

عموميات على الدوال

I. تعاريف ومصطلحات

Prof Mustapha

KHATAT

- الدالة ببساطة هي العبارة التي ترفق بكل عدد x صورة له y
- نرمز للدوال بالرمز $f(x)$ ، $g(x)$ ، $h(x)$ الخ
- تسمى $f(x)$ أو y حيث $f(x) = y$ الدالة أو الصورة أو الترتيبة
- يسمى x المتغير أو السابقة أو الفاصلة
- كل دالة معرفة على مجال يسمى مجموعة التعريف D

*ملاحظة مهمة

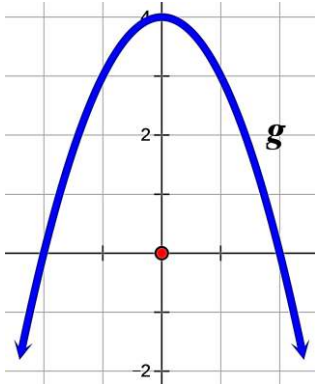
يمكن للصورة أن يكون لها عدة سوابق لكن العكس غير صحيح للسابقة صورة وحيدة فقط

II. طرق تعريف الدوال

① دالة معرفة بدستور

مثال: $f(x) = x^2 + 2x + 1$

- مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$
- صورة العدد 3 بالدالة f هي $f(3) = 3^2 + 2(3) + 1 = 16$
- سوابق العدد 1 بالدالة f هي $f(x) = 1$ أي $x^2 + 2x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ أو $x = -2$



② دالة معرفة بتمثيل بياني

مثال: الشكل المقابل يمثل تمثيل بياني لدالة g

- مجموعة تعريف الدالة g هي $D_g =]-3; 3[$
- صورة العدد 1 بالدالة g هي 3 و صورة 0 هي 4
- سوابق العدد 3 بالدالة g هي 1 و -1 وسوابق 0 هي 2 و -2
- العدد 5 ليس له سوابق بالدالة g

③ دالة معرفة بجدول تغيرات

مثال: الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات لدالة h

x	0	4	9	$+\infty$
تغيرات h	0	2	3	

- مجموعة تعريف الدالة h هي $D_h = [0; +\infty[$
- صورة العدد 0 بالدالة h هي 0 و صورة 4 هي 2
- سابقة العدد 3 بالدالة h هي 9
- العدد -1 ليس له سوابق بالدالة h

④ دالة معرفة بجدول قيم

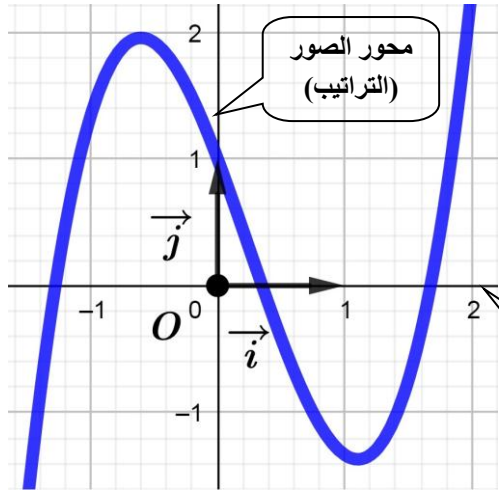
مثال: يمثل الجدول المقابل تعريفات بريد الجزائر لسنة 2005

إذا رمزنا للطرود البريدية بالدالة h فإن:

- مجموعة تعريف الدالة h هي $D_h = [0; 30]$
- صورة 12 بالدالة h هي 62
- سوابق 83 هي كل الأعداد من المجال $[15; 20]$
- مثلا العدد 70 ليس له سوابق بالدالة h

الطرود البريدية	
التعريف (DA)	الوزن (Kg)
25	$[0; 5]$
40	$[5; 10]$
62	$[10; 15]$
83	$[15; 20]$
110	$[20; 30]$

III. التمثيل البياني للدالة



- التمثيل البياني أو المنحنى الممثل للدالة f في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ هو مجموعة النقط $M(x; y)$ حيث $x \in D_f$ و $y = f(x)$
- نرمز إلى منحنى الدالة f بالرمز C_f
- نقول أن $y = f(x)$ هي معادلة C_f في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

*تنبيه وملاحظة مهمة

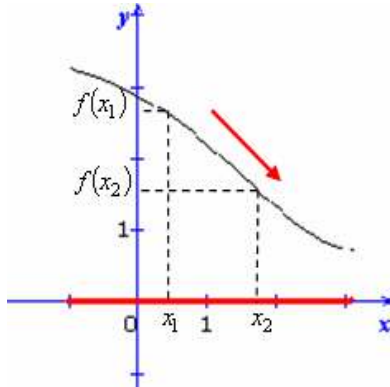
ما عدا الدوال الخطية، التآلفية والثابتة لا يمكن رسم أي دالة أخرى عن طريق الجدول المساعد أو النقاط المساعدة لأنه هناك العديد من الكيفيات للمرور من نقطة إلى أخرى فمن الضروري أن تعطى معلومات أخرى حول سلوك الدالة وسنتعلم في محور الدوال المرجعية إحدى الطرق الرئيسية لرسم الدوال.

IV. تغيرات الدالة

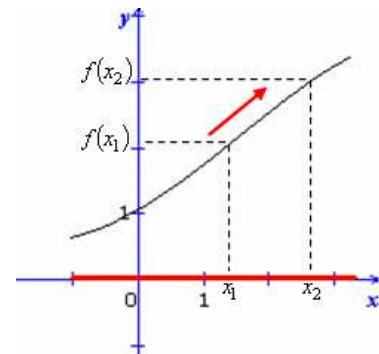
① دراسة اتجاه التغير: تعيين المجالات التي تكون فيها الدالة متزايدة تماماً، متناقصة تماماً أو ثابتة

فإن	و	إذا كان	
f متزايدة	$f(x_1) < f(x_2)$	$x_1 < x_2$	①
f متناقصة	$f(x_1) > f(x_2)$	$x_1 < x_2$	②
f ثابتة	$f(x_1) = f(x_2)$		③

Prof Mustapha
KdH-LSDJ



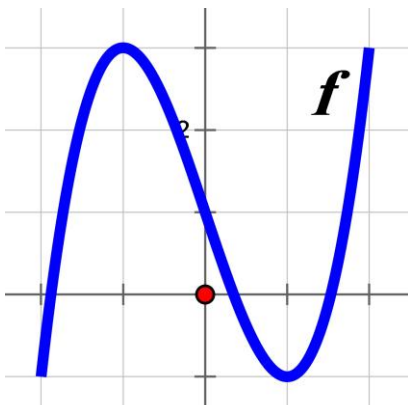
$f(x_2), f(x_1)$ في عكس x_2, x_1
الدالة المتناقصة تعكس الترتيب



$f(x_2), f(x_1)$ في نفس ترتيب x_2, x_1
الدالة المتزايدة تحفظ الترتيب

② جدول التغيرات: هو جدول نلخص فيه كل المعطيات عن الدوال كمجموعة التعريف واتجاه التغير والصور والسوابق والقيم الحدية... الخ

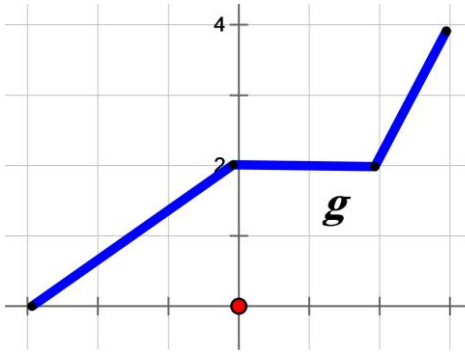
مثال: جدول التغيرات التالي يلخص المنحنى المقابل للممثل للدالة f



x	-2	-1	1	2
$f(x)$	-1	3	-1	3

* الفرق بين متزايدة ومتزايدة تماما

مثال:



- الدالة g متزايدة تماما على المجال $[-3; 0]$
- الدالة g ثابتة على المجال $[0; 2]$
- الدالة g متزايدة تماما على المجال $[2; 3]$

* لكن على المجال $[-3; 3]$ نقول فقط أن الدالة g متزايدة

○ نفس المفهوم بالنسبة لمتناقصة ومنتقصة تماما

[V]. القيم الحدية

① القيمة الحدية العظمى: هي أكبر صورة $f(a)$ تبلغها f عند سابقة a من D_f

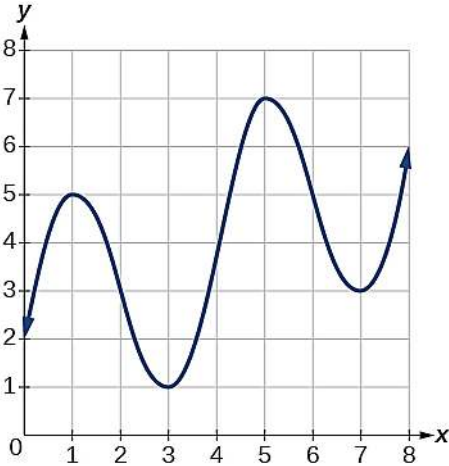
نعتبر عليها وفق المثال بثلاث صيغ فنقول:

- القيمة الحدية الكبرى للدالة f هي $(5; 7)$
- أو القيمة الحدية الكبرى للدالة f هي 7 عند 5
- أو القيمة الحدية الكبرى للدالة f هي $f(5) = 7$

② القيمة الحدية الصغرى: هي أصغر صورة $f(b)$ تبلغها f عندسابقة b من D_f

نعتبر عليها وفق المثال بثلاث صيغ فنقول:

- القيمة الحدية الصغرى للدالة f هي $(3; 1)$
- أو القيمة الحدية الصغرى للدالة f هي 1 عند 3
- أو القيمة الحدية الصغرى للدالة f هي $f(3) = 1$



* ملاحظة:

- يمكن للدالة أن تبلغ قيمتها العظمى أو الصغرى على مجال عند أكثر من عنصر من هذا المجال
- القيم الحدية دائما تكون عددا حقيقيا (بمعنى $-\infty$ و $+\infty$ لا يمكن أن يكونا قيم حدية)

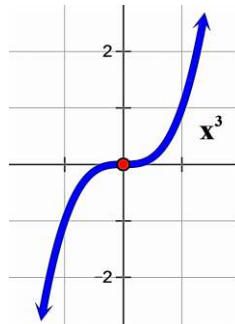
[VI]. شفعية الدالة (أي زوجية أو فردية أم لا زوجية لا فردية)

① حسابيا

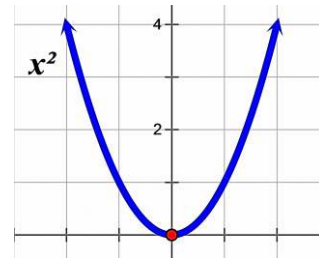
$$\left. \begin{array}{l} D_f \text{ متناظرة بالنسبة إلى } 0 \\ f(-x) = -f(x) \end{array} \right\} \Leftarrow f \text{ فردية}$$

$$\left. \begin{array}{l} D_f \text{ متناظرة بالنسبة إلى } 0 \\ f(-x) = f(x) \end{array} \right\} \Leftarrow f \text{ زوجية}$$

② بيانيا



الدالة الفردية متناظرة بالنسبة للمبدأ



الدالة الزوجية متناظرة بالنسبة لمحور الترتيب

③ الدالة لا زوجية لا فردية: هي الدالة التي لا يمكن كتابتها على الشكل $f(-x) = f(x)$ ولا علىالشكل $f(-x) = -f(x)$ ومنحناها غير متناظر بالنسبة لمحور الترتيب ولا بالنسبة للمبدأ* ملاحظة: للبرهان أن دالة ما لا زوجية ولا فردية يكفي إيجاد عنصر a من D_f بحيث $f(-a) \neq f(a)$ و $f(-a) \neq -f(a)$ أو إثبات أن D_f غير متناظرة بالنسبة إلى 0Prof Mustapha
KdH-LDS

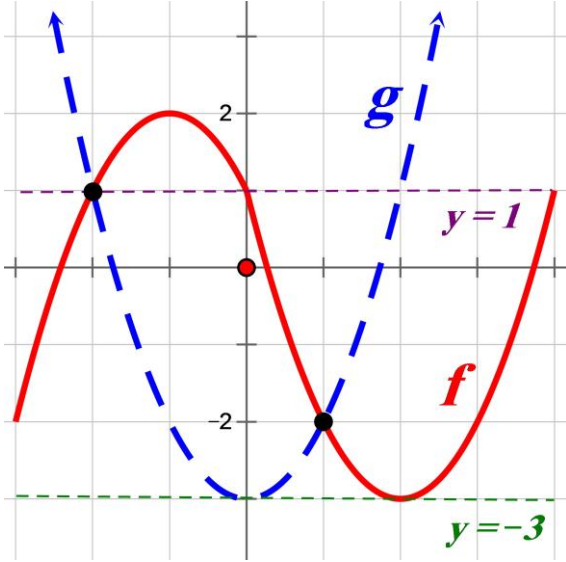
[VII]. حل معادلات و متراجحات بيانيا

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \text{فواصل نقط تقاطع } C_f \text{ مع } C_g$$

$$f(x) > g(x) \Leftrightarrow \text{المجال من } x \text{ أين يكون } C_f \text{ فوق } C_g$$

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow \text{المجال من } x \text{ أين يكون } C_f \text{ تحت } C_g$$

مثال شامل:



$$D_g = [-2, 5; 2, 5] \text{ و } D_f = [-3; 4]$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x \in \{-2; 1\}$$

$$f(x) \geq g(x) \Rightarrow x \in [-2; 1]$$

$$f(x) > g(x) \Rightarrow x \in]-2; 1[$$

$$f(x) \leq g(x) \Rightarrow x \in [-3; -2] \cup [1; 4]$$

$$f(x) < g(x) \Rightarrow x \in]-3; -2[\cup]1; 4[$$

$$f(x) = 1 \Rightarrow x \in \{-2; 0; 4\}$$

$$f(x) \geq 1 \Rightarrow x \in [-2; 0]$$

$$f(x) < 1 \Rightarrow x \in [-3; -2[\cup]0; 4]$$

$$g(x) = 1 \Rightarrow x \in \{-2; 2\}$$

$$g(x) > 1 \Rightarrow x \in [-2, 5; -2[\cup]2; 2, 5]$$

$$g(x) \leq 1 \Rightarrow x \in [-2; 2]$$

$$f(x) = -3 \Rightarrow x = 2$$

$$g(x) = -3 \Rightarrow x = 0$$

* نرسم للمجموعة الخالية بالرمز $\emptyset$ أو بالرمز $\{\}$

[VIII]. إشارة الدالة

① حسابيا

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow f \text{ موجبة}$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow f \text{ سالبة}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow f \text{ معدومة}$$

② بيانيا

$$f \text{ موجبة} \Leftrightarrow C_f \text{ فوق محور الفواصل}$$

$$f \text{ سالبة} \Leftrightarrow C_f \text{ تحت محور الفواصل}$$

$$f \text{ معدومة} \Leftrightarrow C_f \text{ يقطع محور الفواصل}$$

[IX]. تقاطع دالة مع محوري الاحداثيات

$$C_f \text{ يقطع محور الفواصل} \Leftrightarrow f(x) = 0$$

$$C_f \text{ يقطع محور الترتيب} \Leftrightarrow x = 0$$

Prof Mustapha
KHA-LD