

$$C = \frac{121 \times 10^2 \times 10^{-8}}{44 \times (10^3)^5} , \quad B = \frac{36 \times (10^2)^{-6}}{1,6 \times 10^4 \times 25} , \quad A = \frac{5,2 \times 10^{-3}}{2,5 \times 10^7}$$

3 أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 561 و 231 بتطبيق خوارزمية الفروق المتتالية.

4 أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 243 و 135 بتطبيق خوارزمية إقليدس.

5 اكتب على شكل كسر غير قابل للاختزال كل من $\frac{135}{486}$ و $\frac{561}{231}$.

6 احسب قيمة كل من العبارتين A و B حيث :

$$B = \frac{135}{486} \div \frac{25}{9} - \frac{3}{10} , \quad A = \frac{12}{7} + \frac{561}{231} \times \frac{1}{3}$$

7 بيّن أنّ العددين 146 و 125 أوليان فيما بينهما.

8 هل العددين 147 و 105 أوليان فيما بينهما ؟

9 x و y عدنان طبيعيين غير معدومين حيث : $105x = 147y$.

◀ اكتب الكسر $\frac{x}{y}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

الحل:

1 الكتابة على شكل قوة واحدة للعدد 10 :

$$\begin{aligned} \left(\frac{10^4 \times 10^{-7}}{10^9} \right)^{-2} &= \left(\frac{10^{4-7}}{10^9} \right)^{-2} & \frac{(10^{-3})^2}{10^{-8}} &= \frac{10^{-3 \times 2}}{10^{-8}} & \frac{10^5 \times 10^4}{10^7} &= \frac{10^{5+4}}{10^7} \\ &= (10^{-3-9})^{-2} & &= 10^{-6-(-8)} & &= 10^{9-7} \\ &= 10^{-12 \times (-2)} & &= 10^2 & &= 10^2 \\ &= 10^{24} & & & & \end{aligned}$$

1.1 العمليات على الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

العمليات على الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

1 قواعد الحساب على قوى العدد 10 :

$$(10^m)^n = 10^{m \times n} , \quad \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n} , \quad 10^m \times 10^n = 10^{m+n}$$

حيث m و n عدنان صحيحان نسبيا.

2 A عدد عشري ، كتابته العلمية من الشكل : $A = a \times 10^n$ حيث a عدد عشري مكتوب برقم واحد غير معدوم قبل الفاصلة ، و n عدد صحيح نسبي.

3 القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين (خوارزمية الفروق المتتالية) هو آخر فرق غير معدوم ، و لإيجاده نطبق الخاصية : $PGCD(a; b) = PGCD(b; a - b)$ و $a > b$.

4 القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين (خوارزمية إقليدس) هو آخر باق غير معدوم ، و لإيجاده نطبق الخاصية : $PGCD(a; b) = PGCD(b; r)$ و r هو باقي القسمة الاقليدية لـ a على b.

5 لكتابة كسر معطى على شكل كسر غير قابل للاختزال ، نقسم كل من بسطه و مقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما.

6 نقول عن العددين a و b أنهما أوليان فيما بينهما إذا كان : $PGCD(a; b) = 1$.

أتمرّ:

1 اكتب على شكل قوة واحدة للعدد 10 ما يلي :

$$\left(\frac{10^4 \times 10^{-7}}{10^9} \right)^{-2} , \quad \frac{(10^{-3})^2}{10^{-8}} , \quad \frac{10^5 \times 10^4}{10^7}$$

2 اكتب ما يلي كتابة علمية :

$$\begin{aligned}\frac{135}{486} &= \frac{1}{2} \times \frac{135}{243} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{135 \div 27}{243 \div 27} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{18}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{561}{231} &= \frac{561 \div 33}{231 \div 33} \\ &= \frac{17}{7}\end{aligned}$$

6 حساب قيمة كل من العبارتين A و B :

$$\begin{aligned}B &= \frac{135}{486} \div \frac{25}{9} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{5}{18} \times \frac{9}{25} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{5 \times 9}{2 \times 9 \times 5 \times 5} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{1}{10} - \frac{3}{10} \\ &= -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= \frac{12}{7} + \frac{561}{231} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{12}{7} + \frac{17}{7} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{12}{7} + \frac{17 \times 1}{7 \times 3} \\ &= \frac{12 \times 3 + 17}{21} \\ &= \frac{53}{21}\end{aligned}$$

7 تبين أن العددين 146 و 125 أوليان فيما بينهما :

$$\begin{aligned}146 &= 125 \times 1 + 21 \\ 125 &= 21 \times 5 + 20 \\ 21 &= 20 \times 1 + 1 \\ 20 &= 1 \times 20 + 0\end{aligned}$$

لدينا:

إذا : $PGDC(146; 125) = 1$ و منه العددان 146 و 125 أوليان فيما بينهما.

8 العددان 147 و 105 ليسا أوليان فيما بينهما ، لأن كل منهما يقبل القسمة على 3.

(قواعد قابلية القسمة).

و بطريقة أخرى نقول : العددان 147 و 105 ليسا أوليان فيما بينهما ، لأن :

$$PGCD(147; 105) \neq 1$$

$$\begin{aligned}147 &= 105 \times 1 + 42 \\ 105 &= 42 \times 2 + 21 \\ 42 &= 21 \times 2 + 0\end{aligned}$$

لدينا :

2 كتابة كل من الأعداد A ، B ، C كتابة علمية :

$$\begin{aligned}C &= \frac{121 \times 10^2 \times 10^{-8}}{44 \times (10^3)^5} \\ &= \frac{121}{44} \times \frac{10^2 \times 10^{-8}}{(10^3)^5} \\ &= 2,75 \times \frac{10^{2-8}}{10^{3 \times 5}} \\ &= 2,75 \times 10^{-6-15} \\ &= 2,75 \times 10^{-21}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= \frac{36 \times (10^2)^{-6}}{1,6 \times 10^4 \times 25} \\ &= \frac{36}{1,6 \times 25} \times \frac{(10^2)^{-6}}{10^4} \\ &= 0,9 \times 10^{2 \times (-6) - 4} \\ &= 0,9 \times 10^{-16} \\ &= 9 \times 10^{-17}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= \frac{5,2 \times 10^{-3}}{2,5 \times 10^7} \\ &= \frac{5,2}{2,5} \times \frac{10^{-3}}{10^7} \\ &= 2,08 \times 10^{-3-7} \\ &= 2,08 \times 10^{-10}\end{aligned}$$

3 إيجاد القاسم المشترك الأكبر للعددين 561 و 231 بتطبيق خوارزمية الفروق المتتالية:

$$\begin{aligned}561 - 231 &= 330 \\ 330 - 231 &= 99 \\ 231 - 99 &= 132 \\ 132 - 99 &= 33 \\ 99 - 33 &= 66 \\ 66 - 33 &= 33 \\ 33 - 33 &= 0\end{aligned}$$

إذا القاسم المشترك الأكبر للعددين 561 و 231 هو 33 ، و نكتب : $PGCD(561; 231) = 33$

4 إيجاد القاسم المشترك الأكبر للعددين 243 و 135 بتطبيق خوارزمية إقليدس:

$$\begin{aligned}243 &= 135 \times 1 + 108 \\ 135 &= 108 \times 1 + 27 \\ 108 &= 27 \times 4 + 0\end{aligned}$$

إذا القاسم المشترك الأكبر للعددين 243 و 135 هو 27 ، و نكتب : $PGCD(243; 135) = 27$

5 الكتابة على شكل كسر غير قابل للاختزال كل من $\frac{135}{486}$ و $\frac{561}{231}$:

أتمرّ:

- 1 احسب ما يلي : $\sqrt{9}$ ، $\sqrt{25}$ ، $\sqrt{49}$
- 2 اكتب كلا من الأعداد : $\sqrt{27}$ ، $\sqrt{75}$ ، $\sqrt{147}$ على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي.
- 3 اكتب العدد $E = 4\sqrt{27} + 2\sqrt{75} - 4\sqrt{147}$ على الشكل $b\sqrt{3}$ حيث b عدد صحيح نسبي.
- 4 اجعل مقام كل نسبة مما يلي عددا ناطقا : $\frac{-13}{\sqrt{7}}$ ، $\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$ ، $\frac{4}{-9\sqrt{3}}$
- 5 حل المعادلات التالية إن أمكن : $x^2 = 9$ ، $x^2 = 13$ ، $3x^2 - 7 = 20$ ، $x^2 = -16$

الحل:

- 1 حساب كل من $\sqrt{9}$ ، $\sqrt{25}$ ، $\sqrt{49}$:
 $\sqrt{9} = 3$ ، $\sqrt{25} = 5$ ، $\sqrt{49} = 7$
- 2 كتابة كلا من الأعداد : $\sqrt{27}$ ، $\sqrt{75}$ ، $\sqrt{147}$ على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي
 $\sqrt{27} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ ، $\sqrt{75} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ ، $\sqrt{147} = \sqrt{49} \times \sqrt{3} = 7\sqrt{3}$
- 3 كتابة العدد E على الشكل $b\sqrt{3}$ حيث b عدد صحيح نسبي :
 $E = 4\sqrt{27} + 2\sqrt{75} - 4\sqrt{147}$
 $= 4 \times 3\sqrt{3} + 2 \times 5\sqrt{3} - 4 \times 7\sqrt{3}$
 $= (4 \times 3 + 2 \times 5 - 4 \times 7)\sqrt{3}$
 $= (12 + 10 - 28)\sqrt{3}$
 $= -6\sqrt{3}$

إذا $PGDC(147; 105) = 21$ و منه العددين 147 و 105 ليسا أوليان فيما بينهما.

9 كتابة الكسر $\frac{x}{y}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال (إيجاد الكسر $\frac{x}{y}$ أولا ثم اختزاله):

$$\begin{aligned} 105x &= 147y & x &= \frac{147y}{105} & \frac{x}{y} &= \frac{147}{105} & \frac{x}{y} &= \frac{7}{5} \\ \frac{105x}{105} &= \frac{147y}{105} & \frac{x}{y} &= \frac{147y}{105y} & \frac{x}{y} &= \frac{147 \div 21}{105 \div 21} \end{aligned}$$

2.1 العمليات على الجذور

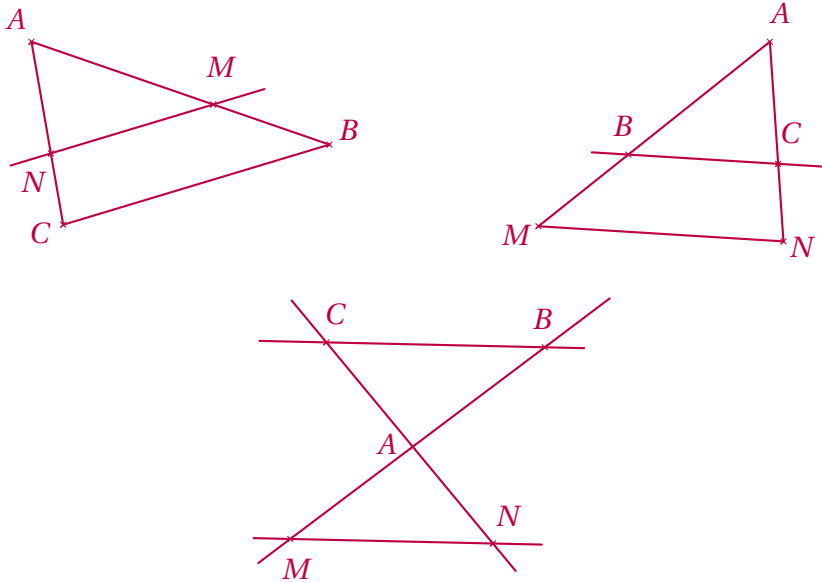
العمليات على الجذور

- 1 a عدد موجب ، $\sqrt{a^2} = a$
- 2 a و b عددين موجبان و : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- 3 a و b عددين موجبان : $\sqrt{a^2 \times b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$
- 4 لتبسيط عبارة من الشكل : $a\sqrt{d} + b\sqrt{d} + c\sqrt{d}$ نطبق الخاصة التوزيعية :
 $\sqrt{d}(a + b + c)$ حيث d عدد طبيعي.
- 5 لكتابة النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق ، نضرب كلا من بسط و مقام هذه النسبة في العدد $\sqrt{b}$ حيث $b \neq 0$.
- 6 حل معادلة من الشكل : $x^2 = a$ حيث a عدد كيفي (حقيقي) معطى يكون حسب إشارة العدد a .
 ◀ إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ تقبل حلين متعاكسين هما : $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$.
 ◀ إذا كان $a = 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ تقبل حلا واحدا هو العدد 0.
 ◀ إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لا تقبل أية حلول.

3.1 خاصية طالس - الخاصية العكسية لطالس

خاصية طالس - الخاصية العكسية لطالس

1] (BM) و (CN) مستقيمان متقاطعان في النقطة A

◀ إذا كان (MN) و (BC) متوازيان فإن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ 

2] إذا كانت النقط A ، M ، B و النقط A ، N ، C في استقامية و بنفس الترتيب

و كان $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ، فإن المستقيمين ، (MN) و (BC) متوازيان.

أتمرّج:

1] ABC مثلث حيث : $AB = 6,3cm$ ، $AC = 4,5cm$ ، $BC = 5,4cm$ N نقطة من [AB] حيث : $AN = 4,2cm$

4] كتابة مقام كل مما يلي على شكل عدد ناطق :

$$\begin{aligned} \frac{4}{-9\sqrt{3}} &= \frac{4 \times \sqrt{3}}{-9\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{-9 \times 3} \\ &= -\frac{4\sqrt{3}}{27} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} &= \frac{(1+\sqrt{2}) \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2 \times 5} \\ &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-13}{\sqrt{7}} &= \frac{-13 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} \\ &= \frac{-13\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

5] حل كل من المعادلات التالية إن أمكن :

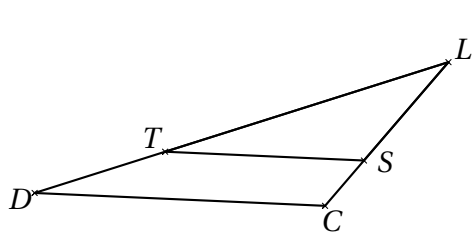
◀ $x^2 = 9$ يعني أن : $x = \sqrt{9}$ أو $x = -\sqrt{9}$ أي $x = 3$ أو $x = -3$ ◀ $x^2 = 13$ يعني أن : $x = \sqrt{13}$ أو $x = -\sqrt{13}$ ◀ $3x^2 - 7 = 20$ يعني أن : $3x^2 = 27$ و منه : $x^2 = \frac{27}{3} = 9$ إذا $x = \sqrt{9}$ أو $x = -\sqrt{9}$ أي $x = 3$ أو $x = -3$ ◀ المعادلة $x^2 = -16$ لا تقبل حلا.

3 في كل من الشكلين المواليين أثبت أن : $(ED) \parallel (BC)$ و $(ST) \parallel (DC)$.

الشكل 2

$$LC = 11,97cm \quad \wedge \quad LD = 19,53cm$$

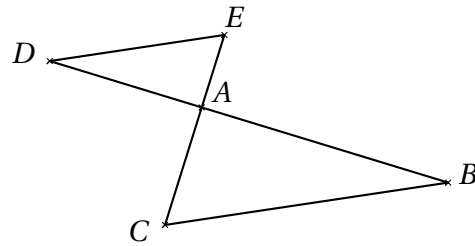
$$LT = 9,3cm \quad \wedge \quad LS = 5,7cm$$



الشكل 1

$$AD = 13,5cm \quad \wedge \quad AB = 18cm$$

$$AC = 16cm \quad \wedge \quad AE = 12cm$$

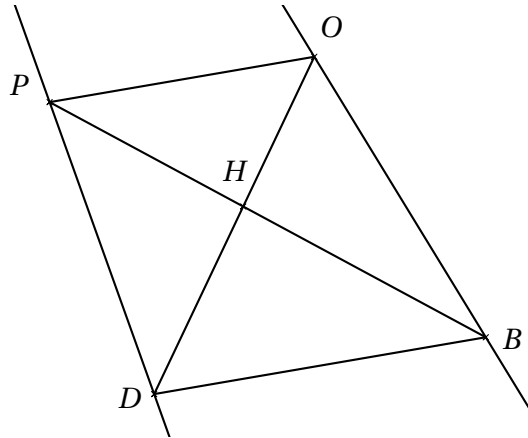


4 في الشكل الموالي هل المستقيمان (OB) و (PD) متوازيان؟

$$HP = 11,5cm \quad \wedge \quad HO = 10cm$$

$$HB = 14,26cm \quad \wedge \quad HD = 12,4cm$$

يُعطى :



المستقيم الذي يشمل النقطة N و يوازي المستقيم (BC) يقطع المستقيم (AC) في النقطة M .

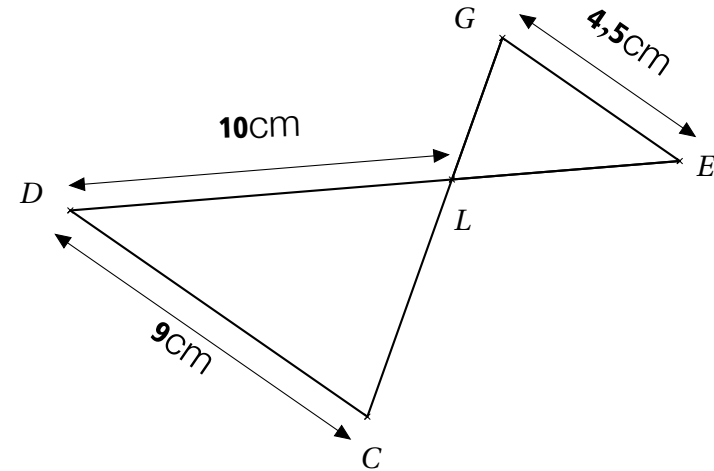
◀ أنشئ شكلا مناسباً.

◀ احسب الطولين AM و MN .

2 في الشكل النوالي المستقيمان (EG) و (CD) متوازيان.

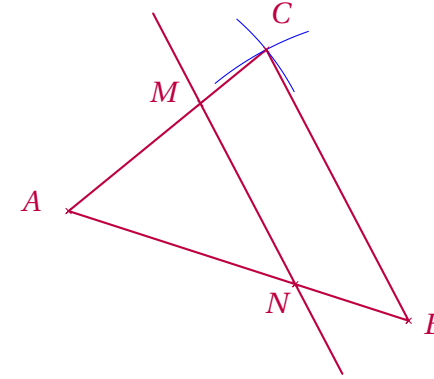
◀ احسب الطول LE .

◀ احسب الطول LG إذا علمت أن $LC = 6cm$.



الجل:

1 ◀ إنشاء شكلا مناسباً :



◀ حساب كل من الطولين AM و MN :

① حساب الطول AM :

بما أن $N \in (AB)$ و $M \in (AC)$ و $(MN) \parallel (BC)$ فإنّ : $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC}$ حسب

خاصية طالس.

لدينا :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$$

و منه :

$$AM = \frac{AC \times AN}{AB}$$

و بالتعويض نجد :

$$AM = \frac{4,5 \times 4,2}{6,3}$$

إذن :

$$AM = 3cm$$

② حساب الطول MN :

لدينا :

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AB}$$

$$MN = \frac{BC \times AN}{AB}$$

و منه :

$$MN = \frac{5,4 \times 4,2}{6,3}$$

و بالتعويض نجد :

$$MN = 3,6cm$$

إذن :

2 حساب كل من الطولين LE و LG :

بما أنّ المستقيمين (EG) و (CD) متوازيان و بما أنّ المستقيمين (ED) و (GC) متقاطعان في النقطة L

فإنّ : $\frac{LE}{LD} = \frac{LG}{LC} = \frac{EG}{CD}$ حسب خاصية طالس.

◀ حساب الطول LE :

$$\frac{LE}{LD} = \frac{EG}{CD}$$

لدينا :

$$LE = \frac{LD \times EG}{CD}$$

و منه :

$$LE = \frac{10 \times 4,5}{9}$$

و بالتعويض نجد :

$$LE = 5cm$$

إذن :

◀ حساب الطول LG علماً أنّ $LC = 6cm$:

$$\frac{LG}{LC} = \frac{EG}{CD}$$

لدينا :

$$LG = \frac{LC \times EG}{CD}$$

و منه :

$$LG = \frac{6 \times 4,5}{9}$$

و بالتعويض نجد :

$$LG = 3cm$$

إذن :

3 إثبات أنّ (ED) // (BC) و (ST) // (DC) في كل من الشكلين السابقين :

الشكل 1

إثبات أنّ المستقيمين (ED) و (BC) متوازيان :

أتمرّج:

1 EFG مثلث قائم في E.

◀ حدّد مركز الدائرة المحيطة به.

2 (C) دائرة قطرها [RT] ، S نقطة من (C).

◀ بيّن أنّ المثلث RST قائم في S.

الحل:

1 بما أنّ المثلث EFG قائم في E فإنّ وتره [FG] قطرا للدائرة المحيطة به ، و منه مركز هذه الدائرة هو منتصف هذا الوتر.

2 بما أنّ S نقطة من الدائرة (C) فإنّ هذه الدائرة محيطة بالمثلث RST.

و بما أنّ الضلع [RT] قطر لها فإنّ المثلث RST قائم في S و وتره [RT].

بما أنّ النقط A ، D ، B و النقط A ، E ، C في استقامية و بنفس الترتيب.

$$\left(\frac{AD}{AB} = \frac{13,5}{18} = 0,75 ; \frac{AE}{AC} = \frac{12}{16} = 0,75 \right) \quad \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

فإنّ المستقيمين (BC) و (ED) متوازيان حسب خاصية طالس العكسية.

الشكل 2

إثبات أنّ المستقيمين (DC) و (ST) متوازيان :

بما أنّ النقط L ، S ، C و النقط L ، T ، D في استقامية و بنفس الترتيب.

$$\left(\frac{LS}{LC} = \frac{5,7}{11,97} \approx 0,47 ; \frac{LT}{LD} = \frac{9,3}{19,53} \approx 0,47 \right) \quad \frac{LS}{LC} = \frac{LT}{LD}$$

فإنّ المستقيمين (DC) و (ST) متوازيان حسب خاصية طالس العكسية.

4 المستقيمان (OB) و (PD) غير متوازيين.

لدينا : النقط O ، H ، D و النقط B ، H ، P في استقامية و بنفس الترتيب.

$$\left(\frac{HD}{HO} = \frac{12,4}{10} = 1,24 ; \frac{HP}{HB} = \frac{11,5}{14,26} \approx 0,8 \right) \quad \frac{HD}{HO} \neq \frac{HP}{HB}$$

إذا المستقيمان (OB) و (PD) غير متوازيين حسب خاصية طالس العكسية.

4.1 الدائرة المحيطة بالمثلث القائم

الدائرة المحيطة بالمثلث القائم

1 إذا كان المثلث قائما ، فإنّ وتره قطرٌ للدائرة المحيطة به.

2 إذا كان أحد أضلاع مثلث قطرا للدائرة المحيطة به ، فإنّ هذا المثلث قائم.

5.1 المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم

المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم

1 إذا كان مثلث قائما ، فإن طول المتوسط المتعلق بوتر هذا المثلث يساوي نصف طول هذا الوتر.

2 إذا كان في مثلث طول المتوسط المتعلق بأحد أضلاعه مساويا لنصف طول هذا الضلع ، فإن هذا المثلث قائم.

أتمرّج:

1 MNL مثلث قائم في L حيث : $MN = 17cm$ و النقطة G منتصف $[MN]$.
 ◀ احسب الطول LG .

2 OPQ مثلث حيث : $OP = 14,8cm$ $OQ = 11,1cm$ $PQ = 18,5cm$.
 النقطة R منتصف $[PQ]$ و $OR = 9,25cm$.
 ◀ بيّن أنّ المثلث OPQ قائم.

الحل:

1 حساب الطول LG :

بما أنّ المثلث MNL قائم في L ، وبما أنّ G منتصف $[MN]$ فإنّ LG هو طول المتوسط المتعلق بالوتر $[MN]$.
 و منه : $LG = \frac{1}{2}MN$ أي : $LG = 8,5cm$ حسب خاصية المتوسط المتعلق بالوتر في مثلث قائم.

2 تبين أنّ المثلث OPQ قائم :

بما أنّ النقطة R منتصف $[PQ]$ و $OR = \frac{1}{2}PQ$ و $OR = 9,25$ $\left(\frac{1}{2} \times 18,5 = 9,25\right)$

فإنّ المثلث OPQ قائم في O ووتره PQ حسب الخاصية العكسية للمتوسط المتعلق بالوتر في مثلث قائم.

6.1 الخاصية و الخاصية العكسية لفيثاغورس

الخاصية و الخاصية العكسية لفيثاغورس

1 إذا كان مثلث قائما ، فإن مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي ضلعيه الآخرين.

2 إذا كان في مثلث مربع طول أحد أضلاعه يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين ، فإن هذا المثلث قائم.

أتمرّج:

1 ABC مثلث قائم في A حيث : $AB = 8,1cm$ و $AC = 10,8cm$.
 ◀ احسب الطول BC .

2 EFG مثلث قائم في E حيث : $EF = 5,7cm$ و $FG = 9,5cm$.
 ◀ احسب الطول EG .

3 RST مثلث حيث : $RS = 4,2cm$ و $RT = 14,4cm$ و $ST = 15cm$.
 ◀ بيّن أنّ المثلث RST قائم في R .

4 LMN مثلث حيث : $LM = 6cm$ و $LN = 4,5cm$ و $MN = 9cm$.
 ◀ هل المثلث LMN قائم ؟ علّل.

الحل:

1 حساب الطول BC :

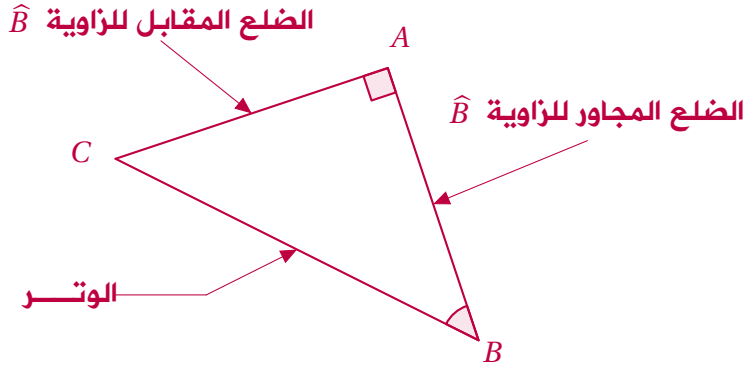
بما أنّ المثلث ABC قائم في A فإنّ : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ حسب خاصية فيثاغورس.

لدينا : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 8,1^2 + 10,8^2$

7.1 النسب المثلثية في مثلث قائم

النسب المثلثية في مثلث قائم



1 النسب المثلث في مثلث قائم :

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} \bullet \quad \sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \bullet \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} \bullet$$

2 العلاقة بين النسب المثلثية في مثلث قائم :

x هو قياس زاوية حادة في مثلث قائم.

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \bullet \quad \bullet \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

أتمرؤ:

1 مثلث قائم في A حيث :

$AB = 11\text{cm}$ و $BC = 17\text{cm}$ (يمكن الاستعانة برسم تخطيطي).

◀ احسب $\cos \widehat{ABC}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{ABC}$ (تدور النتائج إلى 0,01).

2 MDG مثلث قائم في D حيث :

$$BC^2 = 65,61 + 116,64$$

$$BC^2 = 182,25$$

$$BC = \sqrt{182,25} = 13,5$$

إذا الطول BC يساوي 13,5cm

2 حساب الطول EG :

بما أن المثلث EFG قائم في E فإن : $FG^2 = EF^2 + EG^2$ حسب خاصية فيثاغورس.

$$FG^2 = EF^2 + EG^2$$

لدينا :

$$EG^2 = FG^2 - EF^2$$

$$EG^2 = 90,25 - 32,49$$

$$FG^2 = 57,76$$

$$FG = \sqrt{57,76} = 7,6$$

إذا الطول FG يساوي 7,6cm

3 تبيان أن المثلث RST قائم في R :

$$ST^2 = 15^2 = 225$$

$$TR^2 = 14,4^2 = 207,36$$

$$RS^2 = 4,2^2 = 17,64$$

لدينا :

$$RS^2 + RT^2 = ST^2 \text{ أي أن } 17,64 + 207,36 = 225$$

و منه ، المثلث RST قائم في R حسب خاصية فيثاغورس العكسية.

4 المثلث LMN غير قائم.

$$MN^2 = 9^2 = 81$$

$$LN^2 = 4,5^2 = 20,25$$

$$LM^2 = 6^2 = 36$$

لدينا :

$$LM^2 + LN^2 \neq MN^2 \text{ أي أن } 36 + 20,25 \neq 81$$

و منه ، المثلث LMN ليس قائما حسب خاصية فيثاغورس العكسية.

9 x هو قياس زاوية حادة في مثلث قائم حيث $\sin x = \frac{5}{8}$.

أعط القيمة المضبوطة لـ $\cos x$ ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ $\tan x$.

الحل:

1 $\leftarrow$ حساب $\cos \widehat{ABC}$:

بما أن المثلث ABC قائم في A فإنّ : $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$ وبالتعويض نجد :
 $\cos \widehat{ABC} = \frac{11}{17}$ إذا : $\cos \widehat{ABC} \approx 0,65$
 $\leftarrow$ استنتج قياس الزاوية $\widehat{ABC}$:

نضغط على الزر DRG حتى يظهر أعلى الشاشة DEG .

باتباع المراحل من اليسار إلى اليمين : COS 2ndf 5 6 . 0

فتظهر على شاشة الحاسبة : 49,45839812 إذا $\widehat{ABC} \approx 49,46^\circ$

2 $\leftarrow$ حساب الطول MD :

بما أن المثلث MDG قائم في D فإنّ : $\cos \widehat{DMG} = \frac{MD}{MG}$ ومن العلاقة السابقة نجد :
 $MD = \cos \widehat{DMG} \times MG$

وبالتعويض : $MD = \cos 39^\circ \times 7$ إذا : $MD = 5,4cm$

3 $\leftarrow$ حساب الطول MN :

بما أن المثلث MNL قائم في L فإنّ : $\cos \widehat{LMN} = \frac{LM}{MN}$ ومن العلاقة السابقة نجد :
 $MN = \frac{LM}{\cos \widehat{LMN}}$

وبالتعويض : $MN = \frac{13}{\cos 54^\circ}$ إذا : $MN = 22,1cm$

4 $\leftarrow$ حساب $\sin \widehat{STR}$:

بما أن المثلث SRT قائم في S فإنّ : $\sin \widehat{STR} = \frac{SR}{RT}$

$MG = 7cm$ و $\widehat{DMG} = 39^\circ$ (يمكن الاستعانة برسم تخطيطي).

$\leftarrow$ احسب الطول MD (تدور النتائج إلى 0,1).

3 MNL مثلث قائم في L حيث :

$LM = 13cm$ و $\widehat{LMN} = 54^\circ$ (يمكن الاستعانة برسم تخطيطي).

$\leftarrow$ احسب الطول MN (تدور النتائج إلى 0,1).

4 SRT مثلث قائم في S حيث :

$SR = 7cm$ و $RT = 12cm$ (يمكن الاستعانة برسم تخطيطي).

$\leftarrow$ احسب $\sin \widehat{STR}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{STR}$ (تدور النتائج إلى 0,01).

5 EBN مثلث قائم في E حيث :

$NB = 21cm$ و $\widehat{EBN} = 31^\circ$ (يمكن الاستعانة برسم تخطيطي).

$\leftarrow$ احسب الطول EN (تدور النتائج إلى 0,1).

6 LGM مثلث قائم في G حيث :

$GM = 14cm$ و $\widehat{MLG} = 40^\circ$ (يمكن الاستعانة برسم تخطيطي).

$\leftarrow$ احسب الطول LM (تدور النتائج إلى 0,1).

7 BRH مثلث قائم في H حيث :

$HB = 13cm$ و $HR = 8cm$ (يمكن الاستعانة برسم تخطيطي).

$\leftarrow$ احسب $\tan \widehat{HRB}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{HRB}$ (تدور النتائج إلى 0,01).

8 x هو قياس زاوية حادة في مثلث قائم حيث $\cos x = \frac{2}{3}$.

$\leftarrow$ أعط القيمة المضبوطة لـ $\sin x$ ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ $\tan x$.

8 إعطاء القيمة المضبوطة لـ $\sin x$:

لدينا : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ و من العبارة الأولى نجد : $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ و بالتعويض : $\sin^2 x = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$

أي : $\sin^2 x = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ و منه : $\sin^2 x = \frac{9-4}{9} = \frac{5}{9}$ إذا : $\sin x = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ استنتاج القيمة المضبوطة لـ $\tan x$

لدينا : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ و بالتعويض نجد : $\tan x = \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ و منه : $\tan x = \frac{\sqrt{5}}{2}$

9 إعطاء القيمة المضبوطة لـ $\cos x$:

لدينا : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ و من العبارة الأولى نجد : $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ و بالتعويض : $\cos^2 x = 1 - \left(\frac{5}{8}\right)^2$ أي : $\cos^2 x = 1 - \frac{25}{64} = \frac{39}{64}$ و منه : $\cos^2 x = \frac{64-25}{64} = \frac{39}{64}$ إذا

$$\cos x = \sqrt{\frac{39}{64}} = \frac{\sqrt{39}}{8} :$$

استنتاج القيمة المضبوطة لـ $\tan x$

لدينا : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ و بالتعويض نجد : $\tan x = \frac{5}{8} \times \frac{8}{\sqrt{39}} = \frac{5}{\sqrt{39}}$ و منه : $\tan x = \frac{5}{\sqrt{39}}$

و بالتعويض نجد : $\sin \widehat{STR} = \frac{7}{12}$ إذا : $\sin \widehat{STR} \approx 0,58$ استنتاج قياس الزاوية $\widehat{STR}$:

نضغط على الزر $\boxed{\text{DRG}}$ حتى يظهر أعلى الشاشة DEG .

باتباع المراحل من اليسار إلى اليمين : $\boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{8} \boxed{2\text{ndf}} \boxed{\sin}$

فتظهر على شاشة الحاسبة : 35,45054263 إذا $\widehat{SRT} \approx 35,45^\circ$

5 حساب الطول EN :

بما أن المثلث EBN قائم في E فإن : $\sin \widehat{EBN} = \frac{EN}{NB}$ من العلاقة السابقة نجد : $EN = \sin \widehat{ENB} \times NB$

و بالتعويض : $EN = \sin 31^\circ \times 21$ إذا : $EN \approx 10,8\text{cm}$

6 حساب الطول LM :

بما أن المثلث LGM قائم في G فإن : $\sin \widehat{MLG} = \frac{GM}{LM}$ من العلاقة السابقة نجد : $IM = \frac{GM}{\sin \widehat{MLG}}$

و بالتعويض : $LM = \frac{14}{\sin 40^\circ}$ إذا : $LM \approx 21,8\text{cm}$

7 حساب $\tan \widehat{HRB}$:

بما أن المثلث BRH قائم في H فإن : $\tan \widehat{HRB} = \frac{HB}{HR}$

و بالتعويض نجد : $\tan \widehat{HRB} = \frac{13}{8}$ إذا : $\tan \widehat{HRB} \approx 1,63$

استنتاج قياس الزاوية $\widehat{HRB}$:

نضغط على الزر $\boxed{\text{DRG}}$ حتى يظهر أعلى الشاشة DEG .

باتباع المراحل من اليسار إلى اليمين : $\boxed{1} \boxed{\cdot} \boxed{6} \boxed{3} \boxed{2\text{ndf}} \boxed{\tan}$

فتظهر على شاشة الحاسبة : 58,47101196 إذا $\widehat{HRB} \approx 58,47^\circ$