

التمرين 01:

1. $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية متناقصة حدها الأول u_0 و أساسها r .

أ- عين u_2 و r علما أن

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \end{cases}$$

ب- استنتج u_n بدلالة n ثم احسب المجموع :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

2. نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي :

$$v_n = e^{14-3n}$$

أ- بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها

ب- احسب المجموع

$$T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

و الجداء $P_n = v_0 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot \dots \cdot v_n$

ج - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$

التمرين 02:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي :

$$u_0 = \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2$$

1. أ- ارسم في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ و المنحني (d) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب :

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 2$$

ب- باستعمال الرسم السابق مثل على حامل

محور الفواصل الحدود : u_0, u_1, u_2, u_3 و u_4

ج- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

2. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد

$$u_n \leq 6 \quad \text{طبيعي } n :$$

ب- تحقق أن (u_n) متزايدة

ج- هل (u_n) متقاربة ؟ برر إجابتك.

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_n = u_n - 6$$

أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

التمرين 03:

(u_n) متتالية عددية معرفة ب

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n} \end{cases}$$

1. احسب الحدود : u_1, u_2, u_3 و ضع

تخمينا حول اتجاه التغير (u_n)

2. أثبت أنه لكل عدد طبيعي n فإن : $u_n < 1$

3. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . بين أن

(u_n) متقاربة و احسب نهايتها .

4. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة ب :

$$v_n = \frac{1}{1-u_n}$$

أ- احسب الحدود : v_0, v_1, v_2

التمرين 05:

1. $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدودها موجبة حيث :

$$\ln u_1 + \ln u_5 = -12$$

$$\ln u_2 - \ln u_4 = 4$$

- عين أساس هذه المتتالية الهندسية وحدها u_0 احسب u_n بدلالة n

- احسب المجموع

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n \text{ ثم}$$

2. $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي

$$v_n = \ln u_n + \ln u_{n+1}$$

- بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها .

- نسمي T_n المجموع :

$$T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n \text{ عين العدد}$$

$$T_n^2 = 2^{30} \text{ الطبيعي } n \text{ حتى يكون :}$$

التمرين 06:

(I) المتتالية (v_n) معرفة على N ب :

$$v_n = \frac{5^{n+1}}{6^n}$$

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

2. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

(II) المتتالية (u_n) المعرفة ب $u_0 = 1$ و من أجل كل

$$u_{n+1} = \sqrt{5u_n + 6} \text{ عند طبيعي } n :$$

1. برهن بالتراجع من أجل كل عدد

$$1 \leq u_n \leq 6 \text{ طبيعي } n :$$

ب- برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها .

ج- احسب v_n ثم u_n بدلالة n ، استنتج من جديد نهاية المتتالية (u_n)

5. احسب المجموع

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

$$\pi_n = u_0 \cdot u_1 \cdot \dots \cdot u_n \text{ و الجداء :}$$

التمرين 04:

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + 1}{u_n + 4} \end{cases} \text{ كما يلي : } n \in \mathbb{N}$$

1. أ- احسب u_1 و u_2

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$u_n > 1$$

ج- ادرس رتبة المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

ثم استنتج أنها متقاربة

2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة لكل

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1} \text{ عند طبيعي } n \text{ ب:}$$

أبرهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب- احسب v_n بدلالة n

$$u_n = \frac{5^{n+1} + 3^{n+1}}{5^{n+1} - 3^{n+1}} \text{ ج - استنتج أن :}$$

ثم احسب $\lim u_n$

1. احسب بدلالة n كلا من

$$S_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$$

$$P_n = v_0 \cdot v_1 \cdot v_2 \cdot \dots \cdot v_n \text{ والجداء :}$$

2. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3. ا. برهن من أجل كل عدد طبيعي n :

$$6 - u_{n+1} \leq \frac{5}{6}(6 - u_n)$$

ب. بين انه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 \leq 6 - u_n \leq v_n$$

استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين 07:

1. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال

$$I = [1, 2]$$

$$f(x) = \frac{x+2}{-x+4}$$

أبين أن الدالة f متزايدة تماما على I

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .

2. (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على N

$$u_{n+1} = f(u_n) \text{ و } u_0 = \frac{3}{2}$$

ا- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد

طبيعي n ، u_n ينتمي إلى I

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة

3. ا- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد

$$u_n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1} \text{ : } n \text{ طبيعي}$$

ب- عين النهاية : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين 08:

لتكن المتتالية (u_n) و المتتالية (v_n) المعرفتين كما يلي :

$$u_0 = 12 \text{ ، } v_0 = 1 \text{ و من أجل كل عدد}$$

$$u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \text{ : } n \text{ طبيعي}$$

$$v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4}$$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n :

$$t_n = 3u_n + 8v_n \text{ و } w_n = u_n - v_n$$

1. أثبت أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2. أحسب w_n بدلالة n ما هي نهاية (w_n) ؟

3. أثبت أن المتتالية (t_n) متتالية ثابتة . ما هي نهاية (t_n) ؟

4. أثبت أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان .

5. استنتج نهاية u_n و نهاية v_n

التمرين 09:

I نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على

$$u_n = e^{\frac{1}{2} - n} \text{ : } n \text{ بحدها العام}$$

1. بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ وماذا تستنتج ؟

3. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

(II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n)$.

1. عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج

نوع المتتالية (v_n) .

2. أ- احسب بدلالة n العدد p_n حيث :

$$p_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n)$$

ب- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n

$$\text{بحيث : } p_n + 4n > 0$$

التمرين 10:

(u_n) متتالية معرفة على N بـ

$$u_{n+1} = e\sqrt{u_n} \text{ و } u_0 = e^3$$

(v_n) متتالية معرفة على N بـ

$$v_n = \ln(u_n) - 2$$

1. بين أن المتتالية (v_n) هندسية ، عين أساسها و حدها الأول .

2. استنتج v_n ثم $\ln(u_n)$ بدلالة n .

3. أ- ما هي نهاية المتتالية (v_n)

ب- استنتج أن المتتالية (u_n)

متقاربة نحو e^2

التمرين 11:

(I) لتكن (v_n) متتالية معرفة كما يلي

$$\begin{cases} v_0 = \alpha \\ v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n + \frac{9}{4} \end{cases}$$

- عين α حتى تكون (v_n) ثابتة

(//) نضع $\alpha = 4$

1. احسب v_1 ، v_2 و v_3

2. نعرف (u_n) كمايلي : $u_n = v_n - 3$

أ- أثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب- اكتب u_n و v_n بدلالة n

ج- احسب المجموع

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n \text{ بدلالة } n$$

د- احسب المجموع

$$S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n \text{ بدلالة } n$$

هـ- احسب المجموع

$$Q_n = u_0 + 4u_1 + 4^2u_2 + 4^3u_3 + \dots + 4^nu_n$$

بدلالة n

و- احسب الجداء

$$P_n = u_0 \cdot u_1 \cdot u_2 \dots \cdot u_n \text{ بدلالة } n$$

التمرين 12:

لتكن (u_n) متتالية معرفة كما يلي :

$$u_0 = 1 \text{ و } u_1 = 2$$

$$u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$$

1. لتكن (v_n) المتتالية المعرفة كمايلي :

$$v_n = u_{n+1} - u_n$$

برهن أن (v_n) متتالية هندسية عين أساسها

و حدها الأول

2. استنتج v_n بدلالة n

3. برهن أنه من أجل كل n

$$u_n = u_0 + (v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1})$$

4. استنتج u_n بدلالة n

$$2r^2 + 19r = 210$$

$$2r^2 = 18$$

$$r^2 = 9$$

مرفوض $r = 3$
مقبول $r = -3$
لأنها متناقص

لدينا :

$$u_0 = u_2 + (0-2)r$$

$$= 8 - 2(-3) = 14$$

(ب) u_n بدلالة n

$$u_n = u_0 + nr = 14 - 3n$$

الاجابة (ج) :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$= \frac{n+1}{2} (u_0 + u_n)$$

$$= \frac{n+1}{2} (14 + 14 - 3n)$$

$$S_n = \frac{n+1}{2} (28 - 3n)$$

نعتبر :

$$v_n = e^{14-3n}$$

(أ) بين (v_n) م هندسية
هاوليك القانون

$$v_{n+1} = 9v_n$$

دعونا نأخذ

(u_n) م حسابية متناقص

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \quad (1) \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \quad (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210$$

(أ) بين u_2 و u_1 و u_3
لدينا الوسط الحسابي :

$$u_1 + u_3 = 2u_2$$

نوضف (1)

$$u_1 + u_3 + u_2 = 24$$

$$2u_2 + u_2 = 24$$

$$3u_2 = 24$$

بالتالي

$$u_2 = 8$$

الامساس :

لدينا :

$$u_3 = u_2 + (3-2)r = 8 + r$$

$$u_1 = u_2 + (1-2)r = 8 - r$$

نوضف (2)

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210$$

$$(8-r)^2 + 8^2 + (8+r)^2 = 210$$

$$64 + r^2 - 16r + 64 + 64 + r^2$$

$$+ 16r = 210$$

$$P_n = e^{\frac{n+1}{2}(14+14-3n)}$$

$$P_n = e^{\frac{n+1}{2}(28-3n)}$$

(2) حساب 1

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[e^{14} \frac{e^{3n-3} - 1}{e^3 - 1} \right]$$

$$= \frac{-e^{14}}{e^3 - 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{n+1}{2}(28-3n)} = 0$$

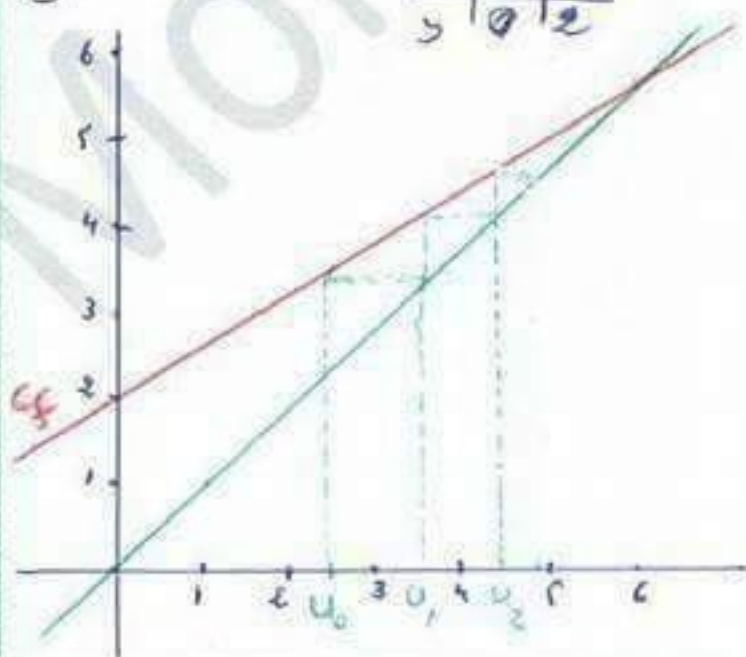
(3) 0.2

$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 2 \\ U_0 = \frac{5}{2} \end{cases}$$

(1) ارسم (2) ونمیز الحد و U_0, U_1, U_2

$$f(n) = \frac{2}{3}n + 2$$

$$y = x$$



لدينا:

$$V_n = e^{14-3n}$$

$$V_{n+1} = e^{14-3(n+1)} = e^{14-3n-3} = e^{-3} \cdot e^{14-3n}$$

$$V_{n+1} = e^{-3} \cdot V_n$$

إذاً هذه متسلسلة هندسية

$$V_0 = e^{14-3(0)} = e^{14}$$

(4) حساب المجموع:

$$T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

$$= V_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} = e^{14} \frac{(e^{-3})^{n+1} - 1}{e^{-3} - 1}$$

$$= e^{14} \frac{e^{-3n-3} - 1}{e^{-3} - 1}$$

الحمداء:

$$P_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$$

$$= e^{14} \times e^{11} \times e^8 \times \dots \times e^{14-3n}$$

$$= e^{14+11+8+\dots+(14-3n)}$$

خياره علم مجموع متسلسلة حسابية

الانها -3

وحدها الاول 14

والخير هو 14-3n

$$u_0 < u_1 < u_2$$

فإن (u_n) متزايدة

2/ بـ هناك

$$u_n < 1$$

نثبت صحة الشرط الابتدائي

$$u_0 = \frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{2} < 1$$

محقق

فنفرض $u_n < 1$ صحة

ونبرهن صحة u_{n+1}

لدينا،

$$u_n < 1$$

$$-u_n > -1$$

$$2 - u_n > 2 - 1$$

$$2 - u_n > 1$$

نقلب

$$\frac{1}{2 - u_n} < 1$$

إذاً

$$u_{n+1} < 1$$

محصلة دمج $u_n < 1$

محصلة

3/ أ إيجاد التقدير

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2 - u_n} - u_n$$

$$= \frac{u_n^2 - 2u_{n+1}}{2 - u_n} = \frac{(u_n - 1)^2}{2 - u_n}$$

الحمد الأول :

$$v_0 = u_0 - 6 = \frac{5}{2} - 6 = -\frac{7}{2}$$

ب) u_n بدلالة n

أول شيء نكتب v_n بدلالة n

$$v_n = v_0 q^n = -\frac{7}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

إذاً

$$u_n = v_n + 6$$

$$u_n = -\frac{7}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^n + 6$$

السلج النهائية

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[-\frac{7}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^n + 6 \right]$$

$$= 6$$

ومنه متقاربة نحو 6

2/ أ 03

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n} \end{cases}$$

أ) حساب الحدود :

$$u_1 = \frac{1}{2 - u_0} = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$u_2 = \frac{1}{2 - u_1} = \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$u_3 = \frac{1}{2 - u_2} = \frac{1}{2 - \frac{3}{4}} = \frac{4}{5}$$

$$(l-1)^2 = 0$$

$$l-1=0 \text{ مكافئاً } \boxed{l=1}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$$

إذا

4 نفحص

$$v_n = \frac{1}{1-u_n}$$

11 الحدود

$$v_0 = \frac{1}{1-u_0} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$$

$$v_1 = \frac{1}{1-u_1} = \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = 3$$

$$v_2 = \frac{1}{1-u_2} = \frac{1}{1-\frac{3}{4}} = 4$$

12) يتم فحص (v_n) م حسابية

$$\boxed{v_{n+1} - v_n = 1} \text{ هذا القانون}$$

$$v_n = \frac{1}{1-u_n} \text{ لدينا}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{1-u_{n+1}} - \frac{1}{1-u_n}$$

$$= \frac{1}{1-\frac{1}{2-u_n}} - \frac{1}{1-u_n}$$

$$= \frac{1}{\frac{2-u_n}{2-u_n}} - \frac{1}{1-u_n} = \frac{2-u_n}{2-u_n} - \frac{1}{1-u_n}$$

$$= \frac{2-u_n-1}{1-u_n} = \frac{1-u_n}{1-u_n} = 1$$

حسابية أصلاً

لدينا البسط

$$u_n < 1$$

$$u_n - 1 < 0$$

$$(u_n - 1)^2 < 0 \text{ موجب}$$

والمتناهي مكاناً

$$u_n < 1$$

$$-u_n > -1$$

فإن

$$2 - u_n > 1$$

موجب

ومنه

$$u_{n+1} - u_n > 0$$

متزايدة

- نبقى متساوية، نعم

بيان (u_n) متزايدة و

محدودة من الأعلى فهي متقاربة
1 و 2

- النهاية l

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$$

لدينا

$$u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}$$

يكافئ

$$l = \frac{1}{2-l}$$

$$-l^2 + 2l = 1$$

يكافئ

$$l^2 - 2l + 1 = 0$$

084

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + 1}{u_n + 4} \end{cases}$$

(1) حساب الحدود :

$$u_1 = \frac{4u_0 + 1}{u_0 + 4} = \frac{4 \times 4 + 1}{4 + 4} = \frac{17}{8}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{4u_1 + 1}{u_1 + 4} = \frac{4 \cdot \frac{17}{8} + 1}{\frac{17}{8} + 4} = \frac{\frac{17}{2} + 1}{\frac{17}{8} + 4} = \frac{\frac{19}{2}}{\frac{49}{8}} \\ &= \frac{19}{2} \times \frac{8}{49} = \frac{76}{49} \end{aligned}$$

(2) نرى هنا بالشكل :

$$u_n > 1$$

نغير شكل المتسلسلة :

$$u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4} = \frac{au_n + 4a + b}{u_n + 4}$$

بمطابقة

$$a = 4$$

$$4a + b = 1 \quad \text{بما أن} \quad b = 1 - 16 = -15$$

$$u_{n+1} = 4 - \frac{15}{u_n + 4}$$

- نكتب صيغة الشرط الابتدائي

$$u_0 = 4 \quad \text{و} \quad 4 > 1$$

- نفرض $u_n > 1$ صحيحة

نرى هنا صيغة u_{n+1}

(2) حساب v_n بـ x_n و n

$$v_n = v_0 + nr = 2 + n(1)$$

$$\boxed{v_n = 2 + n}$$

u_n بدلالة n

دعونا

$$u_n = \frac{1}{1 - v_n}$$

$$1 - u_n = \frac{1}{v_n}$$

$$-u_n = \frac{1}{v_n} - 1$$

$$u_n = 1 - \frac{1}{v_n} = \frac{v_n - 1}{v_n}$$

$$u_n = \frac{2 + n - 1}{2 + n} = \frac{n + 1}{n + 2}$$

النهاية من جديد :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n} = 1$$

(5) المجموع والحد :

$$\begin{aligned} S_n &= v_0 + v_1 + \dots + v_n = \frac{n+1}{2} (v_0 + v_n) \\ &= \frac{n+1}{2} (2 + 2 + n) = \frac{n+1}{2} (4 + n) \end{aligned}$$

$$\pi_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{n+1}{n+2}$$

$$\pi_n = \frac{1}{n+2}$$

لدينا

$$U_n > 1$$

$$U_n + 4 > 5$$

نقابا

$$\frac{1}{U_n + 4} < \frac{1}{5}$$

نقرب في 15

$$\frac{-15}{U_n + 4} > \frac{-15}{5}$$

نضرب 4

$$4 - \frac{15}{U_n + 4} > -3 + 4$$

$$U_{n+1} > 1$$

موجبة ومنه $U_n > 1$ صحيحة

11 ا) ثابته

$$U_{n+1} - U_n = \frac{4U_n + 1}{U_n + 4} - U_n$$

$$= \frac{4U_n + 1 - U_n^2 - 4U_n}{U_n + 4} = \frac{-U_n^2 + 1}{U_n + 4}$$

$$= \frac{(1 - U_n)(1 + U_n)}{U_n + 4}$$

نذكر من الإشارة

$$U_n > 1$$

لدينا

$$1 + U_n > 2$$

$$U_n + 4 > 5$$

$$-U_n < -1$$

$$1 - U_n < 0$$

سالب

اذا

$$U_{n+1} - U_n < 0$$

متناقصة

استاج المقارن:

(U_n) متناقصة ومحدودة
من الاسفل فبالمقارنة نحصل

على تعبير

$$V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$$

1) يرهن (V_n) م هندسية

$$V_{n+1} = \frac{U_{n+1} - 1}{U_{n+1} + 1} = \frac{\frac{4U_n + 1}{U_n + 4} - 1}{\frac{4U_n + 1}{U_n + 4} + 1}$$

$$= \frac{\frac{3U_n - 3}{U_n + 4}}{\frac{5U_n + 5}{U_n + 4}} = \frac{3U_n - 3}{5U_n + 5}$$

$$= \frac{3}{5} \frac{U_n - 1}{U_n + 1} = \frac{3}{5} V_n$$

هذه نسبة اساسها $\frac{3}{5}$

$$V_0 = \frac{U_0 - 1}{U_0 + 1} = \frac{4 - 1}{4 + 1} = \frac{3}{5}$$

2) V_n بدلالة n

$$V_n = V_0 \cdot q^n = \frac{3}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^n = \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$$

3) استاج U_n

لدينا

$$V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$$

نكافئ

$$V_n \cdot U_n + V_n = U_n - 1$$

$$V_n U_n - U_n = -V_n - 1$$

(v_n) متتالية هندسية

$$v_0 = \frac{3}{5} \quad \text{بحيث} \quad v_0^2 = \frac{9}{25}$$

$$q = \frac{3}{5} \quad \text{بحيث} \quad q^2 = \frac{9}{25}$$

$$S_n = v_0^2 \frac{(q^2)^{n+1} - 1}{q^2 - 1}$$

$$= \frac{9}{25} \frac{\left(\frac{9}{25}\right)^{n+1} - 1}{\frac{9}{25} - 1} = \frac{9}{25} \frac{\left(\frac{9}{25}\right)^{n+1} - 1}{-\frac{16}{25}}$$

$$= -\frac{9}{16} \left[\left(\frac{9}{25}\right)^{n+1} - 1 \right]$$

$$= \frac{9}{16} \left[1 - \left(\frac{9}{25}\right)^{n+1} \right]$$

المجدد

$$P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$$

$$P_n = \left(\frac{3}{5}\right)^1 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times \dots \times \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)^{1+2+3+\dots+(n+1)}$$

مجموع متتالية حسابية

→ هذا الأول 1، الأخير n+1

$$P_n = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{n+1}{2}(1+1+n)}$$

$$P_n = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{n+1}{2}(2+n)}$$

$$u_n(v_n - 1) = -v_n - 1$$

$$u_n = \frac{-v_n - 1}{v_n - 1} = -\frac{v_{n+1}}{v_n - 1}$$

$$= -\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} + 1}{\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} - 1} = -\frac{\frac{3^{n+1}}{5^{n+1}} + 1}{\frac{3^{n+1}}{5^{n+1}} - 1}$$

$$= -\frac{\frac{3^{n+1} + 5^{n+1}}{5^{n+1}}}{\frac{3^{n+1} - 5^{n+1}}{5^{n+1}}} = -\frac{3^{n+1} + 5^{n+1}}{3^{n+1} - 5^{n+1}}$$

$$u_n = \frac{5^{n+1} + 3^{n+1}}{5^{n+1} - 3^{n+1}} \quad \text{وهو المطلوب}$$

حساب النهاية

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[-\frac{v_{n+1}}{v_n - 1} \right]$$

لدينا 2

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1} = 0$$

لدينا 1

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[-\frac{v_{n+1}}{v_n - 1} \right] = 1$$

(4) حساب مجموع متتالية

$$S_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$$

لدينا 2

$$2 \ln U_0 - 2 \ln e - 10 \ln e = -12$$

$$2 \ln U_0 - 2 - 10 = -12$$

$$2 \ln U_0 = 0$$

$$\ln U_0 = 0$$

$$U_0 = e^0 = 1$$

$$\boxed{U_0 = 1}$$

U_n بدلالة n

$$U_n = U_0 q^n = 1(e^{-2})^n$$

$$\boxed{U_n = e^{-2n}}$$

حساب S_n بدلالة n

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

$$= U_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} = 1 \frac{(e^{-2})^{n+1} - 1}{e^{-2} - 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{e^{-2n-2} - 1}{e^{-2} - 1} \right]$$

$$= -\frac{1}{e^{-2} - 1}$$

لتغيير

$$V_n = \ln U_n + \ln U_{n+1}$$

- نكتب (V_n) حسابية
لدينا

نفس

(U_n) هي حسابية حدودها موجبة

$$\begin{cases} \ln U_2 - \ln U_4 = 4 \end{cases} \quad \text{--- (1)}$$

$$\begin{cases} \ln U_1 + \ln U_5 = -12 \end{cases} \quad \text{--- (2)}$$

- نعين q

من المعادلة (1) نجد

$$\ln U_2 - \ln U_4 = 4$$

لدينا

$$U_4 = U_2 q^2$$

نحول

$$\ln U_2 - \ln(U_2 q^2) = 4$$

$$\ln U_2 - (\ln U_2 + \ln q^2) = 4$$

$$-2 \ln q = 4$$

$$\ln q = -2$$

$$\boxed{q = e^{-2}}$$

نعين U_0

$$U_5 = U_0 q^5 = U_0 (e^{-2})^5 = U_0 e^{-10}$$

$$U_1 = U_0 q^1 = U_0 e^{-2}$$

نحول في (2)

$$\ln U_1 + \ln U_5 = -12$$

$$\ln U_0 e^{-2} + \ln U_0 e^{-10} = -12$$

$$\ln U_0 + \ln e^{-2} + \ln U_0 + \ln e^{-10} = -12$$

عينة قسمة n

$$T_n^2 = 2^{30}$$

$$[-2(n+1)]^2 = 2^{30}$$

$$4(n+1)^2 = 2^{30}$$

$$2^2(n+1)^2 = 2^{30}$$

$$(n+1)^2 = \frac{2^{30}}{2^2} = 2^{28}$$

$$n+1 = 2^{14}$$

$$n = 2^{14} - 1$$

$$n = 128 - 1 = 127$$

06 5

(1) بم هذا (V_n) م هذه سيرة

$$V_n = \frac{5^{n+1}}{6^n}$$

$$V_{n+1} = \frac{5^{n+1+1}}{6^{n+1}} = \frac{5 \times 5^{n+1}}{6 \times 5^n} = \frac{5}{6} V_n$$

هذه سيرة اساهل
الحدا لا و

$$V_0 = \frac{5^{0+1}}{6^0} = \frac{5}{1} = 5$$

2 1 2 3

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 5 \left(\frac{5}{6}\right)^n = 0$$

$$V_{n+1} - V_n = [h U_{n+1} + h U_{n+2}] - [h U_n + h U_{n+1}]$$

$$= h U_{n+2} - h U_n$$

$$= h e^{-2(n+2)} - h e^{-2n}$$

$$= -2(n+2) + 2n = -4$$

حسابه اساهل

الكسوع T_n

$$V_0 = h U_0 + h U_1$$

$$= h e^0 + h e^1$$

$$= 0 - 2 = -2$$

1 2 1

$$V_n = V_0 + n r = -2 - 4n$$

الكسوع

$$T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

$$= \frac{n+1}{2} (V_0 + V_n)$$

$$= \frac{n+1}{2} (-2 - 2 - 4n)$$

$$= \frac{n+1}{2} (-4 - 4n)$$

$$= -2(n+1)(n+1)$$

$$T_n = -2(n+1)^2$$

$$= \frac{5U_n + 6 - U_n^2}{\sqrt{5U_n + 6} + U_n}$$

$$= \frac{-(U_n^2 - 5U_n - 6)}{\sqrt{5U_n + 6} + U_n}$$

$$= \frac{-(U_n + 1)(U_n - 6)}{\sqrt{5U_n + 6} + U_n}$$

لدينا:

$$1 \leq U_n \leq 6$$

$$-2 \leq U_n - 6 \leq 0 \quad \text{سأب}$$

$$2 \leq U_{n+1} \leq 7 \quad \text{و}$$

$$-7 \leq -(U_n + 1) \leq -2 \quad \text{سأب}$$

المقام موجب إذاً

$$U_{n+1} - U_n > 0 \quad \text{هنا زيادة}$$

(3) (ب) يرهق: نستعمل هذا بالمراجع

$$6 - U_{n+1} \leq \frac{5}{6}(6 - U_n)$$

نثبت صحة الشرط الابتدائي

$$6 - U_1 \leq \frac{5}{6}(6 - U_0)$$

$$6 - \sqrt{11} \leq \frac{5}{6}(6 - 1)$$

$$6 - \sqrt{11} \leq \frac{25}{6}$$

صحيحة.

$$\text{نفرض أن } 6 - U_{n+1} \leq \frac{5}{6}(6 - U_n) \quad \text{صحيحة}$$

ونثبت لها صحة P_{n+1}

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{5U_n + 6} \end{cases} \quad (II)$$

(أ) يرهق بالمراجع:

$$1 \leq U_n \leq 6$$

نثبت صحة الشرط الابتدائي:

$$1 \leq 1 \leq 6 \quad \text{و } U_0 = 1$$

نفرض أن $1 \leq U_n \leq 6$ صحيحة

ونثبت هنا صحة U_{n+1}

لدينا:

$$1 \leq U_n \leq 6$$

نضرب في 5

$$5 \leq 5U_n \leq 30$$

نضيف 6

$$11 \leq 5U_n + 6 \leq 36$$

$$\sqrt{11} \leq \sqrt{5U_n + 6} \leq 6$$

$$\sqrt{11} \leq U_{n+1} \leq 6$$

صحيحة لأن $1 \leq U_{n+1} \leq 6$

ومنه $1 \leq U_n \leq 6$ صحيحة

الآن الجاه المقصود

$$U_{n+1} - U_n = \sqrt{5U_n + 6} - U_n$$

$$= \frac{(\sqrt{5U_n + 6} - U_n)(\sqrt{5U_n + 6} + U_n)}{\sqrt{5U_n + 6} + U_n}$$

بضرب الطرفين في العدد الموجب
 $5(6 - U_{n+1})$
 فنحصل على

$$\frac{5(6 - U_{n+1})}{6 + \sqrt{5U_{n+1} + 6}} \leq \frac{5}{6}(6 - U_{n+1})$$

إذن

$$6 - U_{n+2} \leq \frac{5}{6}(6 - U_{n+1})$$

محددة وصحة

$$6 - U_{n+1} \leq \frac{5}{6}(6 - U_n)$$

(ب) سين أن

$$0 \leq 6 - U_n \leq U_n$$

لدينا

$$6 - U_{n+1} \leq \frac{5}{6}(6 - U_n)$$

$$6 - U_1 \leq \frac{5}{6}(6 - U_0)$$

$$6 - U_2 \leq \frac{5}{6}(6 - U_1)$$

$$6 - U_3 \leq \frac{5}{6}(6 - U_2)$$

...

$$6 - U_n \leq \frac{5}{6}(6 - U_{n-1})$$

بإجراء

$$6 - U_n \leq \left(\frac{5}{6}\right)^n (6 - U_0)$$

$$6 - U_n \leq \left(\frac{5}{6}\right)^n (6 - 1)$$

$$6 - U_n \leq 5 \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

$$0 \leq 6 - U_n \leq U_n$$

النهاية

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (6 - U_n) \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

$$6 - \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 6$$

أي يترهل صحة

$$6 - U_{n+2} \leq \frac{5}{6}(6 - U_{n+1})$$

لدينا

$$6 - U_{n+2} = 6 - \sqrt{5U_{n+1} + 6}$$

$$= \frac{(6 - \sqrt{5U_{n+1} + 6})(6 + \sqrt{5U_{n+1} + 6})}{6 + \sqrt{5U_{n+1} + 6}}$$

$$= \frac{36 - (5U_{n+1} + 6)}{6 + \sqrt{5U_{n+1} + 6}} = \frac{30 - 5U_{n+1}}{6 + \sqrt{5U_{n+1} + 6}}$$

$$= \frac{5(6 - U_{n+1})}{6 + \sqrt{5U_{n+1} + 6}}$$

مشوف معايا واش نفعلوا
 لدينا

$$1 \leq U_{n+1} \leq 6$$

$$5 \leq 5U_{n+1} \leq 30$$

$$11 \leq 5U_{n+1} + 6 \leq 36$$

$$\sqrt{11} \leq \sqrt{5U_{n+1} + 6} \leq 6$$

$$6 \leq 6 + \sqrt{11} \leq 6 + \sqrt{5U_{n+1} + 6} \leq 12$$

تقلب

$$\frac{1}{6 + \sqrt{5U_{n+1} + 6}} \leq \frac{1}{6 + \sqrt{11}} \leq \frac{1}{6}$$

نهنزو

$$\frac{1}{6 + \sqrt{5U_{n+1} + 6}} \leq \frac{1}{6}$$

$$1 \leq f(x) \leq 2$$

ومن ثم f تتزايد على I

(4) (U_n) متسلسلة

$$U_{n+1} = f(U_n) \quad U_0 = \frac{3}{2}$$

$$U_{n+1} = \frac{U_n + 2}{-U_n + 4}$$

(1) U_n هي بالترتيب

$$1 \leq U_n \leq 2$$

تثبت صحة الاستدلال

$$U_0 = \frac{3}{2} \quad 1 \leq \frac{3}{2} \leq 2$$

بحسب

نفرض $1 \leq U_n \leq 2$ صحيحة

ونثبت صحة U_{n+1}

$$1 \leq U_n \leq 2$$

ولمّا كان f متزايداً على I

$$f(1) \leq f(U_n) \leq f(2)$$

ولدينا

$$f(U_n) = U_{n+1}$$

$$f(1) = \frac{1+2}{-1+4} = 1$$

$$f(2) = \frac{2+2}{-2+4} = 2$$

$$1 \leq U_{n+1} \leq 2$$

صحيحة ومن ثم $1 \leq U_n \leq 2$ صحيحة

$$I = [1, 2] \quad \text{ن 7 5}$$

$$f(x) = \frac{x+2}{-x+4} \quad (1)$$

(1) f متزايدة

$$f'(x) = \frac{1(-x+4) - (-1)(x+2)}{(-x+4)^2}$$

$$= \frac{-x+4+x+2}{(-x+4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{6}{(-x+4)^2}$$

$$(-x+4)^2 > 0 \quad \text{و} \quad 6 > 0$$

$$\text{اذن } f'(x) > 0 \text{ ومن ثم}$$

f متزايدة على I

(2) f تتزايد على I

$$1 \leq x \leq 2$$

$$3 \leq x+2 \leq 4 \quad \text{--- (1)}$$

ولدينا

$$-2 \leq -x \leq -1$$

$$2 \leq -x+4 \leq 3$$

نقلب

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{-x+4} \leq \frac{1}{2} \quad \text{--- (2)}$$

نضرب (1) و (2)

$$\frac{3}{3} \leq \frac{x+2}{-x+4} \leq \frac{4}{2}$$

نُشيرُ صيغة التكرار الآتية إلى

$$U_0 = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^0 + 1} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$U_0 = \frac{3}{2} \text{ صحيح لا } \neq$$

تفرض U_n صيغة ديم هيا
صحة U_{n+1} أي ؟

$$U_{n+1} = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} + 1} \quad \text{--- ①}$$

و نبرهنه من صحة اما :

$$U_{n+1} = \frac{U_n + 2}{-U_n + 4} = \frac{1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1} + 2}{-\left[1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}\right] + 4}$$

$$= \frac{3 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}}{3 - \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}} = \frac{3\left(\frac{3}{2}\right)^n + 4}{3\left(\frac{3}{2}\right)^n + 2}$$

$$= \frac{3\left(\frac{3}{2}\right)^n + 4}{3\left(\frac{3}{2}\right)^n + 2} = \frac{3\left(\frac{3}{2}\right)^n + 2 + 2}{3\left(\frac{3}{2}\right)^n + 2}$$

$$= 1 + \frac{2}{3\left(\frac{3}{2}\right)^n + 2} = 1 + \frac{2}{2\left[\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1\right]}$$

$$U_{n+1} = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} + 1}$$

وهي نفسها العلاقة ① ادأ
م صيغة ديم

$$U_n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}$$

ب) اتجاه تقسيم (U_n)

$$U_{n+1} - U_n = \frac{U_n + 2}{-U_n + 4} - U_n$$

$$= \frac{U_n + 2 + U_n^2 - 4U_n}{-U_n + 4}$$

$$= \frac{U_n^2 - 3U_n + 2}{-U_n + 4}$$

$$= \frac{(U_n - 2)(U_n - 1)}{-U_n + 4}$$

$$= \frac{(U_n - 2)(U_n - 1)}{-U_n + 4}$$

فان

فان

دمنه

لدينا

$$1 \leq U_n \leq 2$$

$$0 \leq U_n - 1 \leq 1 \text{ موجب}$$

$$-1 \leq U_n - 2 \leq 0 \text{ سالب}$$

$$2 \leq -U_n + 4 \leq 3 \text{ موجب}$$

وعليه

$$U_{n+1} - U_n < 0$$

متناقصة

- استنتاج : المقارب :

لأن (U_n) متناقصة ودمنه
من الأسفل فهي متقاربة نحو 1

③ 11 يبرهن بالتراجع

$$U_n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}$$

هذه أسسها $\frac{1}{12}$

$$w_0 = u_0 - v_0 = 12 - 1 = 11$$

نلاحظ w_n في

$$w_n = w_0 q^n = 11 \left(\frac{1}{12} \right)^n$$

نهاية

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 11 \left(\frac{1}{12} \right)^n = 0$$

لأن $0 < \frac{1}{12} < 1$ فهي متناهية!

(3) أثبت (t_n) ثابتة

يكفي نثبت أن $t_{n+1} = t_n$

$$t_n = 3u_n + 8v_n$$

$$t_{n+1} = 3u_{n+1} + 8v_{n+1}$$

$$= 3 \frac{u_n + 2v_n}{3} + 8 \frac{u_n + 3v_n}{4}$$

$$= u_n + 2v_n + 2(u_n + 3v_n)$$

$$= 3u_n + 8v_n = t_n$$

وهذا (t_n) ثابتة

نلاحظ (t_n)

$$t_0 = 3u_0 + 8v_0 = 3(12) + 8(1) = 44$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} t_n = 44$$

نلاحظ النهاية

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2} \right)^n + 1} \right]$$

$$= 1 + 0 = 1$$

نلاحظ

نقول أن (u_n) و (v_n) متجاورتان إذا كان أحدهما متناهيًا والآخر متناهيًا صفرًا ونفس النهاية يعني

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = 0$$

أو نكتب معاديا التكرار

$$v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4}$$

$$v_0 = 1$$

$$u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}$$

$$u_0 = 12$$

$$w_n = u_n - v_n$$

(1) أثبت (w_n) متناهية

$$w_{n+1} = u_{n+1} - v_{n+1}$$

$$= \frac{u_n + 2v_n}{3} - \frac{u_n + 3v_n}{4}$$

$$= \frac{4u_n + 8v_n - 3u_n - 9v_n}{12}$$

$$= \frac{u_n - v_n}{12} = \frac{1}{12} w_n$$

نصف ١ في 8، مخرج

$$\begin{cases} 8U_n - 8V_n = 88 \left(\frac{1}{12}\right)^n \\ 3U_n + 8V_n = 44 \end{cases}$$

مجمع

$$11U_n = 44 + 88 \left(\frac{1}{12}\right)^n$$

$$U_n = 4 + 8 \left(\frac{1}{12}\right)^n$$

نحوه ٢

$$U_n - V_n = 11 \left(\frac{1}{12}\right)^n$$

$$4 + 8 \left(\frac{1}{12}\right)^n - V_n = 11 \left(\frac{1}{12}\right)^n$$

$$V_n = 4 - 3 \left(\frac{1}{12}\right)^n$$

حساب نهاية

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(4 - 3 \left(\frac{1}{12}\right)^n\right) = 4$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(4 + 8 \left(\frac{1}{12}\right)^n\right) = 4$$

طرح

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (U_n - V_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} W_n = 0$$

$$3U_n + 8V_n = 44$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = l$$

(١٣)

$$3l + 8l = 44$$

$$11l = 44 \quad \boxed{l=4} \text{ (مكافئ)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 4$$

(١٤) اثبات (U_n) و (V_n) متجاورتان

متجاورتان

ندرس الحاصل القسمة

$$\begin{aligned} U_{n+1} - U_n &= \frac{U_n + 2V_n}{3} - U_n \\ &= \frac{U_n + 2V_n - 3U_n}{3} = \frac{2V_n - 2U_n}{3} \\ &= \frac{-2(U_n - V_n)}{3} = -\frac{2}{3} W_n < 0 \end{aligned}$$

$$W_n > 0 \quad \text{و} \quad -\frac{2}{3} < 0$$

و (U_n) متناقصة

$$\begin{aligned} V_{n+1} - V_n &= \frac{U_n + 3V_n}{4} - V_n \\ &= \frac{U_n + 3V_n - 4V_n}{4} = \frac{U_n - V_n}{4} \\ &= \frac{1}{4} W_n > 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4} > 0 \quad \text{و} \quad W_n > 0$$

و (V_n) متزايدة

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (U_n - V_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} W_n = 0$$

و (U_n) و (V_n) متجاورتان

(١٥) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 4$

$$\begin{cases} U_n - V_n = W_n = 11 \left(\frac{1}{12}\right)^n \\ 3U_n + 8V_n = 44 \end{cases}$$

$$v_n = \ln(U_n) \quad (II)$$

(1) غير

$$v_n = \ln(U_n) = \ln e^{\frac{1}{2}-n}$$

$$v_n = \frac{1}{2} - n$$

نوع المتسلسلة

$$v_{n+1} - v_n = \left[\frac{1}{2} - (n+1) \right] - \left[\frac{1}{2} - n \right]$$

$$= \frac{1}{2} - n - 1 - \frac{1}{2} + n = -1$$

حسابية أساسية -1

في P حساب

$$P_n = \ln(U_0 \times U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n)$$

$$= \ln U_0 + \ln U_1 + \ln U_2 + \dots + \ln U_n$$

$$\ln U_n = v_n$$

$$\ln U_0 = v_0$$

$$\ln U_1 = v_1$$

$$\ln U_n = v_n$$

جميع

$$P_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

حسابية

$$P_n = \frac{n+1}{2} (v_0 + v_n)$$

$$= \frac{n+1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - n \right)$$

$$P_n = \frac{n+1}{2} (1 - n)$$

$$U_n = e^{\frac{1}{2}-n} \quad (I)$$

(1) بين (U_n) هذه متسلسلة

$$U_{n+1} = e^{\frac{1}{2}-(n+1)} = e^{\frac{1}{2}-n-1}$$

$$= e^{-1} e^{\frac{1}{2}-n} = e^{-1} U_n$$

هذه متسلسلة

شوف معايا

$$U_n = e^{an+b} \rightarrow [e^a]$$

لمحد الاول

$$U_0 = e^{\frac{1}{2}-0} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$$

متسلسلة

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{2}-n} = 0$$

الاستنتاج: جايين نستنتج

انها متسلسلة حو 0

(3) المتسلسلة

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

$$= U_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} = \sqrt{e} \frac{(e^{-1})^{n+1} - 1}{e^{-1} - 1}$$

$$= \sqrt{e} \frac{e^{-n-1} - 1}{e^{-1} - 1}$$

$$= \frac{1}{2} \ln U_n - 1 = \frac{1}{2} (\ln U_n - 2)$$

$$V_{n+1} = \frac{1}{2} V_n$$

$$\frac{1}{2} \text{ --- } \text{ --- } \text{ --- } \text{ --- } \text{ ---}$$

$$V_0 = \ln U_0 - 2 = \ln e^3 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$n \rightarrow \infty \text{ } \ln U_n \text{ و } n \rightarrow \infty \text{ } V_n \text{ (2)}$$

$$V_n = V_0 \cdot q^n = 1 \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$V_n = \ln U_n - 2$$

$$\ln U_n = V_n + 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 2$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$$

$$0 < \frac{1}{2} < 1 \text{ لأن}$$

$$e^2 \text{ (3) } \text{فقط } (U_n) \text{ الخو } e^2 \text{ لدينا.}$$

$$\ln U_n = V_n + 2$$

$$U_n = e^{V_n + 2}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{V_n + 2} = e^2$$

$$e^2 \text{ (3) } \text{فقط } (U_n) \text{ الخو } e^2 \text{ لدينا.}$$

(ب) قسم 3n

$$P_n + 4n > 0$$

$$\frac{n+1}{2} (1-n) + 4n > 0$$

$$\frac{(n+1)(1-n) + 8n}{2} > 0$$

$$-n^2 + 8n + 1 > 0$$

حل المعادلة

$$-n^2 + 8n + 1 = 0$$

$$\Delta = 68$$

$$n_1 = \frac{-8 - \sqrt{68}}{-2} = 8,12$$

$$n_2 = \frac{-8 + \sqrt{68}}{-2} = -0,12$$

$$-60 \quad -0,12 \quad + \quad 8,12 \quad - \quad + \infty$$

نقر العدد 1 (طبيعة المتكافؤ)

بين 8,12 و -0,12

$$n = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$U_0 = e^3$$

$$U_{n+1} = e^{\sqrt{U_n}}$$

$$V_n = \ln(U_n) - 2$$

$$V_{n+1} = \ln U_{n+1} - 2 = \ln e^{\sqrt{U_n}} - 2$$

$$= \ln e + \ln \sqrt{U_n} - 2$$

$$= 1 + \ln U_n^{\frac{1}{2}} - 2$$

$$V_{n+1} \geq \frac{1}{2} V_n$$

[illegible]

$$V_0 = U_1 - U_0 = 2 - 1 = 1$$

$$H \cong \chi_n \vee_n \mathbb{Z}$$

$$v_n = v_0 q^n = 1 \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

(3) یہ فقیر د
دینا د

$$V_n = U_{n+1} - U_n$$

$$V_c = U_1 - U_0$$

$$v_1 = a_2 - a_1$$

$$V_1 = U_3 - U_2$$

$$24 - 11 - 11$$

$$u_{n-1} - u_n = \frac{1}{n}$$

$$V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1} = U_n - U_0$$

$$u_n = u_0 + (v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1})$$

$$h \sim \chi_{\alpha} U_n \quad 2.5-1/4$$

$$u_n = u_0 + v_0 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$= 1 + 1 \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\frac{1}{2} - 1}$$

$$u_n = 1 + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{-\frac{1}{2}}$$

$$U_n = 1 - 2 \left[\left(\frac{1}{2} \right)^n - 1 \right]$$

$$U_n = 1 + 2 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]$$

$$\phi_n = u_0 + 4u_1 + 4^2u_2 + \dots + 4^nu_n$$

دوستای

$$u_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{4^n}$$

$$u_0 = 1, \quad u_1 = \frac{1}{4}, \quad u_2 = \frac{1}{4^2}$$

مخبر

$$\begin{aligned} \varphi_n &= 1 + 4^1 \times \frac{1}{4} + 4^2 \times \frac{1}{4^2} + \dots + 4^n \times \frac{1}{4^n} \\ &= 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = 1(n+1) \end{aligned}$$

عمر الحیدار

$$P_n = U_0 \times U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \dots \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^{0+1+2+\dots+n}$$

حسابه جدا، لا، و
لا ضم

$$P_n = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{n+1}{2}(0+4)} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{n+n}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+n}$$

$\frac{0}{0} 12 \quad \underbrace{\hspace{2cm}}$

$$U_{n+2} = \frac{3}{2} U_{n+1} - \frac{1}{2} U_n \quad \begin{array}{l} U_0 = 1 \\ U_1 = 2 \end{array}$$

$$V_n = U_{n+1} - U_n$$

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (V_n) = \infty$

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= U_{n+2} - U_{n+1} = \frac{3}{2}U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n - U_{n+1} \\ &= \frac{1}{2}U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n = \frac{1}{2}(U_{n+1} - U_n) \end{aligned}$$