

سألة أسية رقم 1

✓ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$

$$(1) \text{ أ- أحسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \text{ ، } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$$

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة g . ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن أحدهما معدوم و

$$\text{الآخر } \alpha \text{ حيث } -0,8 < \alpha < -0,7$$

ب- إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

✓✓ لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - (x + 1)^2 e^{-x}$ وليكن C_f تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

$$(1) \text{ أ- أحسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ ، } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ج- أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها . (نأخذ $f(\alpha) = -0,9$)

(2) أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ C_f بجوار $+\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي بين المنحنى C_f والمستقيم (Δ) .

(3) بين أن المنحنى C_f يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، يطلب تعيين معادلة لكل منهما

(4) أنشئ (Δ) و C_f والمماسين .

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x :

$$(x + 1)^2 + me^x = 0$$

بالتوفيق للجميع : بكالوريا 2021

حل مقترح للتصريح.

$$D_f =]-\infty; +\infty[; g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^x. I$$

P.1 حساب النهايات عند $+\infty$ و $-\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + (x^2 - 1)e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + (x^2 - 1)e^x = 1$$

$$\text{لأن } (\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)e^x = 0)$$

ب. دراسة اتجاه تغير الدالة g .

g معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

والها المشتقة هي:

$$g'(x) = 2x e^x - (x^2 - 1)e^x$$

$$g'(x) = (-x^2 + 2x + 1)e^x$$

إشارة g' من إشارة $(x^2 - 2x - 1)$

$$x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{-2}, x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{2}}{-2} \quad (\Delta = 8)$$

$$\text{أي } x_1 = 1 - \sqrt{2} \text{ و } x_2 = 1 + \sqrt{2}$$

x	$-\infty$	$(1-\sqrt{2})$	$(1+\sqrt{2})$	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

ومن الدالة g متناقصة تماما على كل من

المجالين $]-\infty; 1 - \sqrt{2}[$ و $]1 + \sqrt{2}; +\infty[$ و

متزايدة تماما على المجال $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$

جدول التغيرات.

x	$-\infty$	$(1-\sqrt{2})$	$(1+\sqrt{2})$	$+\infty$	
$g'(x)$	-	0	+	0	-
$g(x)$	$+\infty$			1.43	
		-0.25			-1

2. بيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين

في $\mathbb{R}$.

لدينا من جدول التغيرات.

g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1 - \sqrt{2}[$

و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ و $g(1 - \sqrt{2}) = -0.25$ ومنه

المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على هذا المجال.

g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}]$

و $g(1 - \sqrt{2}) = -0.25$ و $g(1 + \sqrt{2}) = 0$ ومنه

المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على هذا

المجال. إذا المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلان

في $\mathbb{R}$.

التحقق:

$$g(0) = 1 + (0^2 - 1)e^0 = 0$$

g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال

$g(-0.8) = 0.19$; $g(-0.7) = -0.27$ $[0.8; -0.7]$

$$g(-0.8) \cdot g(-0.7) < 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة

فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا

α حيث $-0.8 < \alpha < -0.7$

ب. إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-	+

$$D_f =]-\infty; +\infty[; f(x) = x - (x+1)e^x. II$$

P.1 حساب النهايات عند $+\infty$ و $-\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - (x+1)e^x = -\infty$$

$$\text{لأن } (\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)e^x = +\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x - (x+1)e^x = +\infty$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(1 + (x+1) \frac{e^{-x}}{x} \right) = -\infty$$

$$\text{لأن } \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x}}{x} = +\infty \right)$$

لأن $e^x > 0$ و $-(x+1)^2 < 0$ إذا .

(ج) يقع تحت (د) .

3- تبين أن (ج) يقبل حاسنين معامل توجيه كل منهما يساوي 1

معطى $f(x) = 1$ أو $1 + (x^2 + 1)e^x = 1$ لأن $(x^2 + 1)e^x = 0$ (بما أن $e^x > 0$)

$$\begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases} \text{ منه } \begin{cases} x^2+1=0 \\ x^2=1 \end{cases}$$

$$y_1 = f'(1)(x-1) + f(1) = 1(x-1) + 1 + 4e^2$$

$$y_1 = x - 4e^2$$

$$y_2 = f'(-1)(x+1) + f(-1) = 1(x+1) - 1$$

$$y_2 = x$$

4- الإنشاء (أذكر الرسم)

5- المناشئة البيانية

$$(x^2 + 1)^2 + me^x = 0$$

$$(x+1)^2 = -me^x$$

$$-(x+1)^2 e^{-x} = m$$

$$x - (x+1)^2 e^{-x} = x + m$$

$$f(x) = x + m \text{ (مناشئة مائلة)}$$

حلل المعادلة $f(x) = x + m$ هي فواصل نقط تقاطع (ج) والمستقيم الذي معادلته $y = x + m$

$m \in]-\infty, -4e^2[$ للمعادلة حل وحيد

$m = -4e^2$ للمعادلة حلان

$m \in]-4e^2, 0[$ للمعادلة ثلاث حلول

$m = 0$ للمعادلة حل وحيد

$m \in]0, +\infty[$ ليس للمعادلة حلول

ب- تبين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $f(x) > g(x)$

f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ والدالة المستقة

$$f'(x) = 1 - 2(x+1)e^x + (x+1)^2 e^x = 1 + (-2x - 2 + x^2 + 2x + 1)e^x$$

$$f'(x) = 1 + (x^2 - 1)e^x = g(x)$$

ج- دراسة اتجاه تغير الدالة f

إشارة f' من إشارة الدالة g

ومنه:

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+

ومنه الدالة f متزايدة تماماً على كل من

المجالين $]-\infty; \alpha[$ و $]\alpha; +\infty[$ ومتناخصة

تلقاً على المجال $[\alpha; 0]$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	α	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	-0.9	-1	$+\infty$

8- تبين أن المستقيم (د) الذي

معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ (ج) بمحاور $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - (x+1)e^x - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [-(x+1)e^x] = 0$$

ومنه (د) مستقيم مقارب مائل

لـ (ج) محاور $+\infty$

ب- دراسة وضعيه (ج) بالنسبة لـ (د)

$$f(x) - y = x - (x+1)^2 e^{-x} - x = -(x+1)^2 e^{-x} < 0$$

