

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عينه مع التبرير .

1/ f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 7x + 1$ ، الدالة f :

(أ) متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (ب) متناقصة تماما $\mathbb{R}$ (ج) ليست رتيبة .

2/ g الدالة المعرفة على $]-\infty; 2[$ بـ: $g(x) = \frac{4x+5}{x-2}$ ، دالتها المشتقة g' معرفة بـ:

(أ) $g'(x) = \frac{-13}{(x-2)^2}$ (ب) $g'(x) = \frac{13}{(x-2)^2}$ (ج) $g'(x) = \frac{9}{(x-2)^2}$

3/ h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^3 - 2x^2 + 5$

(C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم ، معادلة المماس لـ (C_h) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي :

(أ) $y = -x + 3$ (ب) $y = -x - 5$ (ج) $y = -x + 5$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

I g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = ax^3 + bx^2 - 5$ ، تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O, \vec{i}, \vec{j}$) .

1/ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث المنحنى (C_g) يقبل مماسا عند النقطة $A(-1; -4)$ معامل توجيهه هو 0.

2/ * نضع في مايلي : $a = 2$ و $b = 3$

(أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5)$

(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$ ثم أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3+x+6}{x+1}$ ، تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O, \vec{i}, \vec{j}$) .

1/ (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

2/ هل الدالة f تقبل قيم حدية محلية ؟ برر اجابتك .

3/ أعط حصرا للدالة f على المجال $[-3; -2]$.

4/ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

5/ أنشئ (T) و (C_f) على المجال $[-4; 5]$ (يعطى $f(-1.5) = 0$) .

المصحح النوعي الغرض الثاني التلا في الأول في ما : الرياضيات

المستوى : / 02 تقني رياضي

الأستاذ : / بولغيتي عبد السميع

* التمرين (01) :

1/ (ب) متناقصة تمامًا

التبرير :

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، التمام المشتقة f' هي :

$$f'(x) = -6x^2 + 6x - 7$$

$$\Delta = (6)^2 - 4(-6)(-7)$$

$$= 36 - 168 = -132 < 0$$

وعليه إشارة $f'(x)$ هي إشارة -6 $a = -6$ ومنه هذا يدل على x حقيقي $f'(x) < 0$ وعليه الدالة f متناقصة تمامًا على $\mathbb{R}$

$$f' / 2 \quad g'(x) = \frac{-13}{(x-2)^2}$$

التبرير :

الدالة g قابلة للاشتقاق على المجال $]2, +\infty[$ ، والتعا المشتقة هي :

$$g'(x) = \frac{4(x-2) - (4x+5)}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{4x - 8 - 4x - 5}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{-13}{(x-2)^2}$$

$$/ 3 \quad y = -x + 3 \quad (ج)$$

التبرير : الدالة h قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، والتعا المشتقة h' هي :

$$h'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$h'(1) = -1$$

$$y = h'(1)(x-1) + h(1)$$

$$= -1(x-1) + 4$$

$$= -x + 1 + 4$$

$$= -x + 5$$

التمرين (02) :

$$(I) \quad g(x) = ax^3 + bx^2 - 5$$

1/ تعيينية المعاملات الحقيقية a و b : لدينا (C_g) يقبل مماسًا عند النقطة

$$A(-1, -4) \text{ معامل توجيهه هو } 0$$

$$أي \quad g'(-1) = 0$$

$$\text{لدينا} \quad g'(x) = 3ax^2 + 2bx = 0$$

$$\text{وهو} \quad g'(-1) = 3a - 2b = 0$$

$$\text{ولدينا} \quad g(-1) = -4$$

$$أي \quad -a + b - 5 = -4$$

$$\text{وهو} \quad -a + b = 1$$

$$\text{وعليه} \quad \begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ -a + b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ -a + b = 1 \end{cases}$$

$$\text{وهو} \quad \begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ -3a + 3b = 3 \end{cases}$$

$$\text{بالمقارنة} \quad b = 3 \text{ وهو} \quad a = 2$$

$$a = 2 \text{ وهو} \quad b = 3$$

بولغيتي عبد السميع

/8
/4
لتنبيه

(II)
$$f(x) = \frac{x^3 + x + 6}{x + 1}$$

1/1
2) الحالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
والنقطة المشتقة f' حيث :

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 1)(x + 1) - (x^3 + x + 6)}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{3x^3 + 3x^2 + x + 1 - x^3 - x - 6}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{2x^3 + 3x^2 - 5}{(x + 1)^2}$$

$$= \frac{g(x)}{(x + 1)^2}$$

3) الاستنتاج : إنحاء تغير الحالة f :

لتنبيه : أجل كل $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x + 1)^2}$$

وعليه إشارة f'(x) هي إشارة g(x)

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f'(x)		-	-	+

وعليه الحالة f متزايدة تمامًا على المجالين
 $[-1; 1]$ و $[-\infty; -1]$ و متناقصية
 تمامًا على المجال $[1; +\infty[$

$$(x - 1)(2x^2 + 5x + 5)$$

$$= 2x^3 + 5x^2 + 5x - 2x^2 - 5x - 5$$

$$= 2x^3 + 3x^2 - 5 = g(x)$$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$

دعونا : $g(x) = 0$

$$(x - 1)(2x^2 + 5x + 5) = 0$$

$$\begin{cases} x + 1 = 0 \\ 2x^2 + 5x + 5 = 0 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 2x^2 + 5x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 + 5x + 5 = 0 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 + 5x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 25 - 4(2)(5)$$

$$= 25 - 40 = -15 < 0$$

وعليه المعادلة لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$

وعليه حلول المعادلة $g(x) = 0$ هي :

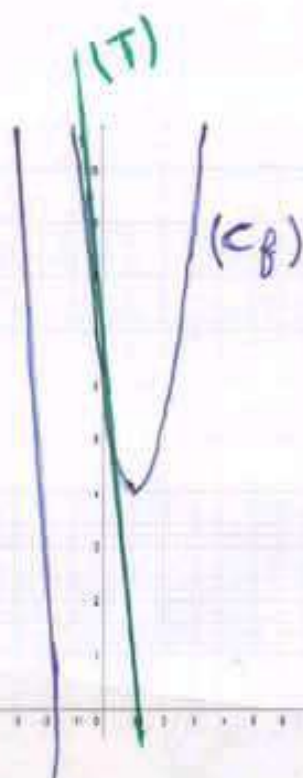
$$S = \{1\}$$

- تنبيه : إشارة g(x)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
x - 1		-	+
$2x^2 + 5x + 5$		+	+
g(x)		-	+

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	- +	
$f(x)$			4	



② /
تعد الدالة f تقبل قيمة حدية محلية
صغرى هي 4 عند $x = 1$
التفسير: الدالة f تفقد م عند $x_0 = 1$
مع تغيير x إيجابيا.

③ / حدد الدالة f على المجال $[-3; -2]$:
لدينا هنا أن لكل $x \in [-3; -2]$
 $-3 \leq x \leq -2$

والدالة f هنا متصدة فأما على المجال
 $[-3; -2]$ وعلينا $f(-3) \leq f(x) \leq f(-2)$
وعنه $4 \leq f(x) \leq 12$

④ / كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f)
عند النقطة ذات الإحداثيات 0:

$$(T): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$$(T): y = -5x + 6$$

⑤ / إنشاء (T) و (C_f) :