

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(1; -2; -1)$ ، $B(3; -5; -2)$ ، $C(-2; 0; 1)$ و

$D(-3; 1; 1)$ والمستوي (P) الذي معادلته: $4x + y + 5z + 3 = 0$

• لكل سؤال من الأسئلة التالية **جواب واحد صحيح فقط**. عين **الإجابة الصحيحة** مع التعليل

1. تمثيل وسيطي للمستقيم (AB) هو :

$\begin{cases} x = 2\alpha + 1 \\ y = -3\alpha - 2 \\ z = -\alpha - 1 \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$ (ج ،	$\begin{cases} x = -2\alpha + 1 \\ y = -3\alpha - 2 \\ z = -\alpha - 1 \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$ (ب ،	$\begin{cases} x = -2\alpha + 3 \\ y = -3\alpha - 5 \\ z = \alpha - 2 \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$ (أ
---	--	---

2. المستقيمين (AB) و (CD) :

متوازيان (أ	، (ب ليسا من نفس المستوي .	، (ج متقاطعان
-------------	----------------------------	---------------

3. وضعية المستقيم (AB) و المستوي (P)

المستقيم (AB) عمودي على المستوي (P) (أ	المستقيم (AB) محتوي في المستوي (P) (ب	المستقيم (AB) موازي للمستوي (P) (ج
--	---	--

4. معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ هي :

$2x - 3y - z - 16 = 0$ (أ	$2x - 3y + z - 13 = 0$ (ب ،	$2x - 3y - z + 16 = 0$ (ج ،
---------------------------	-----------------------------	-----------------------------

التمرين الثاني : (04,5 نقاط)

$P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث :

$$P(z) = (z - 1 - \sqrt{3} - i)(z^2 - 2z + 5)$$

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$

(II) نعتبر النقط : A ، B ، C ذات اللواحق : $z_A = 1 + 2i$ ، $z_B = 1 + \sqrt{3} + i$ ، $z_C = 1 - 2i$ على الترتيب

(أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسّي .

(ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي S الذي مركزه B و يحول النقطة A الى النقطة C ، مبينا عناصره المميزة .

(ت) استنتج طبيعة المثلث ABC

3. (أ) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق : $|\bar{z} - 1 + 2i| = 2$.

(ب) عين (Γ') صورة (Γ) بواسطة التحويل النقطي السابق S .

التمرين الثالث : (04,5 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + 1}{2}}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$

2. أ) بين أن $u_{n+1} - u_n = \frac{1 - u_n^2}{2 \left(\sqrt{\frac{u_n^2 + 1}{2}} + u_n \right)}$

ب) استنتج اتجاه تغير (u_n) .

ث) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .

3. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n^2 - 1$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول .

ب) أكتب بدلالة n كلا من v_n و u_n ، ثم احسب $\lim u_n$

ت) أحسب بدلالة n كلا من $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2$ و $P_n = \frac{1}{v_0} \times \frac{1}{v_1} \times \frac{1}{v_2} \times \dots \times \frac{1}{v_n}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = (x-1)^2 - 2\ln(x-1)$

1) أحسب نهايات g عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $]1; +\infty[$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x-1}{2} + \frac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الوحدة 2cm)

1) أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ فسر النتيجة الأخيرة هندسيا . (تذكير : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2(x-1)^2}$

ج. أستنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) حدد وضعية بالنسبة (C_f) إلى (Δ)

3) تحقق أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,34 < \alpha < 1,35$

4) أنشئ (Δ) و (C_f)

III) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]-1; +\infty[$: $h(x) = \frac{1}{2}(\ln(x-1))^2$

أ) بين أن الدالة h دالة أصلية للدالة : $x \mapsto \frac{\ln(x-1)}{x-1}$

ب) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$ التي تحقق : $F(2) = 0$

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $A(1;1;3)$ ، $B(-3;1;1)$ و $C(-1;-1;0)$

(1) أ - بين ان النقط A ، B و C تعين مستوي.

ب - عين الاعداد الحقيقية α و β حتى يكون الشعاع $\vec{n}(1;\alpha;\beta)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC)

ج - أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

(2) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$

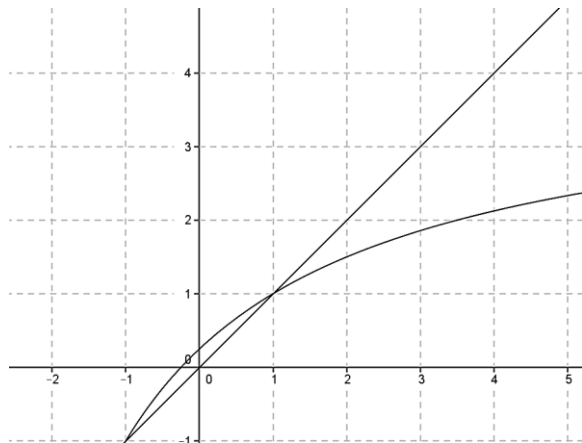
(أ) أثبت أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R .

(ب) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من Ω و العمودي على (ABC) .

(ت) عين H نقطة تقاطع (ABC) و (D) .

(3) بين ان المستوي (ABC) و سطح الكرة (S) متقاطعان وفق دائرة (Γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)



$f(x) = \frac{4x+1}{x+4}$ دالة عددية معرفة على $[0;5]$ بـ:

(C) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد

و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ و (Δ) المنصف الأول كما هو مبين في

الشكل (أعد رسم البيان على ورقة الاجابة)

1. حدد اتجاه تغيرات الدالة f على المجال $[0;5]$

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(أ) باستعمال المنحنى (C) و المستقيم (Δ) مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

(ت) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 1$

(ث) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ، استنتج انها متقاربة ، ماهي نهايتها ؟

3. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول

(ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أن $u_n = \frac{5^{n+1} + 3^{n+1}}{5^{n+1} - 3^{n+1}}$ ثم احسب $\lim u_n$

4. أحسب بدلالة n كل من $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

التمرين الثالث : (04,5 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(\bar{z} + \sqrt{3} + 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$.
2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط : A, B, C التي لواحقتها : $z_A = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 3 - i\sqrt{3}$ ، $z_C = -\sqrt{3} + 3i$ على الترتيب
 أ) أكتب كل من z_A و z_C و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشكل الأسّي . ثم إستنتج طبيعة المثلث OAC
 ب) أحسب العدد $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{1436} - \left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{2015}$
 3. لتكن D نظيرة C بالنسبة لمحور الفواصل.
 4. أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_A}$ على الشكل الجبري ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$
 5. نعتبر التحويل النقطي P الذي يحول النقطة A الى النقطة C و يحول النقطة D الى النقطة B
 أ) عين طبيعة التحويل النقطي P مع تعيين خصائصه المميزة
 ب) أكتب العبارة المركبة و العبارة التحليلية لـ P
 ت) بين أن النقط A, B, C, D تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

- I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^x - x - 2$
 1. ادرس تغيرات الدالة g .
 2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1,6; -1,5[$
 3. أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$
 II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$
 وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 5cm$
 1) أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا .
 ب. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^x \cdot g(x)$ (حيث f' الدالة المشتقة للدالة f)
 ج. أستنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
 2) بين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}\right)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
 3) أنشئ المنحنى (C_f) .
 4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $me^{-x} = e^x - x - 1$
 III) باستعمال التكامل بالتجزئة، بين أن $\int_{-2}^0 (x+1)e^x dx = 2e^{-2}$
 أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و بمحور الفواصل و بالمستقيمين $x=0$ و $x=-2$