

الواجب المنزلي رقم (05) في الرياضيات

القسم: 02 ع / تر

سلم يوم : 2019/01/30

يصاد يوم : 2019/02/06

التمرين الأول:

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط $A(-1; 5)$, $B(3; 2)$, $C(1; -1)$ و $D(2; 5)$

① عين إحداثي النقطة G منتصف القطعة $[AC]$

② أثبت أن D مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$

③ (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MC}\|$

أ) أثبت أن النقطة B تنتمي إلى (E)

ب) عين وأنشئ (E)

④ عين وأنشئ (E') مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MC}\|$

التمرين الثاني:

A, B و C ثلاث نقط ليست في استقامة.
H نقطة تحقق العلاقة : $\vec{HA} + 3\vec{HB} + 2\vec{HC} = \vec{0}$

① بين أن H مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 1), (B; 1), (C; 2)\}$

* لتكن النقطة G حيث : $\vec{BG} = k\vec{BC}$ و $k \in \mathbb{R}$

② أثبت أنه يوجد عدنان حقيقيان α و β بحيث تكون G مرجح الجملة المثقلة : $\{(B; \alpha), (C; \beta)\}$

* بوضع $k = \frac{2}{3}$

أ) أثبت أن : G مرجح الجملة : $\{(B; 1), (C; 2)\}$ ثم استنتج أن النقط A, G و H على استقامة واحدة .

③ عين ثم أنشئ (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\frac{3}{4}\|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 6$ ثم استنتج (Γ'') مجموعة النقط

M من المستوي حيث : $\frac{3}{4}\|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\| \leq 6$

(ب) نعي (E)

التمرين الأول:

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MC}\| \text{ لدينا}$$

حيث D مرجع ا ملة ا ثغلة $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$
إذن :

$$\begin{aligned} \|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| &= \|(1 + 2 - 1)\vec{MD}\| \\ \|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| &= \|2\vec{MD}\| \end{aligned}$$

وا ملة : $\{(A; 1), (C; -1)\}$ لا تفيل مرجع

و عليه الشعاع $\vec{MA} - \vec{MC}$ مستقل اما عن M

إذن

$$\begin{aligned} \|\vec{MA} - \vec{MC}\| &= \|\vec{MA} - (\vec{MA} + \vec{AC})\| \text{ حسب علاقة شال} \\ \|\vec{MA} - \vec{MC}\| &= \|\vec{AC}\| \end{aligned}$$

و عليه

$$\begin{aligned} \|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| &= \|\vec{MA} - \vec{MC}\| \\ \|2\vec{MD}\| &= \|\vec{AC}\| \\ |2|\|\vec{MD}\| &= \|\vec{AC}\| \\ \|\vec{MD}\| &= \frac{\|\vec{AC}\|}{2} \text{ منه و} \end{aligned}$$

إذن نستنتج أن **موجة النفط** (E) هي **دائرة** مركزها D و

$$r = \frac{\|\vec{AC}\|}{2} \text{ نصف فطرها}$$

* حساب $\|\vec{AC}\|$

$$\begin{aligned} \|\vec{AC}\| &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ \|\vec{AC}\| &= \sqrt{(2)^2 + (-6)^2} \\ \|\vec{AC}\| &= \sqrt{40} \end{aligned}$$

$$\|\vec{AC}\| = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10} \text{ و منه}$$

$$r = \sqrt{10} \text{ إذن}$$

* الإنشاء

1 نعي إحداثي النقطة G

G منتصف القطعة [AC] معناه G مرجع ا ملة ا ثغلة :
 $\{(A; 1), (C; 1)\}$
وعليه :

$$\begin{aligned} y_G &= \frac{\alpha y_A + \beta y_C}{\alpha + \beta} & x_G &= \frac{\alpha x_A + \beta x_C}{\alpha + \beta} \\ y_G &= \frac{1(5) + 1(-4)}{1 + 1} & x_G &= \frac{1(-1) + 1(1)}{1 + 1} \\ y_G &= \frac{4}{2} & x_G &= \frac{0}{2} \\ y_G &= 2 & x_G &= 0 \end{aligned}$$

و منه : $G(0; 2)$

2 إثبات أن D مرجع ا ملة ا ثغلة $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$

ا أن $1 + 2 - 1 = 2$ حيث $2 \neq 0$ إذن D موجودة.
وعليه

$$\begin{aligned} x_D &= \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} & y_D &= \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ x_D &= \frac{1(-1) + 2(3) + (-1)(2)}{1 + 2 - 1} & y_D &= \frac{1(5) + 2(3) + (-1)(-1)}{1 + 1} \\ x_D &= \frac{4}{2} & y_D &= \frac{10}{2} \\ x_D &= 2 & y_D &= 5 \end{aligned}$$

إذن

D(2; 5) وهو المطلوب

3 (E) موجة النفط M من ا استوي حيث :

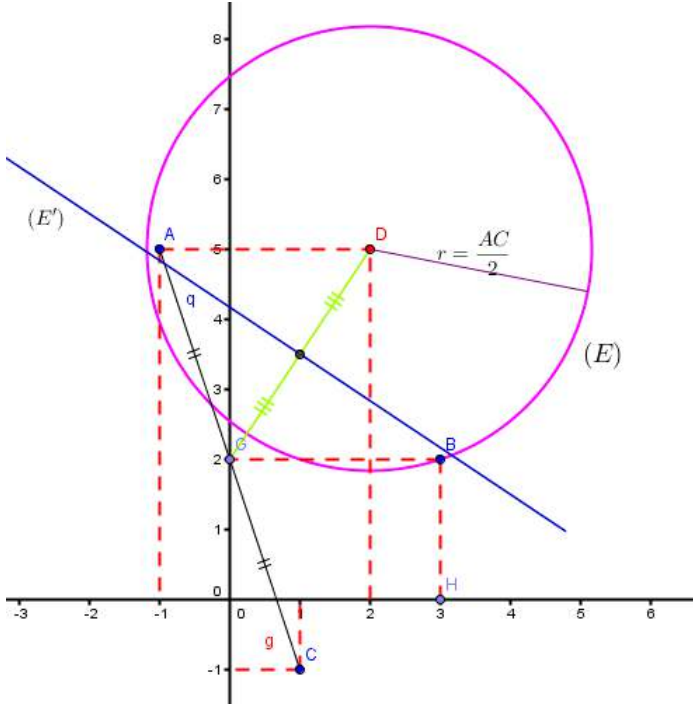
$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MC}\|$$

(I) إثبات أن النقطة B تنتمي إ (E)

بتعويض النقطة M بالنقطة B د :

$$\begin{aligned} \|\vec{BA} + 2\vec{BB} - \vec{BC}\| &= \|\vec{BA} - \vec{BC}\| \\ \|\vec{BA} - \vec{BC}\| &= \|\vec{BA} - \vec{BC}\| \end{aligned}$$

إذن B تنتمي إ (E)



التمرين الثاني:

1 إثبات أن H مرجع A ملة ا ثغلة $\{(A;1), (B;1), (C;2)\}$

$$\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{HC} = \vec{0} \quad \text{فق : نطمة H}$$

باستخدام علاقة شال د : $\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2(\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HC}) = \vec{0}$

$$\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2(\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HC}) = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{BH} + 2\overrightarrow{HC} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} - 2\overrightarrow{BH} + 2\overrightarrow{HC} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{BH} + 2\overrightarrow{HC} = \vec{0}$$

إذن H مرجع A ملة ا ثغلة : $\{(A;1), (B;1), (C;2)\}$

2 إثبات أنه يوجد عددان حقيقيان α و β

لدينا :

$$\overrightarrow{BG} = k\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{BG} - k\overrightarrow{BC} = \vec{0}$$

إذن

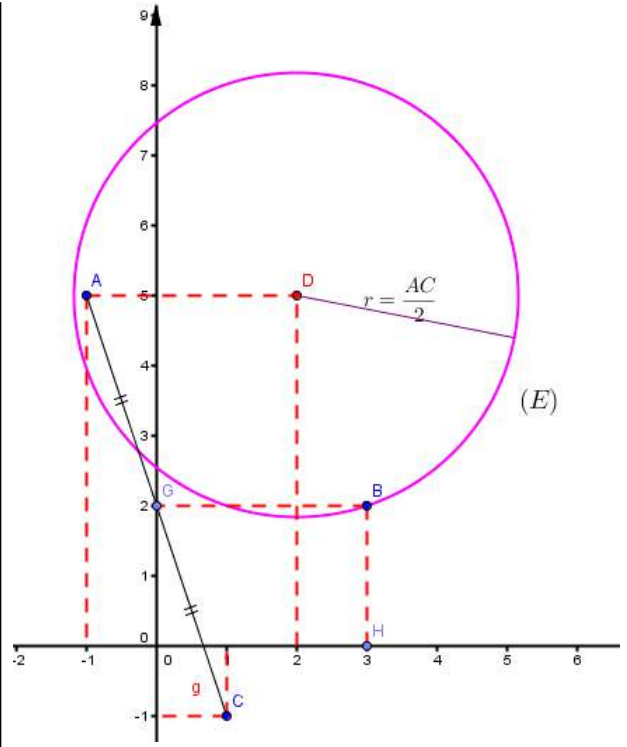
$$\overrightarrow{BG} - k(\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC}) = \vec{0} \quad \text{باستخدام علاقة شال د :}$$

$$\overrightarrow{BG} - k\overrightarrow{BG} - k\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$(1-k)\overrightarrow{BG} - k\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$-(1-k)\overrightarrow{GB} - k\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$(k-1)\overrightarrow{GB} - k\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$



4 تعي موعة النقط (E')

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\| \quad \text{لدينا :}$$

حيث D مرجع A ملة ا ثغلة $\{(A;1), (B;2), (C;-1)\}$

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MD}\| \quad \text{إذن :}$$

و G مرجع A ملة ا ثغلة $\{(A;1), (C;1)\}$

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MG}\| \quad \text{إذن :}$$

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$$

$$\|2\overrightarrow{MD}\| = \|2\overrightarrow{MG}\| \quad \text{تكافئ}$$

$$\|\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MG}\|$$

و عليه موعة النقط (E') هي ور القطعة [DG]

الإثشاء

الإشياء

إنشاء المرجح H :

$$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{0}$$

لدينا

$$\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BH} + 2(\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{0} \text{ حسب علاقة شال}$$

$$4\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$$

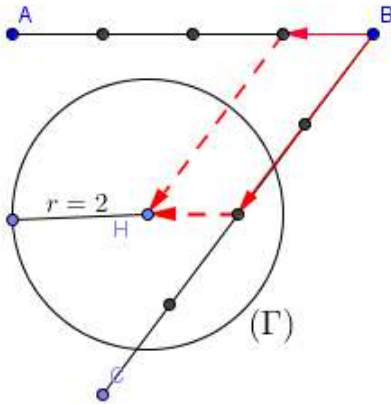
$$4\overrightarrow{HB} = -\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{HB} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{BA} - \frac{2}{4}\overrightarrow{BC}$$

$$-\overrightarrow{BH} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{BH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

الإشياء :



4 تعي (Gamma')

$$\frac{3}{4}\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| \leq 6$$

$$3\|\overrightarrow{MH}\| \leq 6$$

$$\|\overrightarrow{MH}\| \leq 2$$

و عليه مجموعة النقط M هي **فرص مركزه H**

و نصف قطره $r = 2$

الإشياء :

حيث : $(k-1) + k = -1$ و $-1 \neq 0$

إذن مرجح A ملة اثفلة $\{(B; (k-1)), (C; -k)\}$ مع

$$\beta = -k \text{ و } \alpha = k - 1$$

$$k = \frac{2}{3} \text{ بوضع (I)}$$

د

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$3\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{BC}$$

$$3\overrightarrow{BG} - 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$$

إذن

$$3\overrightarrow{BG} - 2(\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{0} \text{ باستخدام علاقة شال د :}$$

$$\overrightarrow{BG} - 2\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

$$\overrightarrow{BG} - 2\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

$$-\overrightarrow{GB} - 2\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

$$\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

ومنه

إذن مرجح A ملة اثفلة $\{(B; 1), (C; 2)\}$

* أن D مرجح A ملة اثفلة $\{(B; 1), (C; 2)\}$ و G

مرجح A ملة اثفلة $\{(B; 1), (C; 2)\}$

حسب خاصية التجميع نستنتج أن

D مرجح A ملة اثفلة $\{(G; 3), (A; 1)\}$

ومنه النقط A, G, H على استقامة واحدة

3 تعي مجموعة النقط (Gamma)

$$\frac{3}{4}\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 6 \text{ لدينا :}$$

حيث H مرجح A ملة اثفلة : $\{(A; 1), (B; 1), (C; 2)\}$

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|(1+1+2)\overrightarrow{MH}\| \text{ ومنه :}$$

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|4\overrightarrow{MH}\|$$

و عليه

$$\frac{3}{4}\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 6$$

$$\frac{3}{4}\|4\overrightarrow{MH}\| = 6$$

تكافئ

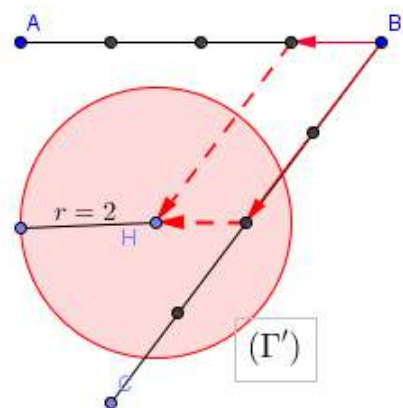
$$\frac{3}{4} \cdot 4\|\overrightarrow{MH}\| = 6$$

$$3\|\overrightarrow{MH}\| = 6$$

$$\|\overrightarrow{MH}\| = 2$$

إذن مجموعة النقط M هي **دائرة مركزها H**

و نصف قطرها $r = 2$



المجموع	التقسيط	عناصر الإجابة
		التمرين الأول:
1 ن	0.5 + 0.5 ن	① تعيين إحداثي النقطة G G مرجح الجملة المثقلة: $\{(A; 1), (C; 1)\}$ مع تعيين الأحداثيات G(0; 2)
0.75 ن	0.25 + 0.5 ن	② إثبات أن D مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$
6 ن	0.5 ن	التحقق من مجموع المعاملات مع تعيين الأحداثيات ③ $\ \vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\ = \ \vec{MA} - \vec{MC}\ $ (E) إثبات أن B تنتمي إلى (E) تعيين وإنشاء (E) إثبات أن: $\ \vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\ = \ 2\vec{MD}\ $ إثبات أن $\ \vec{MA} - \vec{MC}\ = \ \vec{AC}\ $ إيجاد $\ \vec{MD}\ = \frac{\ \vec{AC}\ }{2}$ (E) هي دائرة مركزها D ونصف قطرها $r = \frac{\ \vec{AC}\ }{2}$ حساب $\ \vec{AC}\ $ الإنشاء
2.25 ن	0.5 ن	④ $\ \vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\ = \ \vec{MA} + \vec{MC}\ $ (E') تعيين وإنشاء (E') تبين أن $\ \vec{MA} + \vec{MC}\ = \ 2\vec{MG}\ $ $\ \vec{MD}\ = \ \vec{MG}\ $ مجموعة النقط (E') هي محور القطعة المستقيمة $[DG]$ الإنشاء
		التمرين الثاني:
1 ن	1 ن	① إثبات أن H مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 1), (B; 1), (C; 2)\}$ $\vec{HA} + \vec{BH} + 2\vec{HC} = \vec{0}$
1 ن	1 ن	② إيجاد α و β $(k - 1)\vec{GB} - k\vec{GC} = \vec{0}$
2.5 ن	1 ن	③ إثبات أن G مرجح الجملة المثقلة $\{(B; 1), (C; 2)\}$ $-\vec{GB} - 2\vec{GC} = \vec{0}$ $\vec{GB} + 2\vec{GC} = \vec{0}$

5.5 ن	0.5 + 0.5 1 ن 0.5 ن 0.5 ن 2 ن 0.5 ن 1 ن	حسب خاصية التجميع نجد H مرجح الجملة المثقلة $D \{(G; 3), (A; 1)\}$ و النقط A, G و H في استقامة واحدة. ④ تعيين $\ \vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\ = \ \vec{MA} + \vec{MC}\$ (Γ') $\ \vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\ = 3\ \vec{MH}\$ $\ \vec{MH}\ = 2$ إذن مجموعة النقط (Γ) هي دائرة مركزها H و نصف قطرها $r = 2$ الإنشاء و منه نستنتج أن (Γ'') تحقق $\ \vec{MH}\ \leq 2$ و عليه مجموعة النقط هي قرص مركزه H و نصف قطره $r = 2$ الإنشاء
-------	---	---