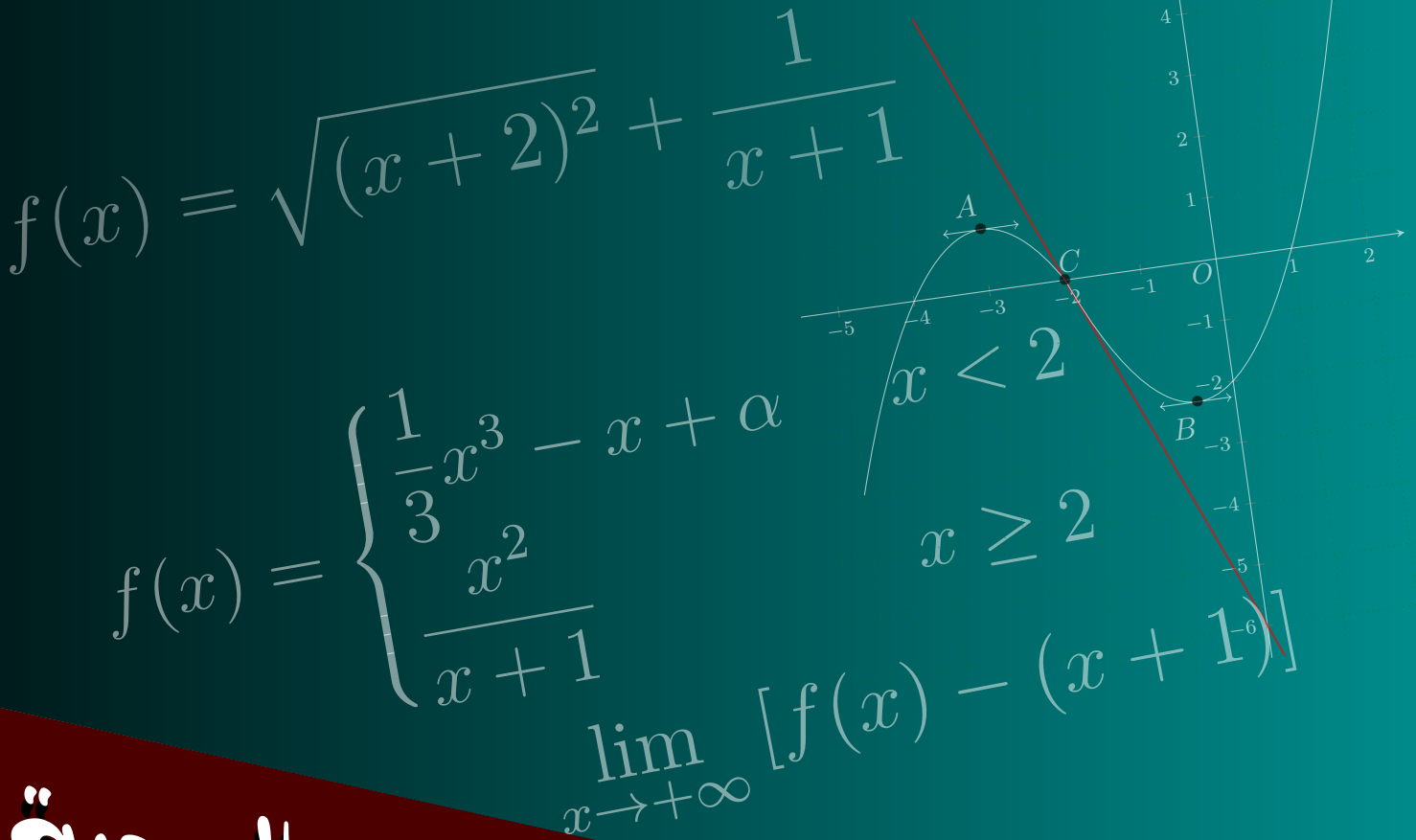




المجلة الشاملة في الدوال العددية

الأستاذ : مزين محمد

BAC
2022

- 01 النهايات
- 02 الإستمرارية
- 03 الإشتقاقية
- 04 دراسة الدوال

7 الضرب في المرافق : تعتمد على الضرب في المرافق والقسمة عليه ثم الحصول على عامل في البسط يساوي عامل في المقام وبعد اختزالهما نحسب ما تبقى ، مثل

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$$

8 العدد المشتق : نحدد عبارة $f(x)$ ونحسب قيمة $f(a)$ ثم نكتب النهاية المعطاة على الشكل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ وبعد حساب عبارة $f'(x)$ نحسب $f'(a)$ لأنها نتيجة النهاية المعطاة مثل

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$$

9 لوبيتال : تطبق هذه الطريقة فقط إذا كنا أمام حالة $\frac{0}{0}$ ونعتمد على اشتقاق البسط واشتقاق المقام ثم التعويض والحساب مثل

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x}$$

10 الحصر : a يمثل عدد حقيقي أو $-\infty$ أو $+\infty$ ، إذا كانت الدالة f المعطاة محصورة بين دالتين g و h و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ فإن $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = \ell$

مثل $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{\cos x}{x^2}$ حيث:

$$1 - \frac{1}{x^2} \geq 1 + \frac{\cos x}{x^2} \geq 1 + \frac{1}{x^2}$$

11 المقارنة : إذا كانت $f(x) \geq g(x)$ وكانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ فإن $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = +\infty$ أو إذا كانت $f(x) \leq h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = -\infty$ فإن $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$ مثل $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x} + 4$ حيث:

$$x - \sqrt{x} + 4 \leq 3\sqrt{x}$$

12 التركيب : إذا كانت الدالة f مركبة من دالتين $f = u \circ v$ فإننا نحسب أولا $\lim_{x \rightarrow a} v(x)$ فنجد b ثم نحسب $\lim_{x \rightarrow b} u(x)$ فنجد c نستنتج أن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{\pi x + 1}{x - 2}\right) \text{ مثل } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$$

13 تبديل المتغير : تعتمد على تبديل عبارات متشابهة بمتغير جديد ثم حساب النهاية التي تكافئها مثل

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\sin y}{y}$$

1 المستقيم المقارب العمودي :

إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ تفسيرها البياني هو : (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = a$

2 المستقيم المقارب الأفقي :

إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ تفسيرها البياني هو : (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = a$

3 المستقيم المقارب المائل :

إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ تفسيرها البياني هو : احتمال أن يقبل (C_f) مستقيم مقارب مائل .

I إذا طلب منا إثبات أن المستقيم ذا المعادلة $y = ax + b$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار ∞ يكفي أن نثبت أن : $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - y] = 0$

II إذا طلب منا استنتاج معادلة المستقيم المقارب المائل نلاحظ شكل الدالة f إذا كانت مكتوبة من الشكل $f(x) = ax + b + h(x)$ حيث $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = 0$ فإن معادلة المستقيم المقارب المائل هي : $y = ax + b$

III إذا طلب منا تعيين معادلة المستقيم المقارب المائل نحسب : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ فنجد العدد a ثم نحسب $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax]$ فنجد العدد b وتكون بذلك معادلة المستقيم المقارب المائل هي $y = ax + b$

4 المنحنى المقارب لمنحنى آخر :

إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] = 0$ نقول أن منحنى الدالة f مقارب لمنحنى الدالة g بجوار ∞

5 حالات عدم التعيين :

$$0 \times \infty ; \frac{\infty}{\infty} ; \frac{0}{0} ; +\infty - \infty$$

طرق إزالة حالات عدم التعيين :

6 التحليل والإختزال : تعتمد على إخراج العامل المشترك في البسط والمقام وإختزاله ثم التعويض وحساب النهاية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{x^2 - 2}}{-2x + 1} \text{ مثل :}$$

1 الإستمرارية عند عدد حقيقي :

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ فإن الدالة f مستمرة عند a

2 الإستمرارية على اليمين :

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ فإن الدالة f مستمرة على يمين a

3 الإستمرارية على اليسار :

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ فإن الدالة f مستمرة على يسار a

4 العمليات على الدوال المستمرة :

العمليات	الإستمرارية
$f + g$	مجموع دالتين مستمرتين هي دالة مستمرة
fg	جداء دالتين مستمرتين هو دالة مستمرة
$\frac{f}{g}$	حاصل قسمة دالتين مستمرتين هو دالة مستمرة
$f \circ g$	مركب دالتين مستمرتين هو دالة مستمرة

5 دوال مستمرة :

الدوال	مجال الإستمرارية
$\sqrt{x}$	$\mathbb{R}^+$
$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$
$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$	$\mathbb{R}$
$\cos x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\mathbb{R}$

6 مبرهنة القيم المتوسطة رقم 01 :

إذا كانت الدالة f مستمرة على $]a; b[$ و k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ فإن المعادلة $f(x) = k$ تقبل على الأقل حل في المجال $]a; b[$
 - في حالة $k = 0$ يمكن أن نبين أن :
 $f(a) \times f(b) < 0$ يدل تبيان أن k محصور بين $f(b)$ و $f(a)$

7 مبرهنة القيم المتوسطة رقم 02 :

إذا كانت الدالة f مستمرة ورتيبة على $]a; b[$ و k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ فإن المعادلة $f(x) = k$ تقبل حل وحيد α على $]a; b[$ أي $f(\alpha) = k$
 - في حالة $k = 0$ يمكن أن نبين أن :
 $f(a) \times f(b) < 0$ يدل تبيان أن k محصور بين $f(b)$ و $f(a)$

8 طريقة التنصيف لحصر الحل :

إذا كانت المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α ينتمي إلى $]a; b[$ فإنه يمكن تصغير سعة الحصر كإيلي

- إذا كان $f(a) \times f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0$ فإن :

$\frac{a+b}{2} < \alpha < \frac{b-a}{2}$ وهذا الحصر سعة $\frac{b-a}{2}$
 يمكن إعادة هذه الطريقة على المجال $\left[a; \frac{a+b}{2}\right]$ للحصول على حصر أصغر للعدد α

- إذا كان $f(b) \times f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0$ فإن :

$\frac{a+b}{2} < \alpha < b$ وهذا الحصر سعة $\frac{b-a}{2}$
 يمكن إعادة هذه الطريقة على المجال $\left[\frac{a+b}{2}; b\right]$ للحصول على حصر أصغر للعدد α

9 صورة المجال :

المجال	f متزايدة	f متناقصة
$[a, b]$	$[f(a), f(b)]$	$[f(b), f(a)]$
$[a, b[$	$[f(a), \lim_{x \rightarrow b} f(x)[$	$] \lim_{x \rightarrow b} f(x), f(a)]$
$]a, b]$	$] \lim_{x \rightarrow a} f(x), f(b)]$	$[f(b), \lim_{x \rightarrow a} f(x)[$
$]a, b[$	$] \lim_{x \rightarrow a} f(x), \lim_{x \rightarrow b} f(x)[$	$] \lim_{x \rightarrow b} f(x), \lim_{x \rightarrow a} f(x)[$

للاشتقاق عند a ومنحناها البياني يقبل مماس أفقي

$$y = f(a) \text{ موازي لمحور الفواصل معادلته}$$

10 مشتقات الدوال المرجعية :

$f(x)$	$f'(x)$	$D_{f'}$
a	0	$\mathbb{R}$
$ax + b$	a	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
x^n	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$] 0; +\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbb{R}$

11 العمليات على المشتقات :

المشتقة	العمليات	الدالة
$u' + v'$	$u + v$	مجموع دالتين
ku'	ku	ضرب دالة بعدد حقيقي
$u'v + v'u$	uv	جداء دالتين
$-\frac{u'}{u^2}$	$\frac{1}{u}$	مقلوب دالة
$\frac{u'v - v'u}{v^2}$	$\frac{u}{v}$	حاصل قسمة دالتين

12 مشتقات الدوال المركبة :

الدالة المشتقة	الدالة
$a \times u'(ax + b)$	$u(ax + b)$
$v'(x) \times u'(v(x))$	$u(x) \circ v(x)$
$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$	$\sqrt{u(x)}$
$nu'(x)u^{n-1}(x)$	$u^n(x)$
$\frac{-nu'(x)}{u^{n+1}(x)}$	$\frac{1}{u^n(x)}$
$-u'(x) \sin u(x)$	$\cos u(x)$
$u'(x) \cos u(x)$	$\sin u(x)$

1 قابلية الاشتقاق عند عدد حقيقي :

$$\text{إذا كانت : } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l \text{ أو}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h} = l \text{ فإن الدالة } f \text{ قابلة للاشتقاق عند العدد } a \text{ والعدد الحقيقي } l \text{ يسمى العدد المشتق (ميل المماس ، معامل توجيه المماس)}$$

2 قابلية الاشتقاق على اليمين :

$$\text{إذا كانت } \lim_{x \geq a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l_D \text{ فإن الدالة } f \text{ قابلة للاشتقاق عند العدد } a \text{ على اليمين}$$

3 قابلية الاشتقاق على اليسار :

$$\text{إذا كانت } \lim_{x \leq a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l_G \text{ فإن الدالة } f \text{ قابلة للاشتقاق عند العدد } a \text{ على اليسار}$$

4 الاشتقاقية والاستمرارية : إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند العدد a فإنها مستمرة عند a

5 معادلة المماس : إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند a فإن منحناها البياني يقبل مماس

$$\text{معادلته الديكارية } y = f'(a)(x - a) + f(a) \text{ حيث } f'(a) = l$$

6 نقطة زاوية : إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق على اليمين وعلى اليسار عند a حيث $l_D \neq l_G$ فإن منحناها البياني يقبل نصف مماس على اليمين معامل توجيهه l_D ونصف مماس على اليسار معامل توجيهه l_G والنقطة $A(a; f(a))$ تسمى نقطة زاوية

7 نقطة الإنعطاف : إذا كانت $f'(a) = 0$ و $f'(x)$ لا تغير إشارتها عند a أو إذا كانت $f''(a) = 0$ و $f''(x)$ تغير إشارتها عند a أو المماس (T) يخرق المنحنى (C_f) عند a فإن النقطة $A(a; f(a))$ تسمى نقطة إنعطاف

8 المماس الموازي لمحور الترتيب : إذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \infty \text{ فإن الدالة } f \text{ غير قابلة للاشتقاق عند } a \text{ ومنحناها البياني يقبل نصف مماس عمودي موازي لمحور الترتيب معادلته } x = a$$

9 المماس الموازي لمحور الفواصل : إذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0 \text{ فإن الدالة } f \text{ قابلة}$$

1 الدالة الزوجية : إذا كانت $f(-x) = f(x)$ نقول

أن الدالة f زوجية وتمثيلها البياني متناظر بالنسبة لمحور الترتيب.

2 الدالة الفردية : إذا كانت $f(-x) = -f(x)$ نقول

أن الدالة f فردية وتمثيلها البياني متناظر بالنسبة لمركز المعلم.

3 الدالة الدورية : إذا كانت $f(x+p) = f(x)$ نقول

أن الدالة f دورية وتمثيلها البياني يعيد نفسه عند كل مجال طوله p .

4 مركز التناظر : إذا كانت $f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$

نقول أن التمثيل البياني لدالة f يقبل مركز تناظر هو النقطة $A(\alpha; \beta)$.

5 محور التناظر : إذا كانت $f(2\alpha - x) - f(x) = 0$

نقول أن التمثيل البياني لدالة يقبل محور تناظر هو المستقيم ذو المعادلة $x = \alpha$.

6 التقاطع مع محور الفواصل : لتعين نقط تقاطع (C_f) مع

محور الفواصل نحل المعادلة $f(x) = 0$ ونجد فواصل هذه النقط مع العلم أن ترتيباتها معدومة.

7 التقاطع مع محور الترتيب : لتعين نقط تقاطع (C_f) مع

محور الترتيب نحسب $f(0)$ ونجد ترتيبات هذه النقط مع العلم أن فواصلها معدومة.

8 استنتاج تمثيل بياني من آخر :

1 إذا كانت $h(x) = |f(x)|$ فإن (C_h) منطبق على (C_f) لما يكون (C_f) فوق محور الفواصل.

و (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما يكون (C_f) تحت محور الفواصل.

2 إذا كانت $h(x) = f(|x|)$ فإن (C_h) منطبق على (C_f) لما يكون $x > 0$.

و (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الترتيب لما يكون $x < 0$.

3 إذا كانت $h(x) = -f(x)$ فإن (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل.

4 إذا كانت $h(x) = f(-x)$ فإن (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الترتيب.

5 إذا كانت $h(x) = f(x+a) + b$ فإن (C_h) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $(\vec{u}(-a\vec{i} + b\vec{j}))$.

6 إذا كانت $h(x) = -f(-x)$ فإن (C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمركز المعلم.

9 الوضعية النسبية : لمعرفة الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة

لمستقيم (Δ) ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$

• إذا كان الفرق سالب نقول أن (C_f) تحت (Δ) .

• إذا كان الفرق موجب نقول أن (C_f) فوق (Δ) .

• إذا كان الفرق معدوم نقول أن (C_f) يقطع (Δ) .

10 المناقشة البيانية :

نحاول أن نكتب المعادلة على إحدى هذه الأشكال :

1 المعادلة من الشكل $f(x) = m$ أو

$f(x) = f(m)$ فإن المناقشة تكون أفقية موازية لمحور الفواصل.

2 المعادلة من الشكل $f(x) = ax + m$ أو

$f(x) = ax + f(m)$ حيث a ثابت و m وسيط حقيقي فإن المناقشة تكون مائلة موازية للمستقيم ذو المعادلة $y = ax$.

3 المعادلة من الشكل $f(x) = mx + b$ أو

$f(x) = f(m)x + b$ حيث b ثابت و m وسيط حقيقي فإن المناقشة تركز دورانية حول النقطة $A(0; b)$.

11 دراسة تغيرات الدالة :

تضمن دراسة تغيرات الدالة ما يلي :

• حساب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .

• حساب الدالة المشتقة .

• تعيين إشارة الدالة المشتقة .

• تعيين اتجاه تغير الدالة من إشارة المشتقة .

12 التقريب التآلفي :

أحسن تقريب تآلفي لدالة f بجوار x_0 هو :

$$f(x) \approx f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

لحساب قيمة تقريبية لـ $f(x_0 + h)$ نحسب :

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + hf'(x_0)$$

بالتوفيق والنجاح إن شاء الله في بكالوريا 2022

— تمرين رقم 1- : Meziane Maths —

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 - x^2}{2x^2 - x} \quad 3 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 2x^2 - 1 \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 - 6x^2 + 5 \quad 4 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x}{x^3 + x + 1} \quad 2$$

— تمرين رقم 2- : Meziane Maths —

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{x^2 + x - 2} \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8} \quad 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + 1 - \sqrt{x^2 + x - 2} \quad 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} \quad 4$$

— تمرين رقم 3- : Meziane Maths —

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{5x + 4}}{\sqrt{x + 3} - 2} \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x \quad 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 2x} \quad 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1} \quad 4$$

— تمرين رقم 4- : Meziane Maths —

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x} \quad 3 \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x} \quad 4 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} \quad 2$$

— تمرين رقم 5- : Meziane Maths —

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x}(x + 1)} \quad 3 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2 + x} - \sqrt{x} \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \left(\frac{1}{x} \right) \quad 4 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x + 1} \quad 2$$

— تمرين رقم 6- : Meziane Maths —

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x} + 4 \quad 3 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{\sqrt{x + 1}} \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x + \frac{\cos x}{x + 1} \quad 4 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sin x \quad 2$$

— تمرين رقم 7- : Meziane Maths —

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} \quad 3 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sin \left(\frac{\pi x + 2}{2x + 3} \right) \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1} \quad 4 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \quad 2$$

— تمرين رقم 8- : Meziane Maths —

أحسب نهايات الدوال التالية عند أطراف مجموعة تعريفها وفسرها هندسياً.

$$f(x) = 2x + 3 - \frac{5}{\sqrt{x + 1} + \sqrt{x}} \quad 1$$

$$g(x) = |x - 5| - \frac{\sqrt{x}}{x} \quad 2$$

$$h(x) = \frac{\sin x}{x} \quad 3$$

$$k(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4} \quad 4$$

— تمرين رقم 9- : Meziane Maths —

باستعمال تعريف العدد المشتق أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x} \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} \quad 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x\sqrt{x + 1} - 6}{x - 3} \quad 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x}{2\cos x - 1} \quad 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{2\cos x - \sqrt{2}} \quad 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} \quad 6$$

— تمرين رقم 10- : Meziane Maths —

أحسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 3x + 2} \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x + 2}{x^3 - 3x^2 - x + 3} \quad 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x - 2}{4x + 3}} \quad 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2\sqrt{x}) \quad 4$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x + 1} \quad 5$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + 1} - \sqrt{x} \quad 6$$

— تمرين رقم 11- : Meziane Maths —

أحسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - 2x) \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{\sqrt{x+4} - 3} \quad 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} \right) \quad 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x}) \quad 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2021} - 1}{x - 1} \quad 5$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} \quad 6$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{x + 1} \quad 7$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\sin x - 1}{6x - \pi} \quad 8$$

تمارين رقم -12- : Meziane Maths

في كل حالة من الحالات التالية عين اكبر مجموعة تعريف ممكنة للدالة f ثم أحسب النهايات عند اطراف مجموعة التعريف وعين معادلات المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f

$$f(x) = \frac{-x^2 + 4x}{x^2 - 4x + 3} \quad 1$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1} \quad 2$$

$$f(x) = 2x + 3 - \frac{1}{(x+1)^2} \quad 3$$

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 6x + 3}{(x+1)^2} \quad 4$$

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} \quad 5$$

$$f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}} \quad 6$$

$$f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} \quad 7$$

$$f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2 + 4x} \quad 8$$

تمارين رقم -13- : Meziane Maths

بين أن المعادلة: $x^5 - 3x^4 + x^2 - 1 = 0$ لها على الأقل حلًا في المجال $[0; 3]$.

تمارين رقم -14- : Meziane Maths

بين أن المعادلة: $-x^3 + x + 1 = 0$ تقبل حلًا وحيدًا في المجال $[1; 2]$.

تمارين رقم -15- : Meziane Maths

بين أن المعادلة: $\frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{(x+1)^2}$ تقبل على الأقل حلًا في المجال $[2\pi; 3\pi]$.

تمارين رقم -16- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ: $f(x) = \tan x - x - 1$

1. بين أن f دالة مستمرة على المجال $[0; \frac{\pi}{2}]$.

2. بين أن f دالة متزايدة تمامًا على المجال $[0; \frac{\pi}{2}]$.

3. حدد صورة المجال $[0; \frac{\pi}{2}]$ بالدالة f .

4. استنتج أنه يوجد عدد وحيد α من المجال $[0; \frac{\pi}{2}]$ حيث:

$$\tan \alpha = \alpha + 1$$

تمارين رقم -17- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x^3 + 3x + 8$$

1. أدرس تغيرات الدالة f .

2. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث:

$$-1.52 < \alpha < -1.51$$

3. عين إشارة $f(x)$ حسب قيم x .

تمارين رقم -18- : Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \cos^3 x - 3 \cos x + 2$$

1. أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; \pi]$.

2. استنتج أنه يوجد α وحيد من المجال $[0; \pi]$ حيث $f(\alpha) = \sqrt{2}$.

تمارين رقم -19- : Meziane Maths

نعتبر f دالة عددية مستمرة على المجال $[0; 1]$ بحيث:

$$f([0; 1]) = [0; 1] \quad \text{نضع من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } [0; 1]$$

$$g(x) = f(x) - x$$

1. بين أن: $g(0)g(1) \leq 0$

2. استنتج أنه يوجد α من المجال $[0; 1]$ حيث $f(\alpha) = \alpha$.

تمارين رقم -20- : Meziane Maths

لتكن f دالة مستمرة على المجال $[0; 1]$ بحيث من أجل كل عدد حقيقي

x من $[0; 1]$: $1 < f(x) \leq 2$ ، ولتكن g الدالة العددية المعرفة على

$$g(x) = xf(x) - 1 \quad \text{بما يلي:}$$

1. بين أن الدالة g مستمرة على المجال $[0; 1]$.

2. حدد إشارة كل من $g(0)$ و $g(1)$.

3. استنتج أنه يوجد عدد c من المجال $[0; 1]$ حيث: $f(c) = \frac{1}{c}$.

تمارين رقم -21- : Meziane Maths

لتكن f دالة عددية مستمرة على المجال $[0; 1]$. نعتبر الدالة العددية g

$$g(x) = x(x-1)f(x) - 2x + 1 \quad \text{بما يلي:}$$

1. بين أن الدالة g مستمرة على المجال $[0; 1]$.

2. أحسب $g(0)g(1)$.

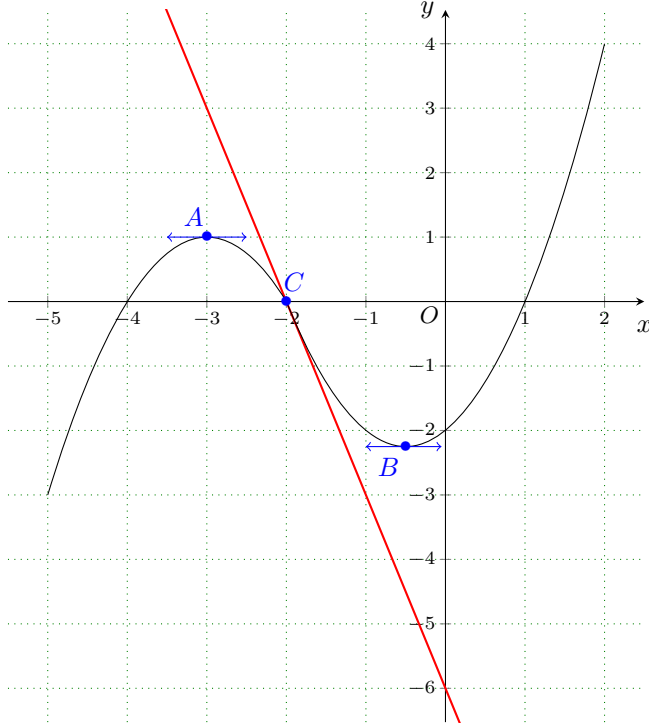
3. استنتج أنه يوجد α من المجال $[0; 1]$ حيث: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha-1}$.

1. بقراءة بيانية أحسب كلاً من : $f(1)$ ، $f(2)$ و $f'(1)$.

2. باستعمال النتائج السابقة عين a, b, c .

تمارين رقم -26- : Meziane Maths

المنحنى (C_f) التالي هو لدالة f قابلة للاشتقاق على مجموعة تعريفها.



1. عين مجموعة تعريف الدالة f .

2. بقراءة بيانية عين العدد المشتق للدالة f عند كل من $-\frac{1}{2}$ ، -3

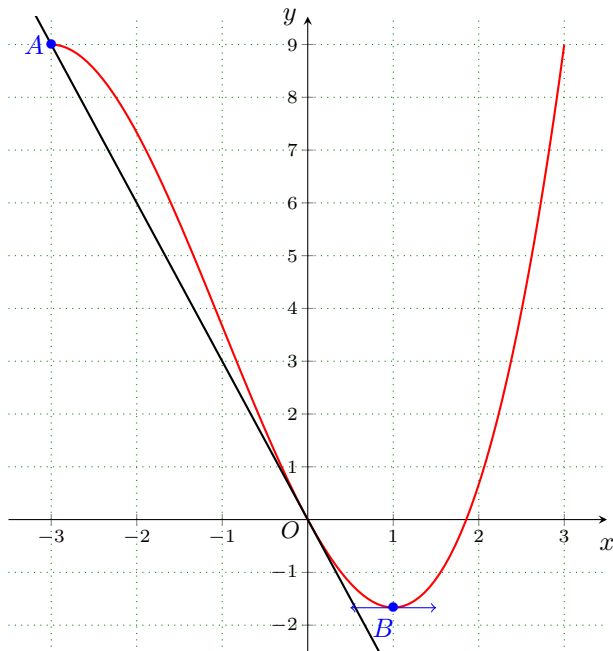
و -2 علماً أن ترتيب النقطة B هو $-\frac{9}{4}$.

3. استنتج معادلات المماسات للمنحنى (C_f) عند A ، B و C .

4. هل توجد مماسات أخرى للمنحنى (C_f) موازية لمماسه عند النقطة C ؟

تمارين رقم -27- : Meziane Maths

الشكل الموالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $[-3; 3]$ في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



تمارين رقم -22- : Meziane Maths

ليكن p و q عددين من $\mathbb{R}_+$ ولتكن f دالة عددية مستمرة على المجال $[0; 1]$ بحيث : $f(0) \neq f(1)$. نعتبر الدالة العددية g والمعرفة على المجال $[0; 1]$ بما يلي :

$$g(x) = f(x) - \frac{pf(0) + qf(1)}{p+q}$$

1. بين أن الدالة g مستمرة على المجال $[0; 1]$.

2. حدّد إشارة الجداء $g(0)g(1)$.

3. بين أنه يوجد c من المجال $]0; 1[$ حيث : $f(c) = \frac{pf(0) + qf(1)}{p+q}$.

تمارين رقم -23- : Meziane Maths

1. بين أن المعادلة : $x^3 + x - 1 = 0$ تقبل حلاً وحيداً α ينتمي إلى المجال $]0; 1[$.

2. حدد حصرًا للعدد α سعته 0.25 .

3. بين أن المعادلة : $x^3 - 6x^2 + 6 = 0$ تقبل حلاً وحيداً β ينتمي إلى المجال $[0; 4]$.

4. حدد حصرًا للعدد β سعته 0.5 .

تمارين رقم -24- : Meziane Maths

في كل حالة ، أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة a ، وفسر النتيجة المحصل عليها بيانياً.

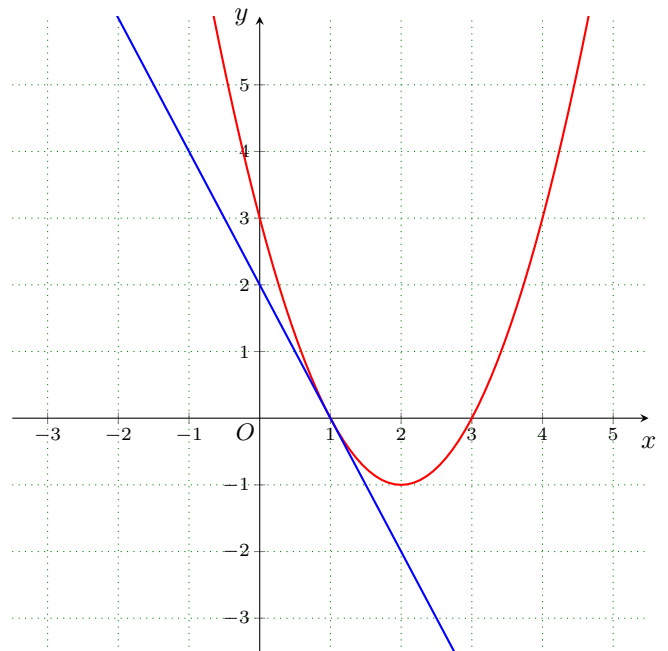
1. $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ ، $a = 1$ من اليمين.

2. $f(x) = x^2 - 1 + |x - 2|$ ، $a = 2$.

3. $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ ، $a = 0$.

تمارين رقم -25- : Meziane Maths

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = ax^2 + bx + c$ حيث a, b, c أعداد حقيقية. (C_f) تمثيلها البياني في الشكل المقابل.



المنحنى (C_f) يحقق الشروط التالية :

يمر بمبدأ المعلم O ، ويشمل النقطة $A(-3;9)$ ، يقبل في النقطة B التي فاصلتها 1 مماساً أفقياً ويقبل المستقيم (OA) كمماس له .

1. ماهو معامل توجيه المستقيم (OA) ؟

2. نفرض أن f معرفة على $[-3;3]$: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ، حيث a, b, c, d أعداد حقيقية .

(ا) بين باستعمال الشروط السابقة أن :

$$a = \frac{1}{3}, b = 1, c = -3, d = 0$$

(ب) حلّ $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

تمرين رقم -28- : Meziane Maths

الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$:

$f(x) = \frac{|x|}{x+1}$ ، وليكن (C_f) منحنيا البياني في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أدرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0 .

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 0 وفّر النتيجة بياناً وأكتب معادلتين نصفين المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة ذات الفاصلة 0 وماذا تسمى هذه النقطة .

3. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها وفّر النتائج بياناً .

4. أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

5. ارسم (Δ_1) ، (Δ_2) والمنحنى (C_f) .

تمرين رقم -29- : Meziane Maths

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة : $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-2}$. وليكن (C_f) منحنيا البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون للمنحنى (C_f) مستقيم معادلته : $y = x - 3$ و f تقبل قيمة حدية عند النقطة التي فاصلتها 3 .

2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (D_1) و (D_2) معامل توجيه كل منهما -3 ، يطلب إعطاء احداثيات نقطتي التماس M_1 و M_2 ومعادلتين المماسين (D_1) و (D_2) .

4. أرسم بدقة المماسين (D_1) و (D_2) ثم المنحنى (C_f) .

5. ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ_m) الذي معادلته $y = -3x + m$.

تمرين رقم -30- : Meziane Maths

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$:

$f(x) = x + 2\sqrt{|x|}$ وليكن (C_f) منحنيا البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 0 وفّر النتيجة بياناً وماذا تسمى النقطة ذات الفاصلة 0 .

2. أحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

3. بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ ثم أحسب $f'(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f .

4. شكل جدول تغيرات الدالة f .

5. عيّن احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

6. أرسم المنحنى (C_f) في المجال $[-9;4]$.

تمرين رقم -31- : Meziane Maths

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f(x) = \sqrt{(x+2)^2} + \frac{1}{x+1}$. وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

1. أدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0 = -2$ ثم فّر النتيجة بياناً .

2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. أحسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+2)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x-2)]$ وفّر النتائج بياناً .

4. عيّن عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ثم احسب فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل .

5. أرسم بدقة المنحنى (C_f) وبصفة خاصة نصفين المماسين عند النقطة الزاوية .

تمرين رقم -32- : Meziane Maths

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - x + \alpha & x < 2 \\ \frac{x^2}{x+1} & x \geq 2 \end{cases}$$

حيث α عدد حقيقي .

وليكن f المنحنى البياني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس .

1. اوجد العدد الحقيقي α حتى تكون الدالة f مستمرة عند القيمة

2. نفرض في كل مما يلي : $\alpha = \frac{2}{3}$.

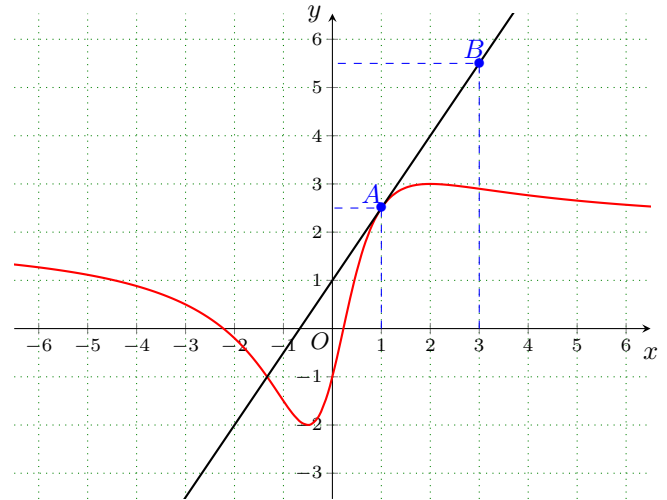
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على $\mathbb{R}$ وبصفة خاصة عند القيمة 2 ثم فّر النتيجة بياناً . ثم أدرس تغيرات الدالة f .

3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلته .

أرسم (C_f) .

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f المعرفة بالعلاقة :

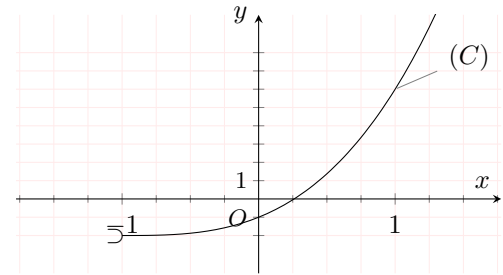
$$f(x) = a + \frac{bx}{x^2 + 1} + \frac{c}{x^2 + 1}$$



- عين الأعداد الحقيقية a, b, c علماً أن المماس عند النقطة $A\left(1; \frac{5}{2}\right)$ يشمل النقطة $B\left(3; \frac{11}{2}\right)$ والمماس عند النقطة ذات الفاصلة 2 يوازي حامل محور الفواصل.

— تمرين رقم -34- Meziane Maths —

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يأتي: $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$



1. (ا) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$ و إشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

(ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0; \frac{1}{2}\right[$ يحقق

$$g(\alpha) = 0$$

(ج) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$.

2. f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بما يأتي:

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$$

ولیکن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)^3} :$$

(ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) :$$

(ج) أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ وفسر النتيجة بيانيا.

(د) شكل جدول تغيرات الدالة f

3. نأخذ $\alpha \simeq 0.26$ ، عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

4. أرسم المنحنى (Γ)

— تمرين رقم -35- Meziane Maths —

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - 8x + 16}{x - 3}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. عين الأعداد حقيقية a ، b و c حيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{3\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 3}$

2. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف، ثم فسر النتائج هندسياً.

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x - 5$ مقارب مائل لـ (C_f)

5. أدرس الوضعية النسبية بين (C_f) و (Δ).

6. أحسب $f(6 - x) + f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

7. أرسم (Δ) والمنحنى (C_f).

8. ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$:

— تمرين رقم -36- Meziane Maths —

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$ المنحنى البياني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. (ا) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسياً

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3. أكتب معادلة للماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة المدومة .

4. (ا) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فإن : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{x^2 - 1}$

(ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلته له .

(ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم المقارب المائل (Δ).

5. بين أن النقطة $\omega(0; 1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

- (I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ كما يلي :
- $$f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x^2 - 1}$$
- المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- (1) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = ax + b + \frac{cx}{x^2 - 1}$ حيث a, b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها.
- (2) أدرس تغيرات f ثم عين معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C)
- (3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[-\frac{4}{5}; \frac{1}{2}]$
- (4) أرسم بعناية المستقيمات المقاربة والمنحنى (C)
- (5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^3 - (m+1)x^2 + m + 1 = 0$
- (II) لتكن الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = \frac{|x| - x^2 + 1}{x^2 - 1}$
- (1) أثبت أن الدالة h زوجية.
- (2) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, 1[\cup]1, +\infty[$ فإن $h(x) = f(x)$
- (3) إستنتج مما سبق إنشاء المنحنى (C') الممثل للدالة h في نفس المعلم

- المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر المنحنى (C) الذي معادلته: $x(x^2 + y^2) + y^2 - 3x^2 = 0$
- (1) نفرض الدالة f المعرفة على $]-1; 3[$ كما يلي: $f(x) = \sqrt{\frac{x^2(3-x)}{x+1}}$
- بين أن المنحنى (C) هو اتحاد المنحنين (C_1) و (C_2) الممثلين للدالتين f و $-f$ على الترتيب.
- (2) أ- عين كلا من: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ماذا تستنتج؟
ب- فسر النتائج هندسيا
- (3) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$ ، ماذا تستنتج؟
- (4) أ- بين أنه من أجل كل $x \in]-1; 0[\cup]0; 3[$ يكون:
$$f'(x) = \frac{3x - x^3}{(x+1)\sqrt{x^2(x+1)(3-x)}}$$

ب- إستنتج إشارة $f'(x)$
- ج- أحسب: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.
- د- شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (5) أنشئ (C_1) ، ثم أكمل إنشاء المنحنى (C).

- (I) ليكن كثير الحدود: $g(x) = x^3 - 3x + 2$
- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = (x-1)(x^2 + x - 2)$
- (2) أدرس إشارة كثير الحدود $h(x)$ حيث: $h(x) = xg(x)$
- (II) لتكن الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ:
- $$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 3x - 1}{x^2}$$
- إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- (1) بين أنه من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{h(x)}{x^4}$

6. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $] -1, 1[$ يطلب إيجاد حصر ل α سعته 10^{-1}
7. أنشئ (Δ) و (C_f) .

- f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي: $f(x) = |x+1| - \frac{4}{x-1}$
- (C_f) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها
2. أكتب عبارة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة
3. أحسب $f'(x)$ وأدرس اشارتها، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (Δ') بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب
5. أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) على المجال $]1; +\infty[$ و (Δ') على المجال $]-\infty; -1[$.
- (I) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ ماذا تستنتج؟
- (ب) أعط تفسيرا لهذه النتيجة.
- (ج) أكتب معادلتين نصفين المماسين (T_1) و (T_2) ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.

7. أنشئ كلا من (C_f) ، (Δ) ، و (Δ') ونصفي المماسين
8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة: $f(x) = m + 1$

- f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = x - 1 + \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}$
- و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. شكل جدول تغيرات الدالة f
2. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x + 3]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x - 1]$ وماذا تستنتج؟
3. بين أن النقطة $\omega(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2})$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
4. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل تويجه كل منهما هو $\frac{5}{2}$ ، ثم جد معادلتيهما.
5. بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في وحيدة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{5}{8}$
6. أنشئ (C_f) ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x .
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي t وجود وعدد وإشارة حلول المعادلة: $2x - 1 - (t+1)\sqrt{x^2 - x + 1} = 0$

(2) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل يطلب تعيين معادلتها.

(4) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}$

(6) أرسم المنحنى (C_f)

— تمرين رقم -42- : Meziane Maths —

f دالة معرفة بـ: $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{(x+1)^2}$ و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أدرس تغيرات الدالة f .

(2) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية α, β, γ بحيث يكون من أجل $x \in D_f$:

$$f(x) = \alpha x + \frac{\beta}{x+1} + \frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مائل يطلب تعيين معادلته.

(4) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

(5) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(6) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1، و أكتب معادلته له.

(7) أنثيء المماس (Δ) والمنحنى (C_f) .

(8) ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

— تمرين رقم -43- : Meziane Maths —

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 2x + 1$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) برر أن الدالة f معرفة من أجل كل عدد حقيقي x .

(2) أحسب الدالة المشتقة للدالة f .

بين أنه من أجل $x < 0$ لدينا: $f'(x) < 0$

بين أنه من أجل $x \geq 0$ لدينا: $f'(x) < 0$

(3) بين أنه من أجل كل $x < 0$ لدينا: $f(x) + 3x - 1 = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$

أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + 3x - 1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(4) بين أنه من أجل كل $x > 0$ لدينا: $f(x) + x - 1 = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(5) أرسم (C_f)

— تمرين رقم -44- : Meziane Maths —

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x + \sqrt{x^2 - 2x} & ; x \leq 0 \\ f(x) = \frac{(x-1)^3}{x^2} & ; x > 0 \end{cases}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$ ثم فسر النتيجة بيانها عند $-\infty$

(2) أ- أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$. ماذا يمكن القول بالنسبة للدالة f ؟
والتفسير الهندسي للنتيجة؟

- ب - بين أنه من أجل كل $x \in]-\infty; 0]$ تكون:

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 2x} \times (\sqrt{x^2 - 2x} - x + 1)}$$

ومن أجل كل $x \in]0; +\infty[$ تكون: $f'(x) = \frac{(x-1)^2(x+2)}{x^3}$

- ج - شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) أ - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 3$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

- ب - أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(4) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين إحداثياتها.

(5) أنشئ المستقيمتين المقاربة والمنحنى (C) .

— تمرين رقم -45- : Meziane Maths —

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f

(2) أدرس قابلية الاشتقاق للدالة f عند القيمتين $x_0 = -1$ و $x_0 = 5$

(3) أدرس تغيرات الدالة f

(4) برهن أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ_1) و (Δ_2) يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

(5) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين.

(6) برهن أن المستقيم ذو المعادلة $x = 2$ محور تناظر لـ (C_f)

(7) أرسم (C_f) والمستقيمتين المقاربة.

(8) عين مجموعة تعريف الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = \sqrt{x^2 - 4|x| - 5}$

(9) بين أن الدالة h زوجية وأرسم منحناها البياني في المعلم السابق.

— تمرين رقم -46- : Meziane Maths —

لتكن الدالة العددية f المعرفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{\sin x} & ; x \in]-\pi; 0[\cup]0; \pi[\\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أثبت أن الدالة f مستمرة عند $x_0 = 0$

(2) أثبت الدالة f قابلة للاشتقاق من أجل القيمة $x_0 = 0$

(3) بين أن الدالة f فردية، ثم أدرس تغيراتها.

(4) أثبت أن مبدأ المعلم هو نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

(5) عين إحداثيات النقطة A التي يكون فيها المماس للمنحنى (C_f) موازيا للمستقيم ذو المعادلة $y = x$

(6) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $]0; \pi[$: $h(x) = f(x) - x$

أثبت أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$$\frac{3\pi}{4} < \alpha < \frac{7\pi}{8}$$

ما هو التفسير الهندسي لهذه النتيجة؟

(7) أرسم المنحنى (C_f) باستعمال النتائج السابقة.

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = |x - 2| + \frac{1}{x-1}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أدرس استمرارية وقابلية الاشتقاق عند القيمة $x_0 = 2$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً .

(2) أدرس تغيرات الدالة f وأكتب معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

(3) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]0; \frac{1}{2}[$.

(4) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2 - x)]$

(5) أرسم المنحنى (C_f) والمستقيمات المقاربة .

(6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة :

$$|x - 2| + \frac{1 - m(x - 1)}{x - 1} = 0$$

$$g(x) = |x| - 2 + \frac{1}{|x| - 1} : \text{ دالة معرفة كما يلي :}$$

بين أن الدالة g زوجية

بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$: $f(x) = g(x)$

إستنتج مما سبق التمثيل البياني للدالة g وأنشئه في نفس المعلم .

f دالة معرفة على $] -1; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ ، وتمثيلها البياني في معلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أدرس تغيرات الدالة f

(2) -أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته $y = x$

-ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D)

(3) -أ- بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1.3 < x_0 < 1.4$

-ب- عين معادلة (Δ) مماساً للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور الترتيب .

-ج- أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم

(4) g الدالة العددية المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بالعلاقة : $g(x) = |f(x)|$ ، (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق .

بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقاً من (C_f) ، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق .

(5) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة الحلول المعادلة ذات المجهول $x : g(x) = m^2$.

$$f \text{ دالة معرفة على } \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[\text{ بـ : } f(x) = x \times \tan x$$

(1) أدرس شفعية الدالة f .

(2) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

(3) بين أنه من أجل كل $x \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$ تكون : $f'(x) = \frac{2x + \sin 2x}{2\cos^2 x}$

(4) -أ- نعتبر الدالة g المعرفة على $\left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$ كما يلي : $g(x) = 2x + \sin 2x$

أدرس تغيرات الدالة g على $\left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$.

-ب- إستنتج تغيرات الدالة f على المجال $\left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$.

(5) شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$.

(6) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند ذات الفاصلة $\frac{\pi}{4}$

(7) -أ- أنشئ (T) والمنحنى (C_f) .

-ب- ماهو عدد حلول المعادلة (E) ، حيث :

$$\tan x = \frac{1}{x} \quad (E)$$

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \sin 3x - 3 \sin x$ ، وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين ان الدالة f دورية ودورها 2π .

2. أدرس شفعية الدالة f ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

3. (أ) قارن بين $f(x)$ و $f(\pi - x)$ ، فسر النتيجة هندسياً

(ب) استنتج مما سبق مجالا لدراسة الدالة f .

4. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x تكون :

$$f'(x) = -6 \sin x \times \sin 2x$$

5. أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

6. أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $[-2\pi; 2\pi]$.

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = x - \sqrt{1 + x^2}$. وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً .

(ب) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

2. (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون :

$$\sqrt{1 + x^2} - x > 0$$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

3. (أ) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

(ب) حل بياناً المترجمة : $f(x) > 2x - 1$.

(ج) تحقق أنه من أجل كل $x > 0$ يكون :

$$x \left(1 + f \left(\frac{1}{x} \right) \right) = 1 + f(x)$$

الجزء الثاني :

لتكن الدالة g المعرفة على $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$:

$$\begin{cases} g(x) = \tan x - \sqrt{1 + \tan^2 x} \dots\dots - \frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

وليكن (Γ) هو المنحنى الممثل للدالة g .

1. بين أن : $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} g(x) = g\left(\frac{\pi}{2}\right)$

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow \frac{-\pi}{2}} g(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً .

3. بين أنه من أجل كل x من $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ يكون : $g(x) = \frac{\sin x - 1}{\cos x}$

4. ادرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ منحنىها (Γ) في معلم آخر

الجزء الثالث :

لتكن الدالة h المعرفة على $]-\infty; 0] \cup [2; +\infty[$:

$$\begin{cases} h(x) = x - \sqrt{1 + x^2} \dots\dots\dots x \leq 0 \\ h(x) = 2 - x - \sqrt{x^2 - 4x + 5} \dots\dots\dots x \geq 2 \end{cases}$$

وليكن (C_h) منحنىها البياني في المعلم الأول

1. بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ هو محور تناظر للمنحنى (C_h) .

2. شكل جدول تغيرات الدالة h

3. أنشئ المنحنى (C_h) في نفس معلم الدالة f .

تمرين رقم -52- : Meziane Maths

لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$			1		
	$-\infty$				$+\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية .

و أحسب $f'(x)$.

(2) اعتماداً على جدول تغيرات الدالة f :

أ) عين الأعداد الحقيقية a, b, c .

ب) عين $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x)$ وفسر النتيجة بيانياً .

ج) قارن بين صورتين العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللاً إجابتك .

(3) نأخذ فيما يلي : $a = 1, b = 1, c = \frac{1}{4}$ وليكن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة f في معلم متعامد و متجانس .

أ) بين أنه عندما يؤول x إلى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فإن المنحنى (C) يقبل مستقيماً مقارباً (Δ) معادلته : $y = x + 1$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج) أثبت أن النقطة $\omega(1, 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

د) عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل .

(4) λ عدد حقيقي ، عين بيانياً ، حسب قيم λ عدد حلول المعادلة $f(x) = |\lambda|$.

تمرين رقم -53- : Meziane Maths

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{(x+1)^2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أدرس تغيرات الدالة f .

(2) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية c, b, a بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن -1 : $f(x) = ax + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{(x+1)^2}$.

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادلة ديكارتية له ، ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) معامل توجيهه يساوي 1 ، أكتب معادلة ديكارتية لـ (T) .

(5) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

(6) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

تمرين رقم -54- : Meziane Maths

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x^4 - 4x - 3$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $-0.69 < \alpha < -0.7$ و $1.78 < \beta < 1.79$.

ب) عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$: $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^3 - 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدته $2cm$.

(1) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

(2) أ) عين الأعداد الحقيقية : a, b, c, d, e حيث :

$$f(x) = ax + b + \frac{cx^2 + dx + e}{x^3 - 1} \text{ و } (x \neq 1)$$

ب) إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلته ، ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(3) أ) بين أنه من أجل كل $x \neq 1$ يكون : $f'(x) = \frac{x^2 \times g(x)}{(x^3 - 1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، شكل جدول تغيراتها .

ج) أعط حصراً لكل من : $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1 .

(5) أنشئ كلا من المماس (T) و (Δ) والمنحنى (C_f) .

(6) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$: $h(x) = \frac{x^4 + 1}{|x^3 - 1|}$.

أ) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

ب) إشرح كيفية إنشاء (C_h) المنحنى الممثل للدالة h إنطلاقاً من (C_f) .

ج) أنشئ المنحنى (C_h) في نفس المعلم السابق .

تمرين رقم -55- : Meziane Maths

المجلة الشاملة في الدوال العددية للتخضير الجيد لباكوريا 2022

الأستاذ : مزيان محمد

www.dzexams.com

(I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$

1. -أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

-ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

2. -أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$

-ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

3. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

4. -أ- بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

-ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

-ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

5. -أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$

-ب- استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ $-0.1 \approx f(\alpha)$)

6. أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$

7. أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

8. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

-أ- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) - 2$

-ب- استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h)

— تمرين رقم -56- — Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي:

$f(x) = \frac{x^3 - 8}{(x+1)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الوحدة 1cm على محور الفواصل و 0.5cm على محور الترتيب)

(1) أ) أحسب كل من النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) أ) عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث يكون: من أجل كل $x \neq -1$ $f(x) = x + a + \frac{bx+c}{(x+1)^2}$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 2$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(3) أ) بين أن من أجل كل $x \neq -1$ فإن:

$f'(x) = \frac{(x+4)(x^2-x+4)}{(x+1)^3}$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

(5) عين إحداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T') موازيا للمستقيم (Δ) . ثم اكتب معادلة للمماس (T') .

(6) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .

(7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x - m$.

(8) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $h(x) = \frac{|x^3 - 8|}{(x+1)^2}$ ، و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند 2.

ب) إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_h) إعتمادا على المنحنى (C_f) ثم أنشئه.

— تمرين رقم -57- — Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{3x^3 + 9x}{3x^2 + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(-x) + f(x) = 0$. فسر النتيجة بيانيا.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$f'(x) = \left(\frac{3(x^2-1)}{3x^2+1} \right)^2$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف A و B .

ب) أكتب معادلتى المماسين (T_A) و (T_B) في النقطتين A و B .

(6) أ) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) . ماذا تستنتج؟

(7) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .

(8) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟ عينا إن وجدت.

(9) أنشئ كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) .

(10) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلتين: $f(x) = m$ و $f(x) = mx$.

— تمرين رقم -58- — Meziane Maths

أولا: لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) أحسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$.

ثانيا : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب: $f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$

و ليكن (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $f'(x)$ ثم تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{2\}$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^2}$$

(2) أستنتج إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (D) حيث : (Δ) هو المستقيم المقارب المائل.

(4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة ل (Δ) .

(5) أكتب معادلة ل (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

(6) أرسم (D) , (Δ) , (T) و (C_f) .

تمرين رقم -59- Meziane Maths

أولا : g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x^3 + 3x + 8$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-2; -1]$.

(3) أدرس حسب قيم x إشارة $g(x)$.

ثانيا : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أدرس تغيرات الدالة f .

(2) بين أن $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ واعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(3) بين أنه توجد 4 أعداد حقيقية a, b, c, d بحيث :

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + 1}$$

(4) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

(5) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

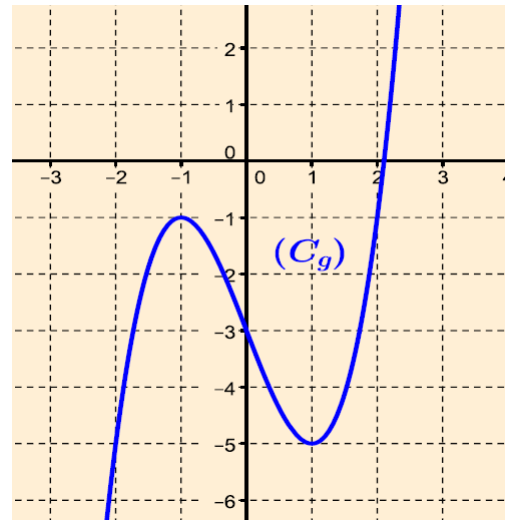
(6) عين فاصلتي النقطتين A و B من المنحنى بحيث يكون فيهما المماس موازيا ل (Δ) .

(7) أنشئ (Δ) و (C_f) .

تمرين رقم -60- Meziane Maths

(I) المنحنى (C_g) أدناه هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x) = ax^3 + bx + c$$



- (1) أنجز جدول تغيرات الدالة g .
- (2) إستعمل الشكل لتجد الأعداد الحقيقية a, b, c .
- (3) بين أن المعادلة $x^3 - 3x - 3 = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $\left]2, \frac{11}{5}\right[$.
- (4) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$:

$$f'(x) = \frac{2x \cdot g(x)}{(x^2 - 1)^2}$$

(2) عين دون حساب قيمة $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا.

(3) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف و فسر النتيجة بيانيا.

(4) أنجز جدول تغيرات الدالة f .

(5) بين أن : $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ و أعط حصر ل $f(\alpha)$.

(6) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(7) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(8) أنشئ المستقيمت المقاربة و المنحنى (C_f) .

تمرين رقم -61- Meziane Maths

(I) دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $g(x) = ax + \frac{b}{(x+1)^3}$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث المنحنى (C_g) يشمل النقطة $A(0; 1)$ و يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = 3x$.

(2) نضع : $a = 3$ و $b = 1$.

(أ) أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها و إستنتج معادلة المستقيم المقارب العمودي.

(ب) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$:

$$g'(x) = \frac{3(x^2 + 2x)(x^2 + 2x + 2)}{(x+1)^4}$$

(ج) أدرس إشارة $g'(x)$ و أنجز جدول تغيرات الدالة g .

(د) إستنتج إشارة $g(x)$.

(3) بين أن نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر للمنحنى (C_g) .

(II) دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2(x+1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$: $f'(x) = g(x)$.

(2) إستنتج جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0; 1]$ و حلا وحيدا آخر β حيث : $-\frac{3}{2} < \beta < -1$.

(4) أحسب $f(2)$ و $f(-2)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) .

تمرين رقم -62- Meziane Maths

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = ax + b + \frac{1}{2x}$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.1 < \alpha < 0.2$
ثم جد حصرا للعدد α سعته 10^{-1} .

(3) إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ كما يلي :

$f(x) = \frac{-x^3 + 4x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أ) عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث يكون من أجل كل $x \neq 2$
: $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-2)^2}$

(ب) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلته.

(ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(3) أ) بين أنه من أجل كل $x \neq 2$ فإن : $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x-2)^3}$

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها، ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) بين أن : $f(\alpha) = -2 + \frac{9}{(\alpha-2)}$ ، ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(5) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3.

(6) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 0.7$).

(7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = -m$.

(8) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = f(-|x|)$ و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند 0.

(ب) بين أن الدالة h زوجية ثم إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_h) إعتقادا على المنحنى (C_f) ثم أنشئه.

————— تمرين رقم -65- ————— Meziane Maths —————

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x-1)^2}$

متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم

(1) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

(ب) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

(2) أ) عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{(x-1)^2}$

(ب) ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) و المستقيم (d) الذي معادلته $y = x - 2$ ؟ برر.

(ج) حدد وضعية (C_f) بالنسبة ل (d) ، لتكن A نقطة تقاطع (C_f) و (d) .

(3) ارسم (C_f) و (d) . (تؤخذ الوحدة $2cm$ على (ox) و $1cm$ على (oy)).

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-\infty, 1[$

إستنتج قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد α .

إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين العدد a و b علما أن : $f(-1) = -2$ و $f'(-1) = 0$.

(II) في كل ما يلي نعتبر : $a = \frac{1}{2}$ و $b = -1$.

(1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

(2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 1$ مقارب مائل للمنحنى

(C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(3) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x :

$f(-x) + f(x) = -2$ ، ماذا تستنتج ؟

(5) هل يقطع (C_f) حامل محور الفواصل ؟ برر.

(6) أنشئ كل من (Δ) و (C_f) .

(III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $h(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{2x - 2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

(1) تحقق أنه من أجل كل $x \neq 1$: $h(x) = f(x-1) + \frac{1}{2}$.

(2) إستنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ المنحنى (C_h) .

————— تمرين رقم -63- ————— Meziane Maths —————

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1-3x}{1+x^3}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

(ب) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتين لها.

(2) أ) بين أن من أجل كل $x \neq 1$ فإن :

$$f'(x) = \frac{3(x-1)(2x^2+x+1)}{(1+x^3)^2}$$

(ب) إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شغل جدول تغيراتها.

(ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(3) أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T) .

(4) أحسب $f(-2)$ ثم أنشئ كلا من (T) و (C_f) .

(5) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = \frac{3|x| - 1}{1 + |x|^3}$ و (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بين أن الدالة h زوجية.

(ب) إشرح كيفية إنشاء المنحنى (C_h) إعتقادا على المنحنى (C_f) ثم أنشئه.

(ج) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند 0.

(د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $h(x) = m$.

————— تمرين رقم -64- ————— Meziane Maths —————

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 2$$

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(5) عين معادلة المماس للمنحنى (C_f) الذي معامل توجيهه 1.
(6) ناقش بياناً عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$ حيث m وسيط حقيقي.

(7) أ) نريد إيجاد نتيجة السؤال (5) باستعمال الحساب بين أن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم الذي معادلته $y = x + m$ هي حلول المعادلة (E) التالية: $(m+2)x^2 - (2m+7)x + m+4 = 0$
(ب) جد حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E) .

تمرين رقم -66- Meziane Maths

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ كما يلي :
 $f(x) = \frac{-x^3 - 2x^2 + 7x + 12}{(x+2)^2}$ وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(1) أ) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
(ب) فسر هندسياً النهاية عند -2 .
(2) أ) عين الأعداد الحقيقية a, b, c, d بحيث من أجل كل x يختلف عن -2 تكون : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2} + \frac{d}{(x+2)^2}$
(ب) إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى (C_f) بجوار $\pm\infty$.
(ج) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
(3) أ) بين أنه من أجل كل $x \neq 2$ تكون :
 $f'(x) = \frac{(-x-1)(x^2+5x+10)}{(x+2)^3}$

(ب) إستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
(4) أ) أحسب $f(-3)$ ثم حدد نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
(ب) حدد أيضاً نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الترتيب.
(5) أنشئ المنحنى (C_f) .
(6) m عدد حقيقي , عين قيم m حتى يكون للمعادلة : $f(x) = m$ ثلاث حلول سالبة.
(7) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = f(|x|)$

أ) بين أن الدالة g زوجية .
(ب) إشرح كيف يتم إنشاء المنحنى (C_g) إنطلاقاً من المنحنى (C_f) .
(ج) أنشئ المنحنى (C_g) في نفس المعلم السابق.

تمرين رقم -67- Meziane Maths

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ و (C_g) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g .
(2) برهن أن (C_g) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها ثم برهن أن هذه النقطة هي مركز تناظر للمنحنى (C_g) .
(3) α و β عدنان حقيقيان .
برهن أنه إذا كان $\beta > \alpha$ فإن $g(\beta) > g(\alpha)$ ثم إستنتج مقارنة العددين $g(2021)$ و $g(2022)$ دون حساب قيمتها .
(4) أعط إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم إستنتج وضعية (C_g) بالنسبة لمحور الفواصل .
(5) أرسم المنحنى (C_g) .

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(x-1)^2}$
منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين العددين الحقيقيين a و b حيث : $f(x) = ax + \frac{bx}{(x-1)^2}$
(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, ثم فسر النتيجة هندسياً .
(3) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$, ثم فسر النتيجة هندسياً .
(4) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$
(5) إستنتج اتجاه تغير الدالة f على مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.
(6) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
(7) بين أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) في نقطة وحيدة A يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لـ (T) .
(8) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.
(9) أعط إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R} - \{1\}$ ثم إستنتج وضعية (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل .
(10) أرسم (Δ) , (T) ثم (C_f) في معلم جديد يختلف عن (C_g) .
(11) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلات التالية :

$$f(x) = m \quad ; \quad f(x) = |m| - 1 \quad ; \quad f(x) = f(m) \quad ; \quad -\frac{x}{(x-1)^2} = m$$

$$f(x) = x + m^2 - 4 \quad ; \quad x^3 - 2x^2 = mx(x-1)^2$$

نعتبر الدوال العددية التالية : h_1, h_2, h_3 حيث :

$$h_1(x) = f(|x|) \quad , \quad D_{h_1} = \mathbb{R} - \{-1; 1\} \quad , \quad h_2(x) = |f(x)| \quad , \quad D_{h_2} = D_f$$

$$h_3(x) = f(x-1) + 2 \quad , \quad D_{h_3} = \mathbb{R} - \{2\}$$

(1) بين أن h_1 دالة زوجية .
(2) إشرح كيف يتم رسم المنحنيات (C_{h_1}) , (C_{h_2}) , (C_{h_3}) إنطلاقاً من منحنى (C_f) ثم أنشئها .
نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ : $k(x) = f(x^2)$
(1) أدرس اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

تمرين رقم -68- Meziane Maths

الجزء الأول : لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بجدول تغيراتها كالتالي :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$		-5	$+\infty$	$+\infty$

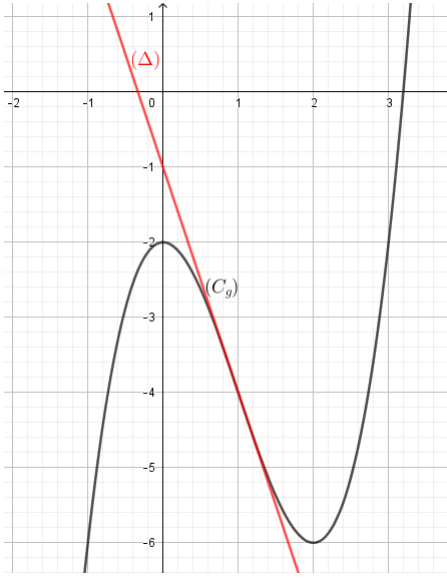
(I) تكتب $f(x)$ على الشكل $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$ حيث : a, b, c أعداد حقيقية
(1) أحسب الدالة المشتقة f' بدلالة a و c
(2) بالإستعانة بجدول تغيرات الدالة f عين الأعداد الحقيقية a, b, c و
(3) عين $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

10) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x = (m-1)\sqrt{x^2+1}$

تمارين رقم -70- : Meziane Maths

البيان g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = x^3 - 3x^2 - 2$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.
المستقيم (D) هو مماس للمنحنى (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1.
بقراءة بيانية :

- 1) أحسب كل من : $g'(0)$, $g'(2)$, $g'(1)$ و $g''(1)$.
- 2) شكل جدول تغيرات الدالة g .
- 3) حدد إشارة $g(3)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$ ثم إستنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left[\frac{7}{2}; 3\right]$ بحيث $g(\alpha) = 0$ ثم تحقق أن : $3.1 < \alpha < 3.2$.
- 4) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.



البيان f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ ب : $f(x) = \frac{x^3+1}{(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً .
- 2) بين أنه من أجل كل $x \neq 1$: $f'(x) = \frac{(x-1) \times g(x)}{(x-1)^4}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
- 3) أحسب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - x)$ ثم إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيين معادله له .
- 4) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
- 5) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} \right)$ ثم فسر النتيجة هندسياً .
- 6) بين أن : $f(\alpha) = 3 + \frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$ ثم أعط حصر ل $f(\alpha)$ تدور النتائج إلى 10^{-2} .
- 7) أكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $-\frac{1}{3}$.
- 8) جد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات .
- 9) أنشئ (Δ) , (C_f) .
- 10) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

4) استنتج معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.

5) أجب بصح أو خطأ مع التبرير :

أ) $f\left(\frac{1}{3}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$

ب) - المعادلة $f(x) = 0$ تقبلاً حلاً وحيداً α في المجال $\left[\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$

ج) - المعادلة $f(x) = 0$ تقبلاً حلاً وحيداً β في المجال $[2.5; 2.7]$

د) $f'(3) > 0$

6) استنتج إشارة الدالة f .

الجزء الثاني : نأخذ في ما يلي $a = 1; b = -3; c = 1$ وليكن

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) بين أن (C_f) يقبل المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 3$ مقارباً مائلاً بجوار $+\infty$ و $-\infty$

2) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) بين أن $f(-x) + f(x) = -6$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً .

4) أنشئ (C_f) والمستقيمات المقاربة .

5) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m إشارة و عدد حلول

المعادلة : $f(x) = m$.

الجزء الثالث : g دالة ذات المتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$

ب : $g(x) = [f(x)]^2$

1) أوجد نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .

2) أحسب $g(1)$, $g(-1)$, $g(\alpha)$ و $g(\beta)$

3) بإستعمال مشتق مركب دالتين أحسب $g'(x)$

4) استنتج جدول تغيرات الدالة g (دون دراسة تغيراتها) .

تمارين رقم -69- : Meziane Maths

البيان f الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بالعلاقة المئوية : $f(x) = 1 - x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) أحسب كل من النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 2) من أجل كل عدد حقيقي x ، احسب $f'(x)$ ، ثم استنتج القيمة العددية ل $f'(0)$.
- 3) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا العلاقة التالية : $1 - (x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} \leq 0$. ثم استنتج أن النقطة $\omega(0, 1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .
- 4) إستنتج اتجاه تغير الدالة f مشكلاً جدول تغيراتها .
- 5) أثبت أن النقطة $\omega(0; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
- 6) أثبت أن المستقيمين (Δ_0) و (Δ_1) المعرفين كما يلي : $y = 0$: (Δ_0) و $y = -x + 2$: (Δ_1) مقاربين مائلين للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$ بهذا الترتيب .
- 7) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α ، حيث α ينتمي إلى المجال $[1, 8]$.
- 8) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ω ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (T) .
- 9) أرسم في نفس المعلم (Δ_0) ، (Δ_1) ، (T) و (C_f) .

- 0
 (5) بين أن المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1 < \alpha < 2$.
 (6) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 2]$ ماذا تستنتج ؟
 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$ ماذا تستنتج ؟
 (7) أنشئ (C_f) .
 (8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة
 ذات المجهول x : $(-x + 1)\sqrt{x^2 + 1} = m\sqrt{x^2 + 1} - x$.

بالتوفيق والنجاح إن شاء الله في بكالوريا 2022

• h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $h(x) = \frac{|x^3 + 1|}{(x - 1)^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني .

- (1) أكتب $h(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .
 (2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة -1 ثم فسر النتيجة هندسيا .
 (3) إستنتج رسم المنحنى (C_h) إنطلاقا من (C_f) .

تمرين رقم -71- : Meziane Maths @ f

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - (x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}$.

- (1) أدرس نهايات الدالة g .
 (2) أدرس إتجاه تغير الدالة g , شكل جدول التغيرات .
 (3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $g(x) = 0$.
 (4) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1 - (x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} \leq 0$.
 (II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = -x + 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

و (C_f) تمثيلها البياني المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$$

(2) أحسب النهايات ، ادرس اتجاه التغير و شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + f(-x) = 2$ ماذا تستنتج ؟

(4) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة