



التمرين الأول

- أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:
- (1) إذا كان $x^2 = 2$ فإن $x = \sqrt{2}$.
- (2) الدالة $f(x) = x^2$ موجبة تماما على $\mathbb{R}$.
- (3) k و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2$; $k(x) = x^2 + 1$ ومنه $g \circ k = gk + k$.
- (4) مجموعة تعريف الدالة $g(x) = \sqrt{|x+1|}$ هي $[0; +\infty[$.
- (5) f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x^2 - 1$; $g(x) = 4x^3 - 3x$ ومنه $f \circ g = g \circ f$.
- (6) $f(x) = \sqrt{x^2}$; $g(x) = |x|$ الدالتان g و f متساويتان.
- (7) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 3$ إذن المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ هو محور تناظر لمنحنى الدالة f .
- (8) الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x) = |x-5| - 7|x| + |x+5|$ هي دالة زوجية.

التمرين الثاني

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 + 2x$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x) = (x+1)^2 - 1$.
- (2) بين أنه يمكن كتابة f على شكل مركب دالتين يطلب تعيين عبارتهما.
- (3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; -1]$ و $[-1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) عين نقط تقاطع (C_f) مع حامي محوري الاحداثيات.
- (5) مثل المنحنى (C_f) .
- (6) g و h دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g = f(|x|)$ و $h(x) = |f(x)|$
- (a) أدرس شفعية الدالة g (بمعنى هل الدالة g زوجية أو فردية).
- (b) أكتب كل من g و h دون رمز القيمة المطلقة.
- (c) إشرح كيف يمكن تمثيل كل من (C_g) و (C_h) .



" The only way to learn mathematics is to do mathematics "

تصحيح التمرين الأول

• أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

(9) إذا كان $x^2 = 2$ فإن $x = \sqrt{2}$: خطأ

لأن $(x = -\sqrt{2} \text{ أو } x = \sqrt{2})$

(10) الدالة $f(x) = x^2$ موجبة تماماً على $\mathbb{R}$: خطأ

لأن (الدالة $f(x) = x^2$ موجبة على $\mathbb{R}$ وليست موجبة تماماً أي أنها يمكن أن تنعدم عند قيمة)

(11) k و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^2$; $k(x) = x^2 + 1$ ومنه $g \circ k = gk + k$: صحيح

لأن $g \circ k = g[k(x)] = (x^2 + 1)^2 = x^4 + 2x^2 + 1$ و $gk + k = x^2(x^2 + 1) + x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1$ و $D_{g \circ k} = D_{gk+k}$

(12) مجموعة تعريف الدالة $g(x) = \sqrt{|x+1|}$ هي $[0; +\infty[$: خطأ

لأن الدالة g معرفة إذا وفقط إذا كان $|x+1| \geq 0$ أي $D_g = \mathbb{R}$

(13) f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x^2 - 1$; $g(x) = 4x^3 - 3x$ ومنه $f \circ g = g \circ f$: صحيح

لأن $(g \circ f)(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$ و $(f \circ g)(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$ و $D_{g \circ f} = D_{f \circ g}$

(14) $f(x) = \sqrt{x^2}$; $g(x) = |x|$ الدالتان g و f متساويتان : صحيح

لأن $f(x) = \sqrt{x^2} = |x| = g(x)$ و $D_f = D_g = \mathbb{R}$

(15) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ إذن المستقيم ذو المعادلة $x = 1$ هو محور تناظر لمنحنى الدالة f : خطأ

لأن $f(2a-x) \neq f(x)$ بحيث $a = 1$ أي $f(2-x) = (2-x)^2 - 4(2-x) + 3 = x^2 - 1 \neq f(x)$

(16) الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = |x-5| - 7|x| + |x+5|$ هي دالة زوجية : صحيح

لأن $D_f = \mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة للصفر و $f(-x) = f(x)$ من أجل كل x من D_f .

التمرين الثاني

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 + 2x$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(7) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $f(x) = (x+1)^2 - 1$.

$$(x+1)^2 - 1 = x^2 + 1 + 2x - 1 = x^2 + 2x = f(x)$$

(8) بين أنه يمكن كتابة f على شكل مركب دالتين يطلب تعيين عبارتهما.



$$v(x) = x^2 - 1 \text{ و } u(x) = x + 1 : \text{ حيث } f(x) = [v \circ u](x) = v(u(x)) \text{ اذن } x \xrightarrow{u} x+1 \xrightarrow{v} (x+1)^2 - 1$$

(9) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty; -1]$ و $[-1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

لدينا الدالة u متزايدة على $\mathbb{R}$ و جدول تغيراتها :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$u(x)$			

لدينا الدالة v متناقصة على المجال $]-\infty; 0]$ و متزايدة على المجال $[0; +\infty[$ و جدول تغيراتها :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$v(x)$			

الدالة u متزايدة على المجال $]-\infty; -1]$ و الدالة v متناقصة على $]-\infty; 0]$ (صورة المجال $]-\infty; -1]$ بالدالة u)

إذن نستنتج أن الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty; -1]$

الدالة u متزايدة على المجال $[-1; +\infty[$ و الدالة v متزايدة على $[0; +\infty[$ (صورة المجال $[-1; +\infty[$ بالدالة u)

إذن نستنتج أن الدالة f متزايدة على المجال $[-1; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$			

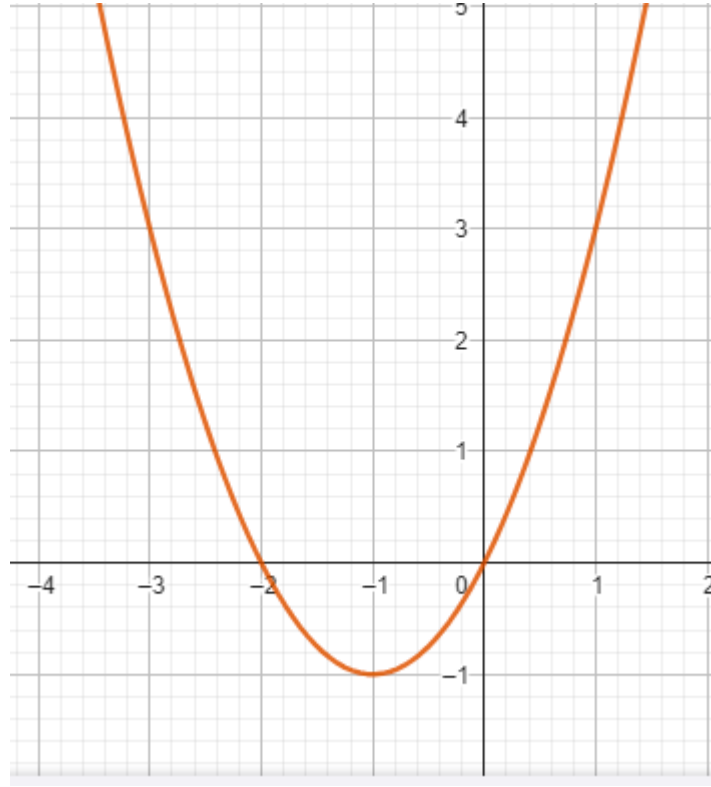
(10) عين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محوري الاحداثيات.

فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هي حلول المعادلة $f(x) = 0$ أي $\begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ $x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow$

إذن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هي $A(0;0)$ و $B(-2;0)$

فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الترتيب : نحسب $f(0) = 0$

إذن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الترتيب هي $O(0;0)$



(11) مثل المنحنى (C_f) .

(12) g و h دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g = f(|x|)$ و $h(x) = |f(x)|$

(d) أدرس شفعية الدالة g (بمعنى هل الدالة g زوجية أو فردية).

لدينا الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ (مجموعة التعريف متناظرة بالنسبة للصفر) و $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$

إذن الدالة g دالة زوجية.

(e) أكتب كل من g و h دون رمز القيمة المطلقة.

$$h(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x); & f(x) \geq 0 \\ -f(x); & f(x) \leq 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad g = f(|x|) = \begin{cases} f(x); & x \geq 0 \\ f(-x); & x \leq 0 \end{cases}$$

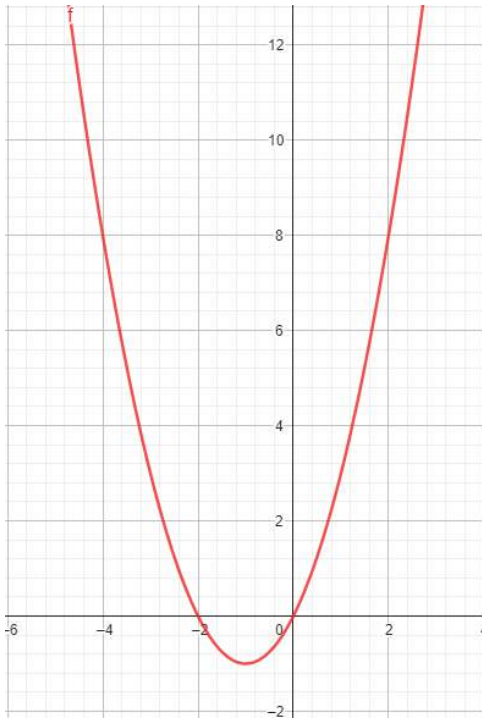
(f) إشرح كيف يمكن تمثيل كل من (C_g) و (C_h) .

بالنسبة لـ (C_g) : يكون منطبق على (C_f) لما $x \geq 0$

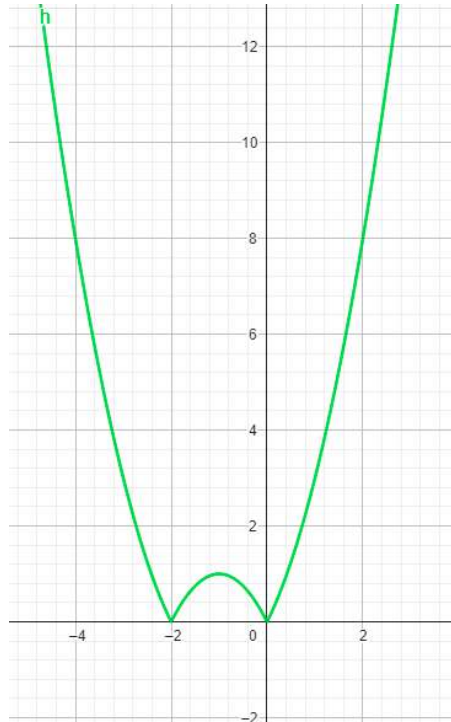
و يكون متناظر بالنسبة لمحور الترتيب لأن الدالة g دالة زوجية.

بالنسبة لـ (C_h) : يكون منطبق على (C_f) لما يكون (C_f) فوق محور الفواصل

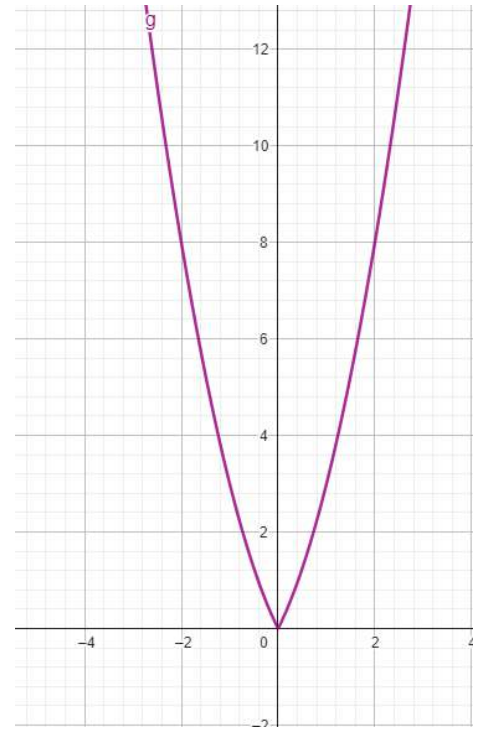
و يكون نظير لـ (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل لما يكون (C_f) تحت محور الفواصل.



منحنى الدالة f



منحنى الدالة h



منحنى الدالة g

هذا الحل قد تم بعبالة نظرا للطلب الكبير عليه لذلك فقد اختصرت ما يمكن اختصاره لضيق الوقت
اذا كان هناك المزيد من الاستفسارات يمكنك مراسلتي على صفحتي في الفيسبوك أو الانستغرام.



الأستاذ بوكحول كمال



@xpi4math

" The only way to learn mathematics is to do mathematics "