

تمارين المتتاليات العددية في البكالوريا

شعبة : تسيير و إقتصاد

التعريف [1] [باك 2008] [م1] [ن4]

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $u_0 = \alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$) ، ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9}$.

(1) برهن بالتراجع أنه في حالة $\alpha = -\frac{8}{3}$ تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

(2) في كل مايلي : $\alpha = 2$ ، ونعرف المتتالية العددية (v_n) كما يلي : $v_n = u_n + \frac{8}{3}$

أـ أحسب u_1 و u_2 .

بـ أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 .

جـ أكتب عبارة u_n بدلالة n . وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التعريف [2] [باك 2008] [م2] [ن5]

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$.

(1) أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

(2) أـ أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -2$.

بـ جد اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = u_n + 2$.

أـ بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية .

بـ عبّر بدلالة n عن الحد العام v_n ثم u_n .

جـ ـ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

دـ أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

التعريف [3] [باك 2009] [م1] [ن4]

(1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n يكون $3u_{n+1} = u_n + 4$.

أـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون $u_n \leq 2$.

بـ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة .

جـ ـ إستنتج مع التبرير أن المتتالية (u_n) متقاربة .

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 2$.

أـ بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول وأساسها .

بـ أكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n .

جـ ـ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

دـ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n - 2$.

(1) أحسب u_1 و u_2 .

(2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n = u_n - 1$.

أ- أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 .

ب- أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = (-4) \times 3^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(4) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون : $u_0 + u_1 + \dots + u_n = n - 79$.

(1) n عدد طبيعي ، أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = 1 + e + e^2 + e^3 + \dots + e^n$

(S_n مجموع حدود متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول 1 ، و e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري).

(2) لتكن المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = 2n + 4 + e^n$.

بين أن: $w_n = u_n + v_n$ ، حيث (u_n) متتالية حسابية و (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول والأساس لكل منهما.

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$.

(4) استنتج المجموع S'_n بدلالة n حيث : $S'_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$.

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$.

(1) أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n < 2$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 2$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

ج- ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

(4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$$

لتكن المتتالية العددية (u_n) حيث : $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{1}{5}$.

(1) أحسب u_1 و u_2 .

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \frac{1}{3}$.

(3) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

(4) لتكن المتتالية العددية (v_n) حيث من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - \frac{1}{3}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

ج- أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{9}$.

(1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية ، يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{1}{3} \right)^n + 2 \right]$.

ج- ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟

(3) أحسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

في بداية جانفي 2008 وضع شخص مبلغا من المال قدره 50000DA في صندوق التوفير والإحتياط .
يقدم الصندوق فائدة قدرها 5% سنويا .

يسحب هذا الشخص نهاية كل سنة مبلغا قدره 5000DA (بعد حساب الفوائد) .

يرمز u_n إلى المبلغ الذي يملكه هذا الشخص في حسابه بداية جانفي من السنة $2008 + n$.

(1) أ- أحسب كلا من u_0 ، u_1 و u_2 .

ب- هل المتتالية (u_n) هندسية ؟ هل هي حسابية ؟ برر إجابتك .

ج- بين لماذا من أجل كل عدد طبيعي n لدينا ، $u_{n+1} = 1,05u_n - 5000$.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 100000$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية ، حدد أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -50000 \times (1,05)^n + 100000$.

(3) أ- ماهو المبلغ الذي يكون في حساب هذا الشخص نهاية عام 2015 ؟

ب- ابتداء من أية سنة لا تسمح إدارة الصندوق لهذا الشخص بسحب المبلغ المعتاد على سحبه في نهاية كل سنة ؟

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \left(\frac{2a+1}{3}\right)u_n - \frac{2a+4}{3}$ ، حيث a وسيط حقيقي .

(1) عين قيمة a من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

(2) نفرض $a \neq \frac{5}{2}$. عين قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية ، ثم أحسب عندئذ u_n و مجموع n حدا الأولى من المتتالية (u_n) .

(3) عين قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية ، ثم عين في هذه الحالة كلا من u_{50} و مجموع 50 حدا الأولى منها .

(4) نفرض $a = 4$. برهن بالتراجع أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن : $u_n = 3^n + 2$ ، ثم بين أن :

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{1}{2}(3^{n+1} + 4n + 3)$$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 6$.

(1) أـ أحسب الحدود: u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .

بـ هل المتتالية (u_n) رتيبة على $\mathbb{N}$ ؟ برز إجابتك .

(2) أـ بين أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 4 = -\frac{1}{2}(u_n - 4)$.

بـ استنتج أن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 4$ هندسية ، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

جـ أكتب v_n ، ثم u_n بدلالة n .

دـ بين أن (u_n) متقاربة .

(3) باستعمال عبارة u_n ، تأكد ثانياً من نتيجة السؤال 1) بـ .

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1$.

(1) أـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n > -3$.

بـ بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً .

جـ استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

(2) لتكن (v_n) متتالية هندسية متقاربة أساسها q حيث : $v_0 = 6$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n) = 18$.

أـ بين أن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n) = \frac{v_0}{1-q}$.

بـ أحسب الأساس q ثم عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

جـ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = v_n - 3$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n .

بينت دراسة أن 5% من عمال إحدى القطاعات الصناعية يحالون على التقاعد سنويا وبالمقابل يوظف 3000 عامل سنويا .
علما أن سنة 2012 كان عدد العمال 50 000 .

نعتبر الألف هو الوحدة ونرمز بـ u_n لعدد العمال سنة $2012 + n$ أي $u_0 = 50$.

(1) أحسب u_1 و u_2 .

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 0,95u_n + 3$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية .

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = 60 - u_n$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدتها الأول .

ب- أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج- قدر عدد العمال سنة 2017 .

د- حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

هـ- أحسب نهاية المتتالية (u_n) . هل يمكن أن يصل عدد عمال المصنع إلى 60 000 عامل ؟

(v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة ومعروفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $v_0 = 18$ والعلاقة : $v_0 + v_1 + v_2 = 38$.

(1) بين أن أساس المتتالية (v_n) هو $q = \frac{2}{3}$.

(2) أ- أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (v_n) .

ج- أحسب نهاية (v_n) .

(3) نضع : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$.

أ- أحسب S_n بدلالة n ، ثم استنتج نهاية S_n عندما n يؤول إلى $+\infty$.

ب- جد العدد الطبيعي n بحيث $S_n = \frac{3510}{81}$.

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 5$ و $u_{n+1} = \frac{4}{7}u_n + \frac{3}{7}$.

(1) أحسب u_1 و u_2 .

(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 1$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

ج- ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية (u_n) ؟

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - 1$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية معيننا أساسها وحدتها الأول .

ب- أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 1 + 4\left(\frac{4}{7}\right)^n$.

ج- أحسب نهاية (u_n) .

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

- (1) أـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 3$.
بـ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً ، ثم استنتج أنها متقاربة .
- (2) (v_n) المتتالية المعرفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = 3 - u_n$.
أـ بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ، ثم عيّن حدّها الأول .
بـ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
بين أن : من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 3(n-1) + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n - 2$.

- (1) أحسب u_1, u_2, u_3 ، ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- (2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_{n+1} - u_n$.
أـ بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حدّها الأول .
بـ عيّن v_n بدلالة n ، ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة .
- (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$.
أـ أحسب S_n بدلالة n .
بـ بين أن : من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = S_n + u_0$ واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = -2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$.

- (1) أـ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n < 2$.
بـ عيّن اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .
- (2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = 2u_n - 4$.
أـ بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول .
بـ أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .
- (3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

نعتبر المتتالية الهندسية (v_n) ذات الأساس e^2 والحد الأول $v_0 = 1$ حيث $v_0 = 1$. (e يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري)

- (1) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
- (2) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (w_n) المعرفتين كما يلي :
من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = 2n + 4 + e^{2n}$ و $u_n = w_n - v_n$.
بين (u_n) متتالية حسابية ، يطلب تعيين أساسها r وحدّها الأول u_0 .
- (3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n+1)(n+4)$.
- (4) استنتج المجموع T_n بدلالة n حيث : $T_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$.

(I) لتكن المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) المعرفتان كما يلي :

$$u_0 = 50 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = 0,7u_n + 6 \text{ و } v_n = u_n - 20$$

(1) برهن أن (v_n) هندسية أساسها 0,7 يطلب تعيين حدها الأول v_0 ، وكتابة عبارة v_n بدلالة n .

(2) أكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n .

بـ عيّن اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(II) تملك جريدة يومية 5000 مشترك سنة 2016. بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين وتكتسب 600 مشترك جديد.

نعتبر المئة هي الوحدة ، ونرمز بـ u_n لعدد المشتركين سنة $2016 + n$ أي $u_0 = 50$

(1) ما هو عدد المشتركين في سنة 2017 ؟ ثم في سنة 2018 ؟

(2) أـ برز العبارة : $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$.

بـ ابتداء من أي سنة يصبح عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك ؟

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $2u_{n+1} = u_n + 6$.

(1) أـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 6$.

بـ أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 6$.

أـ بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

بـ أكتب v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) أحسب بدلالة n ما يلي : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$.

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ : $u_0 = -4$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$.

(1) أـ أحسب كلا من u_1 و u_2 .

بـ برهن بالتراجع أنه : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 8$.

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = u_n - \alpha$

أـ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{4}\alpha + 2$

بـ عيّن قيمة α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

جـ نضع $\alpha = 8$ ، عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -12 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$.

(4) أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

$$(u_n) \text{ المتتالية الحسابية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } \begin{cases} u_2 + 2u_5 = 27 \\ u_1 = \frac{9}{2} \end{cases}$$

- (1) أحسب حدّها الأول u_0 وأساسها r .
- (2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
- (3) بين أن العدد 2019 حد من حدود المتتالية (u_n) ، ثم أحسب كلا من المجموعين S_1 و S_2 حيث :

$$S_2 = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{1344} \quad \text{و} \quad S_1 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{1344}$$
- استنتج حساب المجموع S_3 حيث : $S_3 = u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{1343}$
- (4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = e^{6-2u_n}$
أحسب المجموع $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \dots + \frac{1}{v_n}$.

- يتقاضى موظف خلال 2019 راتبا شهريا ثابتا يقدر بـ 70 000 DA ، في شهر جانفي استهلك منه 80% و ابتداء من شهر فيفري قرر تخفيض مبلغ الإستهلاك شهريا بنسبة 5% من المبلغ المستهلك في الشهر الذي قبله .
- (1) أ- ما هو المبلغ المستهلك في شهر جانفي ؟
ب- حدد المبلغ المستهلك في شهر فيفري .
 - (2) نضع u_1 المبلغ المستهلك في شهر جانفي و u_n المبلغ المستهلك في الشهر n حيث عدد طبيعي غير معدوم n .
عبر عن u_{n+1} بدلالة u_n ، واستنتج أن (u_n) متتالية هندسية أساسها 0.95 .
 - (3) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 - (4) أ- أحسب المبلغ المستهلك خلال سنة 2019 .
ب- أوجد المبلغ المدخر خلال هذه السنة .

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{3}{2}$.
- (1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$.
ب- أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة .
 - (2) نضع : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - \frac{9}{2}$.
أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.
ب- عبر عن v_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 - (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
أحسب S_n بدلالة n .

$$\begin{cases} \ln v_5 + \ln v_3 = 8 \ln 2 \\ \ln v_5 - \ln v_3 = 2 \ln 2 \end{cases} \cdot \begin{cases} \text{المتتالية الهندسية } (v_n) \text{ حدها الأول } v_0 \text{ وأساسها } q \text{ موجبان تماما و} \\ \text{بين أن } v_3 = 8 \text{ و } v_5 = 32 \end{cases}$$

(1) بين أن $v_3 = 8$ و $v_5 = 32$.

(2) أـبين أن : $q = 2$ و $v_0 = 1$.

بـ. أكتب v_n بدلالة n .

جـ. هل العدد 1024 حد من حدود المتتالية (v_n) ؟

(3) المتتالية (w_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = 2n - 3 + 2^n$.

أـتحقق : $w_n = u_n + v_n$.

بـ. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = w_0 + w_2 + \dots + w_n$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = (n+1)(n-3) + 2^{n+1} - 1$.

$$u_{n+1} = \frac{5}{7}u_n + \frac{6}{7}, \text{ و } u_0 = 5 \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n$$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 3$.

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة .

(3) المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - 3$.

أـبين أن المتتالية (v_n) هندسية يـطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

بـ. أكتب عبارة v_n بدلالة n .

جـ. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 2\left(\frac{5}{7}\right)^n + 3$ وأحسب نهاية المتتالية (u_n) .

(4) عيـن أصغر قيمة للعدد الطبيعي n التي يكون من أجلها : $u_n < \frac{7}{2}$.

$$u_{n+1} = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1 \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ بـ : } u_n$$

(1) أـ. أحسب الحدود u_0 ، u_1 و u_2 .

بـ. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

جـ. استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = u_n - 1$.

أـ. أحسب v_0 ، ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n .

بـ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

أـ. أحسب بدلالة n عبارة S_n .

بـ. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S'_n = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$.

المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول u_0 حيث : $u_0 = 5$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$.

(1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

ج- استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = u_n - 3$.

أ- أحسب v_0 ، ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n .

ب- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

أ- أحسب بدلالة n عبارة S_n .

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S'_n = 3n + 6 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

كتابة : خالد بخاخشة

نشر يوم 2021/11/11

لا تنسونا بصلح دعائكم