

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول

التمرين الأول (6 نقط)

a و b عدنان طبيعيان حيث $b = 2006$ ، $a = 1428$

1/ أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) بين أن : $b \equiv -1[9]$

ج) هل العدنان a و b متوافقان بترديد 9 ؟ برّر إجابتك .

2/ أ) ما هو باقي قسمة العدد $(a+b^2)$ على 9 ؟

ب) استنتج باقي قسمة $(a+b^2)$ على 3

التمرين الثاني (5 نقط)

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_n = 3n+1$.

1/ احسب u_2, u_1, u_0 .

2/ بين أن (u_n) حسابية يطلب تعيين أساسها . عين اتجاه تغير (u_n) .

3/ تحقق أن العدد 2008 حدّ من حدود المتتالية (u_n) . ما رتبته ؟

4/ احسب المجموع : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$

التمرين الثالث (9 نقط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^3 - 3x$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) احسب $f(-1)$ ، $f(-2)$.

2) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) احسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها .

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها .

ج) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

درس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) . ماذا تستنتج ؟

د) أرسم (C_f) و (Δ) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول (6 نقط)

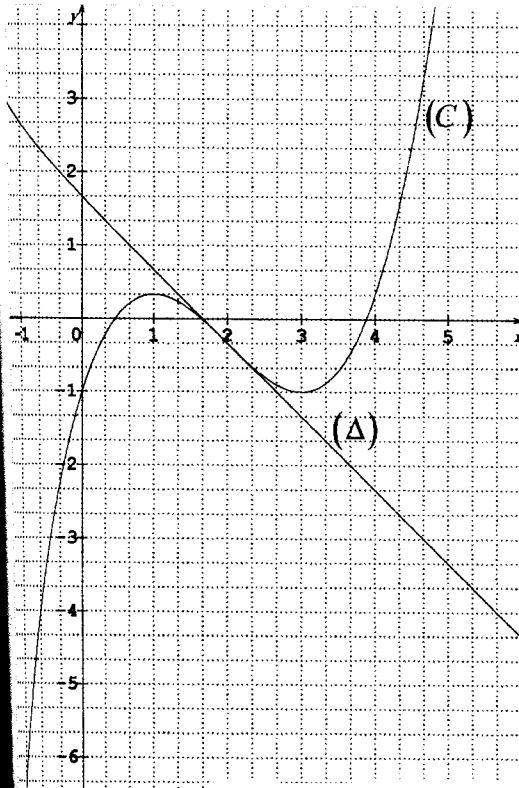
- (u_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول $u_1 = 7$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} = 2u_n + 1$
- (1) أحسب u_2 ، u_3 ، u_4 .
 - (2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نعرف المتتالية (v_n) كما يأتي : $v_n = u_n + 1$.
 - أ - أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحددها الأول v_1 .
 - ب - اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
 - ج - نضع : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، احسب S_n بدلالة n .
 - د - عين n علما أن $S_n = 1016$.

التمرين الثاني (4 نقط)

- 1 - احسب باقي قسمة كل من $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$ على 7 .
- 2 - عين باقي قسمة كل من : 3^{6n} و 3^{6n+4} على 7 حيث n عدد طبيعي غير معدوم .
- استنتج باقي قسمة 3^{2008} على 7 .
- 3 - بين أن العدد : $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$ يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

التمرين الثالث (10 نقط)

- المنحنى (C) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة f معرفة على المجال $[-1, +\infty[$ و (Δ) مماس للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 2 .
- (1) خمن نهاية f عند $+\infty$ ثم بقراءة بيانية عين اتجاه تغير f على المجال $[-1, +\infty[$.
 - شكل جدول تغيرات f .
 - (2) من العبارات الآتية :
 - $f_2(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ ، $f_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$
 - $f_3(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$
 عين العبارة المناسبة للدالة f مبررا ذلك .
 - (3) ادرس تغيرات الدالة f . هل تخميناتك و قراءتك السابقة صحيحة؟
 - (4) عين معادلة للمستقيم (Δ) .
 - (5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى (C) .
 - (6) ارسم المستقيم $y = -1$ ، ثم حل بيانيا المترابحة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) < -1$
 - (7) عين نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (D) ذي المعادلة : $y = 3x - 1$



محاو ر الموضوع	الموضوع الأول	عناصر الإجابة	العلامة	
			مجزأة	المجموع
الموافقة	التمرين الأول : (06 ن) $b = 2006$ ، $a = 1428$ (1) (أ) $1428 = 9(158) + 6$ أي $1482 \equiv 6[9]$ و منه باقي قسمة a على 9 هو 6 (ب) $b - (-1) = 2007 = 9 \times 223$ اذن $b - (-1) \equiv 0[9]$ أي $b \equiv -1[9]$ (ج) بما أن $b \equiv -1[9]$ فإن $b \equiv 8[9]$ و منه باقي قسمة b على 9 هو 8 بما أن العددين a و b ليس لهما نفس الباقي على 9 فإنهما غير متوافقين على 9. (2) (أ) $a + b^2 \equiv 6 + (-1)^2[9]$ $a + b^2 \equiv 7[9]$ باقي قسمة $a + b^2$ على 9 هو 7 . (ب) حسب نتيجة السؤال (أ) $a + b^2 = 9k + 7 \quad (k \in \mathbb{N})$ $= 3(3k + 2) + 1$ $= 3k' + 1 \quad (k' = 3k + 2)$ باقي قسمة $a + b^2$ على 3 هو 1	1 1 1 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	06	
القسمة الإقليدية	التمرين الثاني : 05 ن $u_n = 3n + 1$ (1) $u_0 = 1 \quad u_1 = 4 \quad , u_2 = 7$ (2) $u_{n+1} = 3(n+1) + 1 = 3n + 4$ $u_{n+1} - u_n = (3n + 4) - (3n + 1) = 3$ اذن (u_n) حسابية أساسها 3 . و هي متتالية متزايدة تماما لأن أساسها موجب. (3) $u_n = 2008$ $u_{n+1} = 2008$ و منه $n = 669$ بما أن 669 عدد طبيعي فإن 2008 حد من المتتالية و رتبته 670.	3×0,25 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	05	

محاور
الموضوع

(4) حساب المجموع :

$$s = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$$

s مجموع 670 حدا الأولى للمتتالية (u_n)

$$s = \frac{670}{2} (u_0 + u_{669})$$

$$= 335(1 + 2008)$$

$$= 335 \times 2009$$

$$s = 673015$$

الدوال

التمرين الثالث : (09 ن)

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$f(-1) = 2 ; f(-2) = -2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (2) \text{ أ}$$

(ب) من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $f'(x) = 3x^2 - 3$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$(x = 1) \text{ أو } (x = -1)$$

إشارة $f'(x)$

$$f'(x) > 0 \text{ من اجل } x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$$

$$f'(x) < 0 \text{ من اجل } x \in]-1, 1[$$

(جـ)

x	$-\infty$	-1	$+1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
تغير f			2		-2		$+\infty$

$$(3) \text{ أ} \quad f(x) = 0 \text{ معناه } x^3 - 3x = 0$$

$$\text{و منه } x(x^2 - 3) = 0 \text{ اذن}$$

$$\text{مجموعة الحلول هي : } \{0, -\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$$

(ب) حلول المعادلة $f(x) = 0$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع

محور الفواصل .

$$\text{احداثيات النقط هي } (\sqrt{3}, 0), (-\sqrt{3}, 0), (0, 0)$$

$$\text{(جـ) معادلة } (\Delta) \quad y = -3x$$

إشارة $f(x) - y$

الإستنتاج

(د) رسم (C_f) ، (Δ)

70

معايير الموضوع	الموضوع الثاني	عناصر الإجابة	العلامة	
			مجزأة	المجموع
مقتليات	التمرين الأول : 06 نقاط	$u_4 = 63$, $u_3 = 31$, $u_2 = 15$ $v_1 = 8$, $q = 2$; $v_{n+1} = 2v_n$ $u_n = 8 \times 2^{n-1} - 1$ و $v_n = 8 \times 2^{n-1}$ $S_n = v_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$ $S_n = 8(2^n - 1)$ $2^n = 128$, $n = 7$	3×0,5 3×0,5 2×0,5 0,25+0,75 0,5+0,5	06
مراعات	التمرين الثاني : 04 نقاط	1 - بواقي قسمة $3^6, 3^5, 3^4, 3^3, 3^2$ على 7. هي على الترتيب : 2 , 6 , 4 , 5 , 1 2 - $3^6 \equiv 1[7]$ و منه $3^{6n} \equiv 1[7]$ و $3^{6n+4} \equiv 4[7]$ باقي قسمة 3^{6n} هو 1 و باقي قسمة 3^{6n+4} هو 4 $2008 = 6 \times 334 + 4$ و منه باقي قسمة 3^{2008} على 7 هو 4 $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv (3 \times 4 - 2 \times 1 + 4)[7]$ $\equiv 0[7]$ العدد $(3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4)$ يقبل القسمة على 7 .	0,25×5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,5 0,5 0,25	04
	التمرين الثالث : 10 نقاط	1 / $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ f متزايدة تماما على $[-1, 1]$ f متناقصة تماما على $[1, 3]$ f متزايدة تماما على $[3, +\infty[$ جدول التغيرات $f_1(x)$ غير مناسبة لأن $f(0) = 1$ (غير صحيح) $f_3(x)$ غير مناسبة لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (غير صحيح) و منه $f(x) = f_2(x)$ ملاحظة : يقبل أي تبرير آخر صحيح $f(-1) = -\frac{19}{3}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ /3 f قابلة للاشتقاق على $[-1, +\infty[$ $f'(x) = x^2 - 4x + 3$ إشارتها جدول التغيرات	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5+0,5 0,25 0,5 0,5 0,25	10

تابع الإجابة النموذجية و سلم التنقيط المادة : الرياضيات الشعبة : آداب و فلسفة + لغات أجنبية بكالوريا جوان 2008

محاو الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة
	تعتبر إجابة التلميذ صحيحة إذا عبرت عن الإنسجام بين قراءته و تخميناته من جهة و بين نتائج دراسة تغيرات الدالة f التي اختارها في السؤال 2 .	0,5
	(الطريقة ثم النتيجة) $(\Delta): y = -x + \frac{5}{3}$ /4	0,5+0,5
	(تقبل الحالتين الممكنتين : هندسيا و تحليليا) $S = [-1; 0[$ /6	0,5+0,5
	$f''(x) = 2x - 4$ /5	0,25
	$f''(x)$ تنعدم عند 2 و تغير إشارتها	0,5
	منه (C) يقبل $\omega(2, -\frac{1}{3})$ نقطة انعطاف.	0,25
	7 / يتقاطع (C) مع (D) في نقطتين هما $A(0, -1)$ و $B(6, 17)$	0,5×2