

تمارين مقترحة في الحساب الشعاعي و معادلة المستقيم

أولى جدع مشترك علوم و تكنولوجيا

اعداد الأستاذ: شعبان أسامة

تمرين 1 :

C, B, A ثلاثة نقط ليست في استقامة واحدة. نضع $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ و $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ أنشئ النقط المعرفة بالعلاقة الشعاعية

$$\overrightarrow{AE} = \vec{u} + \vec{v}$$

$$\overrightarrow{AF} = \vec{u} - \vec{v}$$

$$\overrightarrow{AH} = -\vec{u} + \vec{v}$$

$$\overrightarrow{AG} = -\vec{u} - \vec{v}$$

التالية:

تمرين 2 :

1. برهن أنه من أجل من النقط B, A, O لدينا: $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

2. C, B, A ثلاثة نقط. I منتصف $[BC]$.

برهن أن: $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

تمرين 3 :

$ABCD$ معين. لتكن النقط N, M, O, P منتصفات الأضلاع:

$[AB], [BC], [CD], [DA]$ على الترتيب.

- أثبت أن: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

تمرين 3 :

ليكن ABC مثلث .

أ- أنشئ النقطة M المعرفة بالعلاقة: $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

ب- برهن أن $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

ج- لتكن N نقطة من المستوي حيث $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$

د- برهن أن $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ ثم أنشئ النقطة N

هـ- اثبت أن النقط $A; M; N$ في استقامة .

تمرين 4 :

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

نعتبر النقط $A(-5, \frac{1}{2}), B(\alpha, \frac{3}{2}), C(3, 2)$ حيث α عدد حقيقي

1. عين قيمة α حتى تكون النقطة B منتصف $[AC]$.

2. عين α حتى يكون الشعاع $\overrightarrow{AB}$ موازيا للشعاع $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

3. عين احداثيتي النقطة D بحيث: $2\overrightarrow{DA} + 3\overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

تمرين 5 :

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقط $A(2, -3), B(-1, \frac{3}{2}), C(m, 2)$

- 1- أكتب معادلة المستقيم (AC) .
- 2- عين قيم m بحيث : $B \in (AC)$.
- 3- عين قيم m بحيث يكون (AC) مستقيم موازي لحامل محور الترتيب.
- 4- عين قيم m بحيث يكون معامل توجيه المستقيم (AC) يساوي 1.
- 5- عين معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل I منتصف $[AB]$ و يوازي الشعاع $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

تمرين 6 :

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقط A و B و C حيث :

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{AB} = -4\vec{i} - 2\vec{j}$$

- 1- بين أن $B(-2, -1)$ و $C(-2, 5)$.
- 2- برهن أن النقط O, A, B على استقامة.
- 3- عين احداثي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع ثم عين احداثي مركزه I .
- 4- ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطتين A و C
أ- عين معامل توجيه المستقيم (Δ) ثم أكتب معادلته.
ب- عين احداثي M نقطة تقاطع (Δ) مع حامل محور الفواصل.

تمرين 7 :

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقط $\vec{OB} = 2\vec{i} + 6\vec{j}$ ، $\vec{OA} = -\vec{i} - \vec{j}$ و $\vec{AC} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- (1)- عين احداثيا النقطتين B و C ثم علم النقط في المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (2)- أ- أحسب الأطوال AB, AC, BC .
ب- استنتج نوع المثلث ABC .
- (3)- أحسب احداثيا النقطة N منتصف $[BC]$.
- (4)- عين النقطة M المعرفة بالشكل : $\vec{OM} = \vec{AC} + 2\vec{NB} + \vec{OC}$

تمرين 8 :

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1)- تحقق أن (S) تقبل حلا وحيدا في مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.

$$(S) \begin{cases} x - y = -3 \\ -3x + y = 1 \end{cases} \quad (2)- \text{ حل في مجموعة الاعداد الحقيقية } \mathbb{R} \text{ جملة المعادلتين التالية :}$$

- (3)- أكتب معادلة المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) حيث:

*المستقيم (Δ_1) يشمل النقطتين $B(2, 5), A(-2, 1)$

*المستقيم (Δ_2) يشمل النقطة $C(-\frac{1}{3}; 0)$ و يوازي الشعاع $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

- (4)- أرسم بعناية المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) في المعلم مع تعيين نقطة التقاطع.

تمرين 9 :

المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقط $A(2,3)$ ، $B(\alpha, -1)$ ، $C(3,2)$ حيث α عدد حقيقي .

- 1- عين α حتى تكون النقط O, A, B في استقامة.
- 2- نعتبر الآن أن $\alpha = 2$:
- عين احداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.
- 3- نعتبر النقطة $E(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ من هذا المستوي .
- بين أن النقطة E مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.
- 4- أ- أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و يوازي المستقيم (BC) .
ب- عين احداثيتي M نقطة تقاطع (Δ) مع حامل محور الفواصل.
ج- ليكن (Δ') مستقيم معادلته : $y = x + 1$ ، أوجد نقطة تقاطع (Δ) و (Δ') .

تمرين 10 :

- المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- نعتبر مجموعة النقط (D_m) المعرفة بالمعادلة : $m(m+2)x + (m^2 - 4)y - m + 10 = 0$ حيث m عدد حقيقي.
1. أوجد E مجموعة قيم m التي من أجلها تكون المجموعة (D_m) مستقيما.
 2. أكتب معادلة المستقيم (D_m) الذي يوازي $y = x$: (Δ) .
 3. عين المستقيمات (D_m) التي تقطع المحور $(x'x)$ في النقطة ذات الفاصلة 3

تمرين 11 :

- المستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- نعتبر النقط التالية : $C(1; -4), B(3; -1), A(2; 1)$.
1. أ- عين احداثيا الشعاعين $\vec{AC}, \vec{AB}$.
ب- هل النقط C, B, A في استقامة ؟
 2. عين احداثيا منتصف $[AC]$.
 3. أ- عين معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل C و $\vec{AB}$ شعاع توجيهه.
ب- هل النقطة $D(0; 1)$ تنتمي الى المستقيم (Δ) ؟
 4. عين معادلة المستقيم (Δ_1) الذي يشمل A و يوازي محور الترتيب.
 5. عين معادلة المستقيم (Δ_2) الذي يشمل A و يوازي محور الفواصل.
 6. عين معامل توجيه المستقيم الذي معادلته : $5x - 3y - 2 = 0$.
 7. نعتبر النقطة $E(2x; x)$ حيث x عدد حقيقي. عين قيمة التي من أجلها:
أ- تكون النقط E, B, A على استقامة واحدة.
ب- يكون المثلث EBA متساوي الساقين $[EA]$ و $[EB]$.
 8. عين احداثيتي النقطة M بحيث : $\vec{AM} = 3\vec{MB}$
 9. عين احداثيتي النقطة F بحيث يكون الرباعي $ABCF$ متوازي أضلاع.
 10. هل المثلث ABC قائم؟ علل.

تمرين 12 :

1. حل جملة المعادلتين (S) حيث : $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 21 \end{cases} (S)$
2. استنتج حلول الجملة (S') حيث : $\begin{cases} 2z^2 - t^2 = -1 \\ 3z^2 + t^2 = 21 \end{cases} (S')$ (ارشاد يمكن وضع : $z^2 = x$ و $t^2 = y$)