

الفرض الاول في الرياضيات

التمرين الأول: (8 ن)

f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $I = [-5; 7]$ بجدول تغيراتها:

x	-5	-3	-1	2	5	7
$f'(x)$		0	0	0	0	
$f(x)$	-1			5		4

1. اكمل الجدول السابق.
2. حل في المجال I المعادلة $f(x) = 0$ و $f'(x) = 0$.
3. استنتج إشارة $f(x)$.
4. عين القيم الحدية المحلية للدالة f .
5. هل الدالة f تقبل نقطة انعطاف؟ برر.
6. ارسم المنحنى (C) الممثل للدالة f على I .

التمرين الثاني: (12 ن)

نعتبر الدال f المعرفة على $[0; 4]$ بـ: $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$

- (1) احسب $f'(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها على $[0; 4]$.
- (2) عين القيم الحدية المحلية للدالة f .
- (3) عين حصرا للدالة f على المجال $[1; 3]$ ثم على المجال $[3; 4]$ و قارن بين العددين $f(\sqrt{3})$ و $f\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$.
- (4) اكتب معادلة المماس (T) المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.
- (5) ادرس الوضع النسبي بين (T) و (C_f) .
- (6) عين احسن تقريب تالفي للدالة f بجوار 2 ثم استنتج قيمة تقريبية للعدد $f(2,0001)$.
- (7) اثبت ان النقطة $\Omega(2; 2)$ مركز تناظر (C_f) .
- (8) ارسم بدقة (T) و (C_f) وعين بيانيا حلول المعادلة $f(x) = 3$.

بالتوفيق

التمرين الأول:

1. اكمال الجدول

x	-5	-3	-1	2	5	7	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	-1						

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$ $\nearrow$ $\nwarrow$ $\nearrow$

-3 0 5 2 4

2. حل في المجال I المعادلة $f(x) = 0$ و $f'(x) = 0$.
 من جدول التغيرات لدينا $f(-1) = 0$ منه حل المعادلة هو -1 .
 و $f'(-3) = 0$ $f'(-1) = 0$ $f'(2) = 0$ $f'(5) = 0$ منه حلول المعادلة هي $S = \{-3; -1; 2; 5\}$
 3. من جدول التغيرات نلاحظ:

x	-5	-1	7
$f(x)$	-	0	+

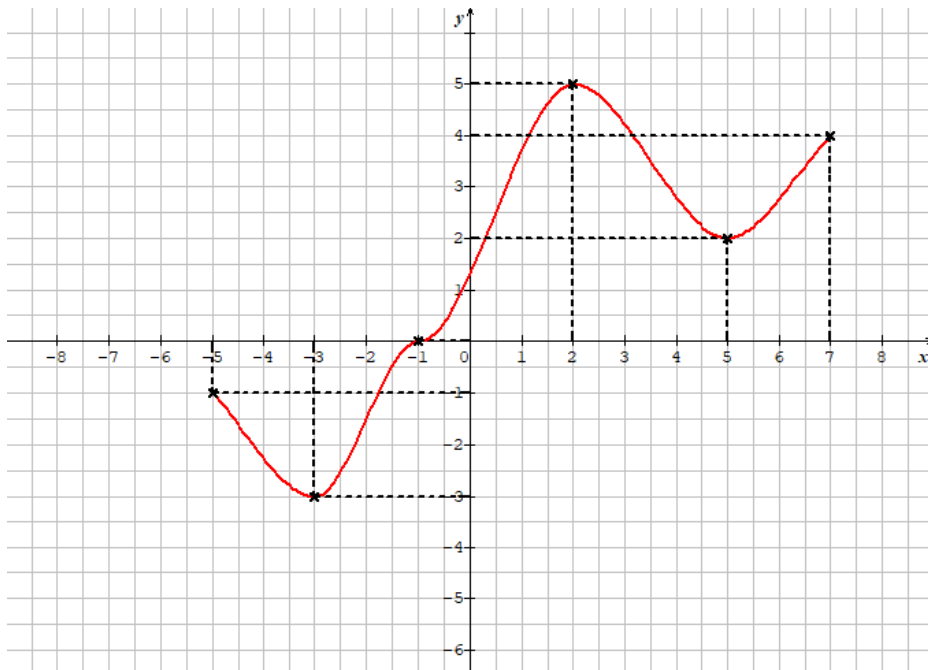
- تعيين القيم الحدية المحلية للدالة f :
 -3 قيمة حدية محلية صغرى تبلغها عند -3
 2 قيمة حدية محلية صغرى تبلغها عند 5
 5 قيمة حدية محلية كبرى تبلغها عند 2

4.

(2;5) و (5;-2) قيمة حدية محلية كبرى.

5. الدالة f تقبل نقطة انعطاف هي $(-1;0)$ لان المشتقة تنعدم عند 0 و لا تغير اشارتها.

6. الرسم:



التمرين الثاني:

نعتبر الدال f المعرفة على $[0; 4]$ بـ: $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$

(1) حساب $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9$

دراسة تغيرات الدالة f معناه $f'(x) = 0 \Rightarrow -3x^2 + 12x - 9 = 0$

$\Delta = 12^2 - 4(-3)(-9) = 144 - 108 = 36 > 0$ منه المعادلة تقبل حلين متميزين

$$x_2 = \frac{-12 + \sqrt{36}}{-6} = 1 \text{ و } x_1 = \frac{-12 - \sqrt{36}}{-6} = 3$$

جدول تغيراتها على $[0; 4]$.

x	0	1	3	4			
$f'(x)$	-	0	+	0	-		
$f(x)$	4	↘	0	↗	4	↘	0

(2) القيم الحدية المحلية للدالة f .

من جدول التغيرات لدينا 0 قيمة حدية محلية صغرى تبلغها عند 1
4 قيمة حدية محلية كبرى تبلغها عند 3

(3) حصرا للدالة f على المجال $[1; 3]$ ثم على المجال $[3; 4]$

الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1; 3]$ منه $f(1) \leq f(x) \leq f(3)$ أي $0 \leq f(x) \leq 4$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $[3; 4]$ منه $f(4) \leq f(x) \leq f(3)$ أي $0 \leq f(x) \leq 4$

مقارنة العددين $f\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$ و $f(\sqrt{3})$

لدينا $\sqrt{3} \in [1; 3]$ و $\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \in [1; 3]$ و بما ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1; 3]$

فان $f\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) < f(\sqrt{3})$

(4) معادلة المماس (T) المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

$$(T): y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$\begin{aligned} f'(2) &= -3(2)^2 + 12(2) - 9 = 3 \\ &= 3(x-2) + 2 \\ &= 3x - 6 + 2 \\ &= 3x - 4 \end{aligned}$$

(5) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (T) : ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$

$$\begin{aligned} f(x) - y &= -x^3 + 6x^2 - 9x + 4 - 3x + 4 \\ &= -x^3 + 6x^2 - 12x + 8 \\ &= (-x)^3 + 3 \cdot 2x^2 - 3 \cdot 2^2 x + 2^3 \\ &= (2-x)^3 \end{aligned}$$

x	0	2	4
$f(x) - y$	+	0	-
الوضع النسبي	(C_f) فوق (T)	(C_f) يقطع (T)	(C_f) تحت (T)

(6) احسن تقريب تالفي للدالة f بجوار 2 هو المماس (T) الذي معادلته $y = 3x - 4$ وبالتالي القيمة التقريبية للعدد $f(2,0001)$

$$f(2,0001) \approx 3(2,0001) - 4 = 2,0001$$

(7) اثبات ان النقطة $\Omega(2;2)$ مركز تناظر (C_f) :

$$f(2a - x) + f(x) = 2b$$

$$f(2(2) - x) + f(x) = f(4 - x) + f(x)$$

$$= -(4 - x)^3 + 6(4 - x)^2 - 9(4 - x) + 4 - x^3 + 6x^2 - 9x + 4$$

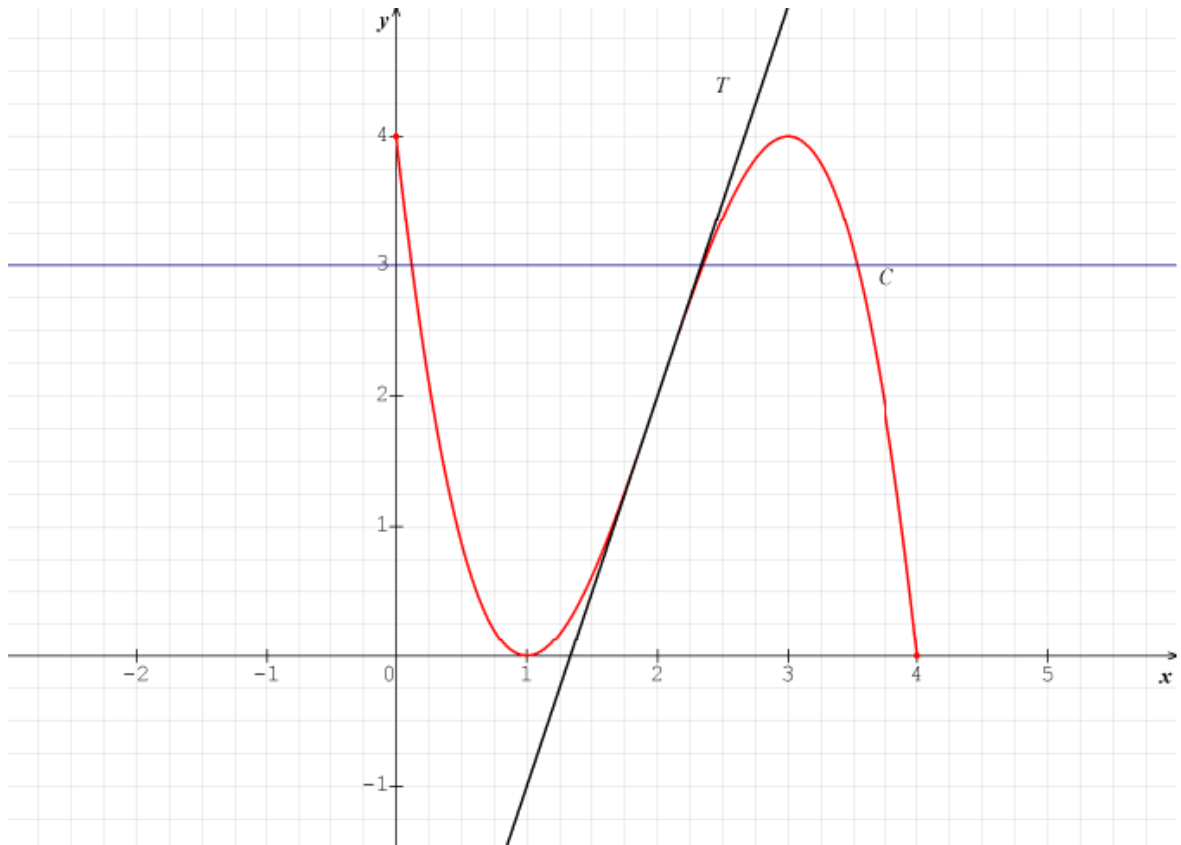
$$= -(-x^3 + 12x^2 - 48x + 64) + 6(x^2 - 8x + 16) - 36 + 9x - x^3 + 6x^2 - 9x + 8$$

$$= x^3 - 12x^2 + 48 - 64 + 6x^2 - 48x + 96 - 36 + 9x - x^3 + 6x^2 - 9x + 8$$

$$= 4 = 2b$$

منه النقطة $\Omega(2;2)$ مركز تناظر (C_f) .

(8) رسم (T) و (C_f) وتعيين بيانيا حلول المعادلة $f(x) = 3$



حلول المعادلة $f(x) = 3$ هي نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم الذي معادلته $Y = 3$