

السلسلة رقم 02

العمليات على كثيرات الحدود
جذور كثير حدود
حل معادلات
ومترجمات من الدرجة
الثانية والثالثة

كثيرات الحدود



② $p(x) = 4x^3 + 4x^2 - 9x - 9$; $\alpha = -1$

③ $p(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + x - 5$; $\alpha = 2$

④ $p(x) = x^4 - 3x^2 + 2x$; $\alpha = 1$

04 التمرين رقم

تعطى المعادلة: $ax^2 + 5x + \frac{6}{a} = 0 \dots (*)$

حيث a عدد حقيقي غير معدوم.

(1) بَيِّنْ أَنَّ $(*)$ تُقْبَلْ حَلَّتَيْنِ مُتَمَايِزَتَيْنِ x_1 و x_2 ، من أجل

كل $a \neq 0$ ، لا بَطْلَبْ تَعْيِينَهُمَا.

(2) بَيِّنْ أَنَّ x_1 و x_2 من نفس الإِشارة.

(3) نَافِشْ حَسَبْ إِشارة a إِشارة الحَلَّتَيْنِ x_1 و x_2 .

(4) عَيِّنْ فَيَمَثُ a إِذَا عَلِمْتَ أَنَّ $x_1 + x_2 = 5$ ، اسْتَنْجِ

عِنْدَئِذِ الجِداء $x_1 x_2$.

05 التمرين رقم

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المترجمات التالية:

① $3x^4 - 8x^2 + 4 = 0$

② $2x - 9\sqrt{x} + 7 = 0$

③ $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x}{x+3} = \frac{2}{5}$

④ $\sqrt{5x+2} = x+1$

⑤ $\frac{9}{x^2} + 4x^2 - 12 \leq 0$

⑥ $\sqrt{1-2x} \geq \sqrt{x^2+1}$

⑦ $\frac{-6x^2}{x^2-1} > \frac{3}{x-1} + \frac{2}{x+1}$

⑧ $\frac{2}{x^2+3x+2} \leq \frac{1}{x+2}$

⑨ $\frac{1}{x^{2020} + 14x^{1442} + 2021} > 0$

01 التمرين رقم

فِي كُلِّ حَالَةٍ مِمَّا يَلِي: عَيِّنْ فَيَم m حَتَّى يَكُونَ α جِذْرًا لِكَثِيرِ الحدود p .

① $p(x) = mx^2 - 2mx - 4m - 2$; $\alpha = 4$

② $p(x) = 2m^2x^4 + mx - m$; $\alpha = -1$

③ $p(x) = -m^2x^3 + m(2m-3)x^2 + 3x$; $\alpha = 2$

02 التمرين رقم

عَيِّنْ فِي كُلِّ حَالَةٍ فَيَم الأَعْدَادِ الحَقِيقِيَّةِ a ، b و c حَتَّى يَنْسَاوِي كَثِيرَا الحدود P و Q .

① $\begin{cases} P(x) = (x-1)(x+2) \\ Q(x) = ax^3 + bx^2 + x + c \end{cases}$

② $\begin{cases} P(x) = x^2 + 2x - 4 \\ Q(x) = \frac{a}{3}x^2 + 7bx - 10c \end{cases}$

③ $\begin{cases} P(x) = 2x^2 + 4x + 5 \\ Q(x) = (ax+1)(2x+b) + c \end{cases}$

④ $\begin{cases} P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c) \\ Q(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 3 \end{cases}$

03 التمرين رقم

فِي كُلِّ حَالَةٍ مِنَ الْحَالَاتِ الْآتِيَةِ:

(1) بَيِّنْ أَنَّ α جِذْرٌ لِكَثِيرِ الحدود p .

(2) حَلِّلْ $p(x)$ ، ثُمَّ عَيِّنْ كُلَّ جِذْرِهِ.

① $p(x) = x^3 + x^2 - 7x - 3$; $\alpha = -3$



06

الممرين رقم

ليكن p كثير الحدود المعرف على $\mathbb{R}$ بـ:

$$p(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18$$

(1) بين أن $\frac{3}{2}$ جذر لـ p .

(2) أوجد الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون

$$p(x) = (2x-3)(ax^2+bx+c) \quad x \in \mathbb{R}$$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$.

(4) أ- ادرس إشارة $p(x)$ ثم استنتج إشارة $p\left(\frac{2021}{2020}\right)$.

ب- عيّن حلول المتراجحة $2x - 13 < -\frac{27}{x} + \frac{18}{x^2}$.

(5) نضع: $q(x) = \frac{p(x)}{\sqrt{2x-1}}$.

أ- عيّن قيم x حتى يكون لـ $q(x)$ معنى.

ب- استنتج حلول المتراجحة $q(x) > 0$.



07

الممرين رقم

يعطى كثير الحدود: $p(x) = 3x^3 - 2x^2 - 19x + \lambda$

حيث λ عدد حقيقي.

(1) عيّن قيم λ حتى يكون لـ $p(x)$ جذرا لـ -2 .

(2) بأخذ $\lambda = -6$:

احسب $p(3)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$.

(3) ادرس حسب قيم x إشارة $p(x)$ ، ثم استنتج حلول

المتراجحة $p(x) < 0$.

(4) أ- عيّن حلول المعادلة $p(2-x) = 0$ ثم استنتج

تحليلا لـ $p(2-x)$.

ب- ادرس إشارة $p(2-x)$ ، ثم استنتج حلول

المتراجحة $p(2-x) < 0$.



08

الممرين رقم

ليكن p كثير الحدود المعرف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$p(x) = x^3 + 2x^2 - 3$$

(1) احسب $p(1)$ ثم حلّ $p(x)$.

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x) = 0$ ، ثم استنتج حلول

$$x^6 + 2x^4 - 3 = 0$$

(3) ادرس إشارة $p(x)$ ، ثم استنتج حلول المتراجحة

$$p(x) < 0$$

(4) نضع: $Q(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3}{-2x^2 - 3x + 5}$.

أ- عيّن قيم x حتى تكون العبارة $Q(x)$ معرفة.

ب- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $Q(x) \leq 0$.



09

الممرين رقم

(1) احسب $(\sqrt{3}-1)^2$ و $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$.

(2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين التاليتين:

$$x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0 \dots (1)$$

$$-4x^2 + 2(1 + \sqrt{3})x = \sqrt{3} \dots (2)$$

(3) استنتج حلول المعادلة $-x + (\sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{x} = \sqrt{6}$.

(4) استنتج حلول الجملة ذات المجهولين الحقيقيين

a و b التالية:

$$\begin{cases} a+b = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ ab = \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$



10

الممرين رقم

P كثير حدود حيث: $P(x) = 4x^3 - 13x - 6$.

(1) بين أن P يقبل القسمة على $x + \frac{1}{2}$.

(2) جد كثير الحدود Q الذي يحقق:

$$P(x) = (2x+1) \times Q(x)$$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ، ثم استنتج حلول

$$4x^2|x| - 13|x| - 6 = 0$$

(4) ادرس إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتج حلول

$$\frac{P(x)}{4-x^2} \geq 0$$

11 المتمرين رقم

- ليكن p كثير الحدود المعرف على $\mathbb{R}$ بـ:
- $$p(x) = -x^4 + x^3 + 5x^2 - 3x - 6$$
- (1) احسب $p(2)$ و $p(-1)$ ثم حلل $p(x)$.
- (2) ادرس إشارة $p(x)$ ثم استنتج على $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة $p(x) \geq 0$.
- (3) حل في $\mathbb{R}^+$ المتراجحة التالية:
- $$x^2 - x\sqrt{x} - 5x + 3\sqrt{x} + 6 \geq 0$$
- (4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية:
- $$|x-1|^3 + 5(x-1)^2 = (x-1)^4 + 3|x-1| + 6$$

12 المتمرين رقم

- P_m كثير حدود و m وسيط حقيقي حيث:
- $$P_m(x) = (m+1)x^3 + (m-1)x^2 - (m+2)x - m + 2$$
- (1) عيّن قيم m حتى يكون 1 جذرا لـ P_m .
- (2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:
- $$P_m(x) = (x-1)[(m+1)x^2 + 2mx + m - 2]$$
- (3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P_0(x) \geq 0$.
- (4) نضع: $Q_m(x) = (m+1)x^2 + 2mx + m - 2$.
- أ- عيّن قيم الوسيط m التي تجعل $Q_m(x) < 0$ لكل x من $\mathbb{R}$.
- ب- استنتج حلول المتراجحة $P_{-3}(x) \geq 0$.

13 التمرين رقم

- نعبر المعادلة (E) التالية:
- $$x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0 \dots (E)$$
- (1) نتحقق أن 0 ليس حلا لـ (E) .
- (2) بين أنه إذا كان a حلا لـ (E) فإن $\frac{1}{a}$ كذلك حل لـ (E) .
- (3) أثبت أن (E) تكافئ المعادلة (E') :
- $$x^2 - 4x + 2 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \dots (E')$$

14 المتمرين رقم

- (4) بين أن (E') تكافئ كما يلي:
- $$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$
- (5) استنتج حلول المعادلة (E) .

15 المتمرين رقم

- لكن المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :
- $$2x^4 - 21x^3 + 14x^2 - 21x + 2 = 0 \dots (I)$$
- (1) بين أن حل المعادلة (I) يكافئ حل المعادلة التالية: (II) $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 21\left(x + \frac{1}{x}\right) + 14 = 0 \dots (II)$.
- (2) بوضع $t = x + \frac{1}{x}$ ، استنتج حلول المعادلة (I) .
- (3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة:
- $$2x^4 - 21x^3 + 14x^2 - 21x + 2 \leq 0$$
- نعبر كثير الحدود f_m المعرف كما يلي:
- $$f_m(x) = (2m-1)x^3 + (5m-5)x^2 + (4m-8)x + m - 4$$
- حيث m وسيط حقيقي.
- (1) بين أن f_m يقبل القسمة على $x+1$ مهما كانت قيمة m .
- (2) أوجد كثير الحدود g_m الذي يحقق:
- $$f_m(x) = (x+1) \times g_m(x)$$
- (3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $\frac{f_4(x)}{f_1(x)} \geq 0$.
- (4) عيّن قيم الوسيط m في كل حالة مما يلي:
- أ- المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل 3 حلول متميزة.
- ب- المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا.
- ج- المعادلة $f_m(x) = 0$ تقبل 3 حلول سالبة.

فيمتلك في أخلاقتك
وأخلاقتك مرآة أفكارك
فاحرص على جمال
أفكارك... برتفع مغفارك

