد علاقتين و هما — و تستعمل لحساب النسب و أقياس الزوايا	مثال: حساب القيمة المضبوطة لـ $\sin \beta$ و إذا علمنا أن — نستعمل العلاقة الأولى (—) — — — $\sqrt{3}$	— $\sqrt{3}$ — $\sqrt{3}$ ومنه $\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}$
--	---	---

• الأشعة و الإنسحاب :

مفهوم شعاع : الإنسحاب الذي A يحول B يعرف شعاعا و نرمز له بـ $\overrightarrow{AB}$ (منحنى - طول - إتجاه)
تساوي شعاعين : يتساوى شعاعان إذا كان لهما نفس المنحنى (التوازي) و نفس الطول و نفس الإتجاه
الشعاعان المتعاكسان : هما شعاعان لهما نفس المنحنى و نفس الطول و يختلفان في الإتجاه
قراءة إحداثية شعاع : تكون وفق إزاحتين متتاليتين (أفقية و عمودية)

• المعالم :

الشعاعان المتساويان في المعلم : يعني انه لهما نفس الفاصلة و نفس الترتيبة أي

$$\vec{u} = \vec{v} \quad \text{و} \quad x_{\vec{u}} = x_{\vec{v}} \quad \text{و} \quad y_{\vec{u}} = y_{\vec{v}} \quad \text{إذن : متساويان}$$

و $A(x_{\vec{A}} ; y_{\vec{A}})$ و $B(x_{\vec{B}} ; y_{\vec{B}})$ حيث

مثال : $A(-1 ; 4)$ و $B(3 ; 2)$ $\overrightarrow{AB}(-1 ; -2 - 4)$ $\overrightarrow{AB}(3 ;)$ $\overrightarrow{AB}(4 ;)$	إحداثية شعاع $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB}(x_{\vec{B}} - x_{\vec{A}} ; y_{\vec{B}} - y_{\vec{A}})$
مثال : $A(-1 ; 4)$ و $B(3 ; 2)$ $C(1 ; 1)$	إحداثية C منتصف قطعة $[AB]$: $(\frac{x_{\vec{B}} + x_{\vec{A}}}{2} ; \frac{y_{\vec{B}} + y_{\vec{A}}}{2})$
مثال : $A(-1 ; 4)$ و $B(3 ; 2)$ $\sqrt{(3 - (-1))^2 + (-2 - 4)^2}$ $\sqrt{(4)^2 + (-6)^2}$ $\sqrt{16 + 36}$ $\sqrt{52}$	المسافة بين نقطتين AB : $\sqrt{(x_{\vec{B}} - x_{\vec{A}})^2 + (y_{\vec{B}} - y_{\vec{A}})^2}$

• الدوران :

إنشاء صورة شكل بالدوران : يكون وفق مركز الدوران و زاوية الدوران و الإتجاه
 علما أن الإتجاه **الموجب** يكون **عكس** عقارب الساعة
الزاوية المركزية و الزاوية المحيطية :

	إذا كانت الزاوية المركزية و المحيطية يحصران نفس القوس $\widehat{AB}$: 1- تكون الزاوية المركزية ضعف الزاوية المحيطية و نكتب $\widehat{AOC} = 2\widehat{ABC}$ 2- أو نقول أن الزاوية المحيطية نصف الزاوية المركزية و نكتب $\widehat{ABC} = \frac{1}{2}\widehat{AOC}$
--	--

ملاحظة : كل الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس لها نفس القيس

المضلعات المنتظمة : يتم إنشائها بالدوران الذي مركزه O و أي إتجاه تختار أما زاوية الدوران تختلف حسب نوع المضلع

أي إذا كان المضلع يتكون من n ضلع تكون الزاوية —

• الهندسة في الفضاء

ننطلق في هذا الوحدة إلى قوانين المحيطات و المساحات و حجوم بعض الأشكال

1- المحيط و المساحة :

ملاحظة	المساحة A	المحيط P	
طول ضلع المربع			المربع
و a طول و عرض المستطيل		$(a + b)$	المستطيل
نصف القطر و			الدائرة و القرص
a أطوال المثلث طول الإرتفاع المتعلق بالقاعدة	—		المثلث
a طول القاعدة الصغرى b طول القاعدة الكبرى الإرتفاع التعلق بالقاعدة	$(a + b)$	مجموع أضلاعه	شبه المنحرف

2- الحجم و المساحة الجانبية :

ملاحظة	المساحة الجانبية S	الحجم	
طول أحد الأضلاع			المكعب
(a + b) محيط القاعدة			متوازي المستطيلات
نصف القطر و		—	الكرة و الجلة
مساحة القاعدة	////////	—	المخروط
A مساحة القاعدة حسب نوع القاعدة	////////	—	الهرم
مساحة القاعدة محيط القاعدة			الأسطوانة
P محيط القاعدة A مساحة القاعدة حسب نوع القاعدة			الموشور القائم



الهرم PYRAMIDE

$$V = \frac{A_{Base} \times h}{3}$$



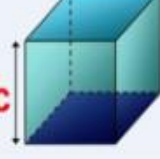
مخروط دوراني CONE DE REVOLUTION



الكرة SPHERE-BOULE

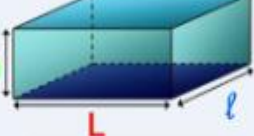
$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$



المكعب CUBE

$$V = c \times c \times c = c^3$$



متوازي المستطيلات PARALLELEPIPEDE RECTANGLE

$$V = L \times l \times h$$



الموشور القائم PRISME DROIT

$$V = A_{Base} \times h$$



الأسطوانة CYLINDRE DE REVOLUTION

ملاحظة : A_{Base} تعني مساحة القاعدة و تختلف حسب النوع (هرم ، مخروط ، أسطوانة

أستاذ المادة : حمزة العيون دحريا

الدوال و تنظيم المعطيات

• الدالة الخطية و الدالة التآلفية

نصنفها في جدول

• الدالة الخطية : هي كل عبارة من الشكل

أو من الشكل $f(x) = ax$ حيث x هو العدد و ax هي الصورة
مثال 1: حساب صورة العدد 3 بالدالة $2x$

$f(x)$
 إذن صورة العدد 3 بالدالة f هي 6 -
مثال 2: حساب العدد الذي صورته 2 بالدالة

إذن العدد الذي صورته 2 بالدالة f هو 1 -
 • تعيين دالة خطية: يعني إيجاد العدد

أي $f(x)$

مثال: إيجاد عبارة الدالة الخطية حيث - $f(3)$

حساب - - - - $f(x)$

ومنه عبارة الدالة هي - $f(x)$

ملاحظة: كل دالة خطية هي دالة تآلفية لأن 0

• التمثيل البياني لدالة خطية : هو عبارة عن خط

مستقيم يمر من المبدأ يكفي تعيين نقطة واحدة

مثال: تمثيل الدالة $f(x)$

العدد		0	1
الصورة	$f(x)$	0	1

• الدالة التآلفية : هي كل عبارة من الشكل

أو من الشكل $f(x)$ حيث x هو العدد
 و $f(x)$ هي الصورة

مثال 1: حساب صورة العدد 3 بالدالة

$f(x)$

إذن صورة العدد 3 بالدالة f هي -

مثال 2: حساب العدد الذي صورته 2 بالدالة

إذن العدد الذي صورته 2 بالدالة f هو 3 -

• تعيين دالة تآلفية : يعني إيجاد المعاملين

و

أي $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ و b بتعويض أحد الشرطين

مثال: إيجاد عبارة الدالة التآلفية حيث

$f(0) = -2$ و $f(-1) = -4$

(-4) - - -

بتعويض أحد الشرطين نجد

و منه عبارة الدالة هي 4

$f(x)$

• التمثيل البياني لدالة التآلفية : هو عبارة

عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ يكفي تعيين

نقطتين

مثال: تمثيل الدالة $g(x)$

	0	1
	1	2

ملاحظة: يمكن تعيين عبارة الدالة الخطية و التآلفية من البيان

الدالة الثابتة: وهي من الشكل $f(x) = a$ و تمثيلها عبارة عن خط مستقيم يوازي محور الفواصل في النقطة

النسبة المئوية: حساب $P\%$ معناه —

زيادة x بـ $P\%$ معناه : $x(1 + \frac{P}{100})$

تخفيض x بـ $P\%$ معناه : $x(1 - \frac{P}{100})$

• تنظيم المعطيات (الإحصاء)

- **التكرار المجمع الصاعد (المتزايد):** في سلسلة إحصائية التكرار المجمع الصاعد لقيمة يحصل عليه بجمع تكرار هذه القيمة و تكرر القيمة السابقة لها

- **التكرار المجمع النازل (المتناقص):** في سلسلة إحصائية التكرار المجمع النازل لقيمة يحصل عليه بجمع تكرار هذه القيمة و تكرر القيمة الأكبر منها

- **التكرار النسبي المجمع الصاعد و النازل :** (التواتر)

التكرار
التكرار الكلي

التكرار المجمع النازل
التكرار الكلي

التكرار المجمع الصاعد
التكرار الكلي

- الوسط الحسابي لسلسلة :

الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية هو مجموع قيم هذه السلسلة على عدد قيمها
الوسط الحسابي المتوازن لسلسلة إحصائية هو مجموع جداء القيمة بتكرارها على مجموع معاملات التكرار

$$\sqrt{3}$$

مثال:

القيمة X	0	1	2	3	5	6	7	8	المجموع
تكرارها	3	1	1	1	2	1	2	2	13

الوسط الحسابي

$$\frac{(0 \times 3) + (1 \times 1) + (2 \times 1) + (3 \times 1) + (5 \times 2) + (6 \times 1) + (7 \times 2) + (8 \times 2)}{13}$$

- الوسيط : في سلسلة إحصائية مرتبة

إذا كان عدد قيم هذه السلسلة فردى الوسيط هو القيمة التي تتوسط السلسلة .
 إذا كان عدد قيم هذه السلسلة زوجي نجمع القيمتين التي في الوسط ثم نقسم على 2
 إذا كانت السلسلة مجمعة في فئات نبحث عن الفئة التي تنتمي إليها الفئة الوسيطة

مثال: فردي : 1.1.2.2.3.5.6.6.8 إذن الوسيط هو 3

زوجي : 1.1.2.2.3.5.6.6 إذن الوسيط هو

- المدى : هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة مثال :

- المنوال : هي القيمة التي يقابلها أكبر تكرار

$$\sqrt{3}$$

مثال شامل :

القيمة	0	1	2	3	5	6	7	8	المجموع
التكرار	3	1	1	1	2	1	2	2	13
التكرار المجمع الصاعد	3	4	5	6	8	9	11	13	////
التكرار المجمع النازل	13	10	9	8	7	5	4	2	/////
التواتر	—	—	—	—	—	—	—	—	—
التواتر المجمع الصاعد	—	—	—	—	—	—	—	—	////
التواتر المجمع النازل	—	—	—	—	—	—	—	—	/////

المنوال : هو 0

التذكير بالكتابة العلمية:

الكتابة العلمية: هي كل كتابة من الشكل $a \times 10^p$ حيث p عدد نسبي صحيح و a عدد عشري مكتوب برقم واحد قبل الفاصلة غير معدوم
مثال :

مثال :

التدوير إلى الوحدة : إذا كان الرقم الأول بعد الفاصلة أقل تماما من 5 نأخذ الجزء الصحيح فقط و إذا كان الرقم الأول بعد الفاصلة أكبر من أو يساوي 5 نأخذ الجزء الصحيح و نضيف إليه 1 مثال: أو

{ مع تمنيات أساتذ المادة لكم بالتوفيق والنجاح في هذه التعليم المتوسط راجين من الله عز وجل تقبل سائر أعمالنا }