

Solution

Examen "math" concour 2016 CEM

Par:

M.BEN AMARA

سلسلة مقرحة لمسابقة الأسئلة 2017 الأستاذ بن عمارة

الإجابة النموذجية

الحل من طرف الأستاذ بن عمارة

التمرين الأول: (4 نقاط)

n عدد طبيعي و a و b عددين طبيعيين معرفان كما يلي:

$$b = 4n^2 + 12n + 8 \text{ و } a = 6n^3 + 36n^2 + 66n + 36$$

(1)- حل كلا من a و b .

تحليل العدد a :

$$a = 6(-1)^3 + 36(-1)^2 + 66(-1) + 36 = -6 + 36 - 66 + 36 = 72 - 72 = 0$$

من أجل $n = -1$

إن: (-1) جذر لكثير الحدود $a = 6n^3 + 36n^2 + 66n + 36$

هناك طريقتان لتحليل باستعمال القسمة الاقليدية أو المطابقة:

باستعمال المطابقة:

$$a = 6n^3 + 36n^2 + 66n + 36 = (n + 1)(an^2 + bn + c)$$

$$= an^3 + bn^2 + cn + an^2 + bn + c$$

$$= an^3 + (a + b)n^2 + (c + b)n + c$$

$$an^3 = 6n^3 \rightarrow a = 6$$

$$(a + b)n^2 = 36n^2 \rightarrow (a + b) = 36 \rightarrow b = 36 - 6 = 30$$

$$(c + b)n = 66n \rightarrow (c + b) = 66 \rightarrow c = 66 - 30 = 36$$

اذن يمكن كتابة العدد a على الشكل:

$$(n + 1)(6n^2 + 30n + 36)$$

$$(6n^2 + 30n + 36)$$

باستعمال المميز Δ نحصل:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 900 - 864 = 36 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 6 > 0$$

الحلول:

$$n_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-36}{12} = -3$$

$$n_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-24}{12} = -2$$

نكتب: $a = 6(n+1)(n+2)(n+3)$

تحليل العدد b :

$$b = 4n^2 + 12n + 8$$

باستعمال المميز Δ نجد أن

$$\Delta = b^2 - 4ac = 144 - 128 = 16 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 4 > 0$$

الحلول:

$$n_1 = -\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-8}{8} = -1$$

$$n_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-16}{8} = -2$$

نكتب:

$$b = 4(n+1)(n+2)$$

(2)- عين كلا من $PGCD(a,b)$ و $PPCM(a,b)$. (نميز حالتين: n زوجي و n فردي)

من اجل n فردي:

$$PGCD(a,b) = PGCD((6(n+1)(n+2)(n+3)), (4(n+1)(n+2))) = b$$

من اجل n زوجي:

$$PGCD(a,b) = PGCD((6(n+1)(n+2)(n+3)), (4(n+1)(n+2))) = \frac{1}{2}b$$

$$PPCM(a,b) = PPCM((6(n+1)(n+2)(n+3)), (4(n+1)(n+2)))$$

من اجل n فردي:

$$PPCM(a,b) = PPCM((6(n+1)(n+2)(n+3)), (4(n+1)(n+2))) = a$$

من اجل n زوجي:

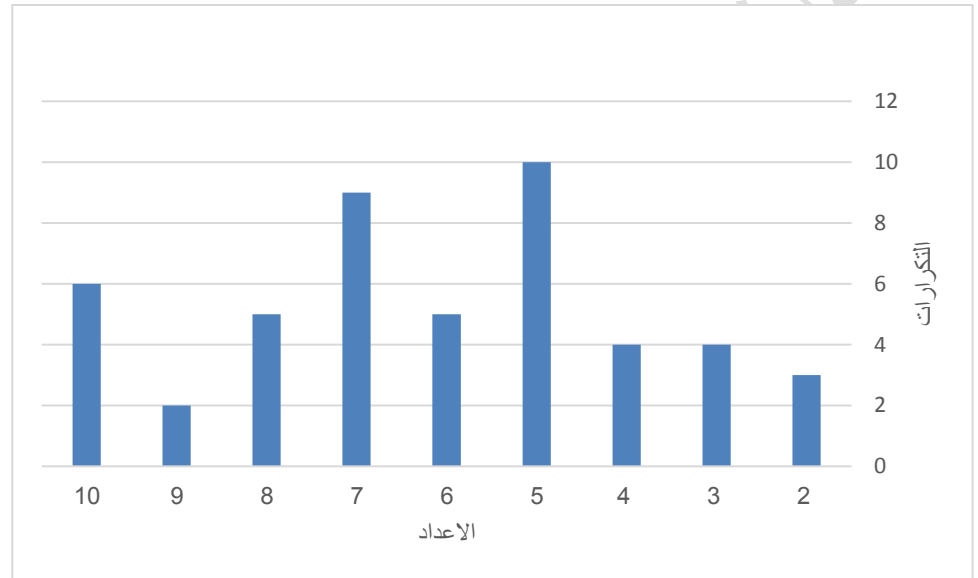
$$PPCM(a,b) = PPCM((6(n+1)(n+2)(n+3)), (4(n+1)(n+2))) = 2a$$

التمرين الثالث: (5 نقاط)

1-تنظيم المعطيات في جدول:

الاعداد	2	3	4	5	6	7	8	9	10	التكرار الكلي
التكرارات	3	5	5	10	5	9	5	2	6	50

تمثيل البيانات بمخطط الأعمدة:



حساب الوسيط Med

تكرار السلسلة الكلي زوجي $N=50$ رتبة الوسيط هي $\{p, p + 1\} = (25, 26)$

$$\text{Med} = \frac{X_p + X_{p+1}}{2} = \frac{6+6}{2} = 6$$

الربيع الأول

رتبة الربيع الأول

$$N/4 = 50/4 = 12.5$$

$$K1 = 12.5$$

ومنه قيمة الربيع الاول

$$Q1 = 4$$

الربيع الثالث

رتبة الربيع الثالث

$$3N/4 + 150/4 = 37.5$$

$$K3 = 37.5$$

قيمة الربع الثالث

$$Q3 = 8$$

الانحراف المعياري σ

$$\sigma = \sqrt{v}$$

نحسب التباين v

$$v = \frac{\sum x_i^2 \times n_i}{N} - \bar{X}^2$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \times n_i}{N} = 6.04$$

$$v = 4.99$$

$$\sigma = 2.24$$

ملاحظة:

القوانين الحساب موجودة في أي مرجع من كتب الاحصاء

تبويب المعطيات في جدول طول كل منها 3

الفئات	[2 , 5 [	[5 , 8 [	[8 , 11 [	التكرار الكلي
التكرارات	13	24	13	50

تمثيل المعطيات بمخطط الدائرة

حساب النسب المئوية

$$N \rightarrow 360^0$$

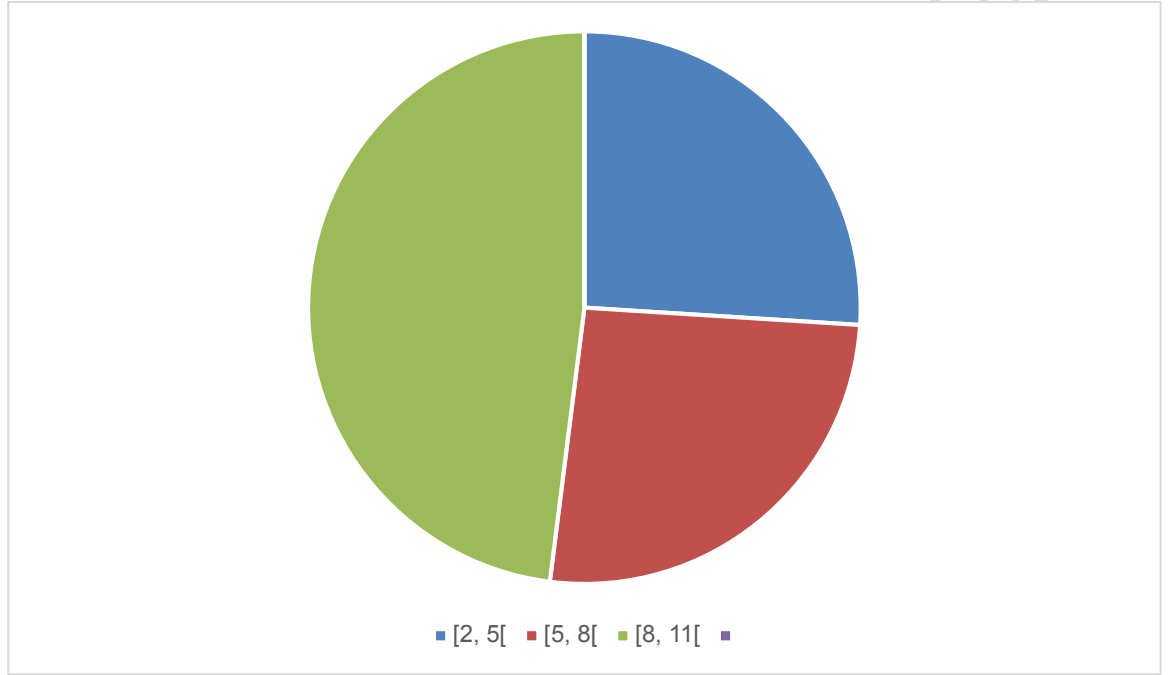
$$n_{i \rightarrow x_i}$$

$$x_i = \frac{n_i \times 360^0}{50}$$

نلخصها في الجدول التالي:

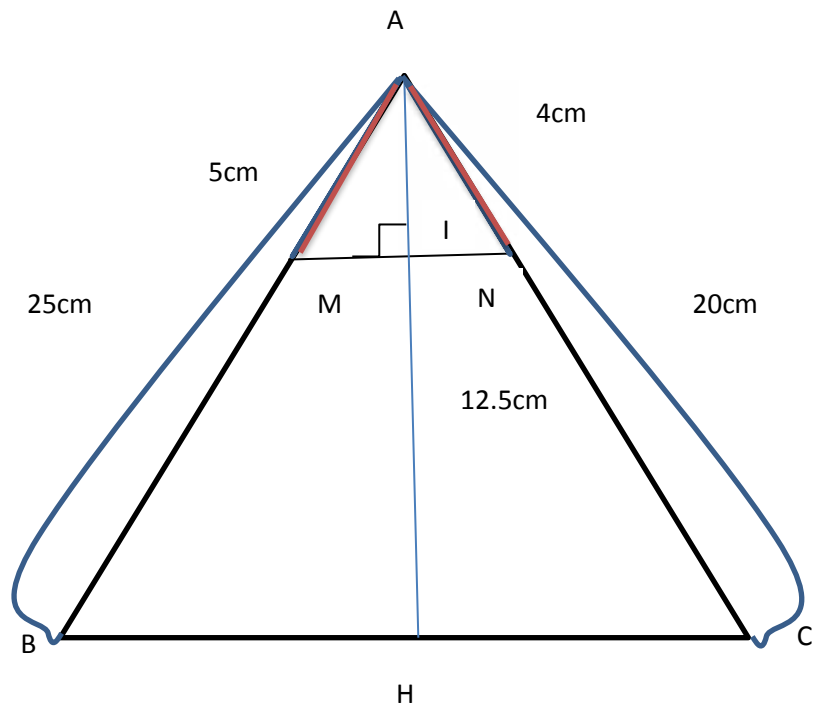
الفئات	[2 , 5 [	[5 , 8 [	[8 , 11 [	المجموع
التكرارات	13	24	13	50
الدرجة	93,6	172,8	93,6	360 ⁰

رسم المخطط الدائري



التمرين الرابع: (5 نقاط)

1-رسم شكل مناسب



2- اثبات ان $(BC) \parallel (MN)$.

$$\frac{AN}{AC} = \frac{4}{20} = \frac{AM}{AB} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} \text{ لدينا}$$

حسب النظرية العكسية لطاليس فإن: $(BC) \parallel (MN)$.

3- حساب الطول AI

حسب مبرهنة طاليس:

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AI}{AH} \rightarrow AI = \frac{AH \times AN}{AC} = \frac{12.5 \times 4}{20} = \frac{50}{20} = 2.5 \text{ cm}$$

4- اثبات ان المثلث AHB قائم في H

لدينا $(BC) \parallel (MN)$ و AH عمودي على (MN) حسب خاصية التوازي والتعامد اذا كان مستقيمان متوازيان وكان مستقيم عمودي على الأول فانه عمودي على الثاني.

5- تبين ان مساحة المثلث ABC تساوي 25 مرة مساحة المثلث AMN

$$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2}$$
$$S_{AMN} = \frac{MN \times AI}{2}$$

$$AH = \frac{AC \times AI}{AN} = \frac{20 \times AI}{4} = 5AI \text{ لدينا}$$

$$BC = \frac{AH \times MN}{AI} = \frac{12.5 \times MN}{2.5} = 5MN$$

بالتعويض:

$$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{5MN \times 5AI}{2} = 25 \left(\frac{MN \times AI}{2} \right) = 25 S_{AMN}$$