

التمرين الأول:

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

• $x^2 - 4x + 3 = 0$

• $2x^2 - x - 10 = 0$

• $x^2 + x - 2 = -3$

2- استنتج تحليلاً للعبارات السابقة.

3- أكتب العبارات السابقة على الشكل النموذجي.

التمرين الثاني:

نعتبر في $\mathbb{R}$ العبارة $E(x)$ حيث: $E(x) = x^2 - x - 6$

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $E(x) = 0$.

2- حلل العبارة $E(x)$ الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3- أدرس إشارة $E(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة

$E(x) < 0$

4- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = x^2 - x - 6$

أ) باستعمال الشكل النموذجي، بيّن أنه من أجل كل x

من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$

ب) عين السوابق الممكنة للعدد -6 .

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين

$\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right]$ و $\left]-\infty; -\frac{1}{2}\right]$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

التمرين الثالث:

نعتبر العبارة $A(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $A(x) = 4x^2 - 8x + 3$

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x) = 0$ ثم استنتج تحليلاً

للعبارة $A(x)$.

2- أدرس إشارة العبارة $A(x)$.

نضع: $g(x) = \frac{A(x)}{2-x}$

أ) عين القيم الممنوعة للعبارة $g(x)$.

ب) ادرس إشارة العبارة $2-x$ ثم استنتج إشارة

العبارة $g(x)$.

ج) حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x) \leq 0$.

التمرين الرابع:

لتكن العبارتان الجبريتان: $P(x) = (x+1)(2x+3) - (x^2-1)$

$Q(x) = x^2 - 4x + 3$

1- حلّ كل من العبارتين $P(x)$ و $Q(x)$.

2- نضع: $K(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

- عين القيم الممنوعة للعبارة $K(x)$

- أدرس إشارة العبارة $K(x)$.

- استنتج حلول المتراجحة $K(x) \geq 0$

رمضان مبارك وكل عام وأنتم بخير

حل التمرين الأول:

• حل المعادلات: $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(3) = 4 > 0$$

ومنه المعادلة $x^2 - 4x + 3 = 0$ تقبل حلان مختلفان

$$x_1 = \frac{4 - \sqrt{4}}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{4 + \sqrt{4}}{2} = 3$$

$$S = \{1, 3\} \text{ : إذا}$$

تحليل العبارة:

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$$

الشكل النموذجي:

$$ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] \text{ نعلم أن}$$

$$x^2 - 4x + 3 = 1 \left[\left(x - \frac{4}{2 \times 1} \right)^2 - \frac{4}{4(1)^2} \right]$$

$$= (x - 2)^2 - 1$$

• حل المعادلة: $2x^2 - x - 10 = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-10) = 81 > 0$$

إذا المعادلة تقبل في $\mathbb{R}$ حلان مختلفان

$$x_1 = \frac{1 + 9}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{1 - 9}{2} = -4$$

$$S = \{5, -4\} \text{ : إذا}$$

تحليل العبارة:

$$2x^2 - x - 10 = 2(x - 5)(x + 4)$$

الشكل النموذجي:

$$ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] \text{ نعلم أن}$$

$$2x^2 - x - 10 = 2 \left[\left(x - \frac{1}{2 \times 2} \right)^2 - \frac{81}{4(2)^2} \right]$$

$$= 2 \left(x - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{81}{8}$$

• حل المعادلة $x^2 + x - 2 = -3$ تكافئ: $x^2 + x - 2 + 3 = 0$ أي $x^2 + x + 1 = 0$ بعد حساب المميز نجد $\Delta = -3 < 0$ المعادلة لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$ وبالتالي لا تقبل تحليلاً.
الشكل النموذجي:

$$ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

$$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \text{ : إذا}$$

حل التمرين الثاني: $E(x) = x^2 - x - 6$

$$1- \quad E(x) = 0 \text{ معناه } x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-6) = 25 > 0$$

ومنه المعادلة $E(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين

$$x_1 = \frac{1 - 5}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

$$S = \{-1, 3\}$$

-2 تحليل العبارة: نعلم أن

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$E(x) = x^2 - x - 6 = (x + 1)(x - 3) \text{ : إذا}$$

-3 إشارة العبارة $E(x)$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$E(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

حلول المتراجحة $E(x) < 0$ هي قيم x التي تجعل $E(x)$ سالبة تماماً، من الجدول نجد:

$$S =]-1, 3[$$

ج) حل المتراجحة $g(x) \leq 0$:

من الجدول السابق : $g(x) \leq 0$ إذا كان $x \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right] \cup]2, +\infty[$

ملاحظة: المجال مفتوح عند القيمة 2 لأنها قيمة ممنوعة بالنسبة لـ $g(x)$.

حل التمرين الرابع:

(1) تحليل كل من $P(x)$ و $Q(x)$

$$\begin{aligned} P(x) &= (x+1)(2x+3) - (x^2-1) \\ &= (x+1)(2x+3) - (x-1)(x+1) \\ &= (x+1)[(2x+3) - (x-1)] \\ &= (x+1)(x+4) \end{aligned}$$

لتحليل $Q(x)$ يتوجب علينا إيجاد حلول المعادلة $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(3) = 4 > 0$$

حيث x_1 و x_2

$$x_1 = \frac{4-2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{4+2}{2} = 3$$

$$Q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3) \quad \text{ومنه يكون}$$

-3 تعيين القيم الممنوعة لـ $K(x)$

$K(x)$ معرفة إذا كان $Q(x) \neq 0$ أي $x \neq 1$ و $x \neq 3$

ومنه $x \in \mathbb{R} - \{1, 3\}$

-4 إشارة العبارة $K(x)$:

إشارة العبارة $K(x)$ من إشارة $P(x) \times Q(x)$ ونلخص ذلك في الجدول

التالي:

x	$-\infty$	-4	-1	1	3	$+\infty$
$P(x)$		+	0	-	0	+
$Q(x)$		+	+	+	0	-
$K(x)$		+	-	+	-	+

حلول المتراجحة $K(x) \geq 0$: من الجدول:

$$x \in]-\infty, -4] \cup [-1, 1[\cup]3, +\infty[$$

$$-4 \quad \text{اثبات أن } f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

باستعمال الشكل النموذجي:

$$x^2 - x - 6 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

-5 دراسة اتجاه التغير: عُد إلى سلسلة الدوال المرجعية (سؤال سهل)

حل التمرين الثالث:

$$-1 \quad \text{حل المعادلة } 4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(4)(3) = 16 > 0$$

إذا المعادلة $A(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$

$$x_1 = \frac{8-4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{8+4}{8} = \frac{3}{2}$$

$$A(x) = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) \quad \text{تحليل العبارة}$$

-2 إشارة العبارة $A(x)$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$A(x)$	+	0	-	0	+

$$g(x) = \frac{A(x)}{2-x} \quad (i)$$

القيم الممنوعة لـ $g(x)$: معرفة إذا كان $2-x \neq 0$ أي

$$x \neq 2$$

ب) دراسة إشارة $2-x$:

$$2-x > 0 \quad \text{إذا كان } x < 2 \quad \text{أي } x \in]-\infty, 2[$$

$$2-x < 0 \quad \text{إذا كان } x > 2 \quad \text{أي } x \in]2, +\infty[$$

إشارة $g(x)$: هي من إشارة $A(x) \times (2-x)$

ونلخصها في الجدول التالي:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2	$+\infty$
$A(x)$	+	0	-	0	+
$2-x$	+	+	+	0	-
$g(x)$	+	+	-	-	-