التاريخ : 2014/11/26 ثانوية بلحاج قاسم نور الدين السنة الدراسية : 2014- 2015

المستوى :3 ثانوي علوم تجريبية الشلف الفرض الثاني المحروس الثلاثي الأول

## فرض في مادة الرياضيات – التصحيح اضغط هنا

### التمرين الأول : ( 12 نقطة ) - التصحيح

**الجزء الأول :** لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g\ x\ = e^{x} + 2x - e^{-x}$

1) أدرس تغيرات الدالة $g$.

2) أحسب $g\ 0$ ثم استنتج اشارة $g\ x$ في المجموعة $\mathbb{R}$.

**الجزء الثاني:**

$f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f\ x\ = x - \dfrac{2x}{e^{x}+1}$

وليكن $C_f$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $O,\vec{i},\vec{j}$ .

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$: $\dfrac{2x}{e^{-x}+1} = 2x - \dfrac{2x}{e^{x}+1}$

2) بين أن الدالة $f$ زوجية . ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني $C_f$ .

3) أحسب نهايتي الدالة $f$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$، $f'\ x\ = \dfrac{e^{x} \times g\ x}{e^{x}+1^{2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها

5) أ) بين ان المستقيم $\Delta$ ذي المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحني $C_f$ عند $-\infty$ و المستقيم $\Delta'$ ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني $C_f$ عند $+\infty$

ب) أدرس الوضع النسبي لـ $C_f$ بالنسبة الى $\Delta$ ثم بالنسبة الى $\Delta'$ .

ج) أرسم المستقيمين $\Delta$ ، $\Delta'$ و $C_f$ .

ثانوية بلحاج قاسم نور الدين 2015-2014 الشلف

### التمرين الثاني: (08 نقاط) - التصحيح

نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $\square$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^{x}+c$

حيث $c,b,a$ أعداد حقيقية .

$(C_g)$ تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .

$(T)$ المماس لـ $(C_g)$ عند النقطة $A(0;-1)$ و $(T')$ المماس لـ $(C_g)$ عند النقطة $B(-1;e^{-1}-1)$

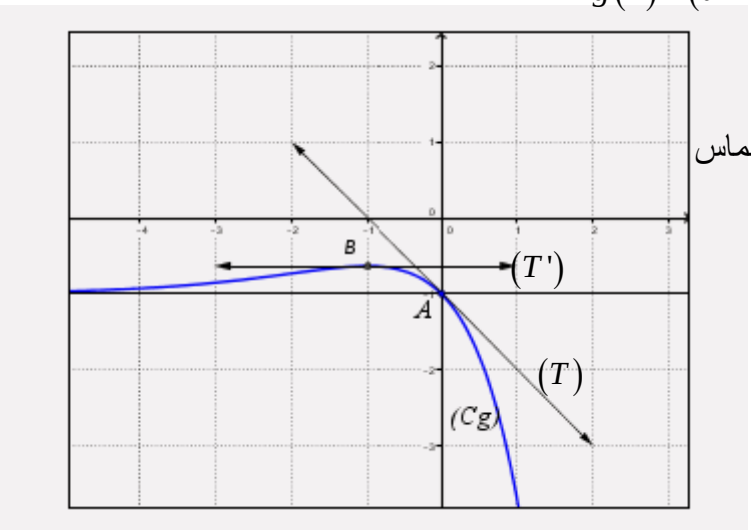
1- بقراءة بيانية عين : $g'(-1), g'(0), g(0)$ .

2- أكتب معادلة ديكارتية للمماس $(T)$.

3- شكل جدول تغيرات الدالة $g$.

4- شكل جدول إشارة الدالة $g$ .

5- باستعمال النتائج السابقة عين الأعداد الحقيقية $b,a$ و $c$.




بالتوفيق في البكالوريا جوان 2015 ☺ أستاذ المادة

www.dzexams.com

| التنقيط | التصحيح - الرجوع الى نص الفرض – اضغط هنا |
|---|---|
| 12 نقطة | **التمرين الأول : نص التمرين** |
| | **الجزء الأول :** لدينا : $g(x)=e^{x}+2x-e^{-x}$ $\qquad D_g=]-\infty;+\infty[$ |
| $0.5+0.5$ | **1) دراسة تغيرات الدالة $g$ :** <br> **ب) حساب النهايات :** <br> • $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{x}+2x-e^{-x}\right)=-\infty$ لأنَ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} e^{x}=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}(2x)=-\infty\end{cases}$ <br> • $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^{x}+2x-e^{-x}\right)=+\infty$ لأنَ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(2x)=+\infty\end{cases}$ |
| $0.75$ | **ج) حساب المشتقة :** <br> • لدينا : $g'(x)=e^{x}+2-\left(-e^{-x}\right)=e^{x}+2+e^{-x}$ أي $g'(x)=e^{x}+2+e^{-x}$ |
| $0.75$ | • **دراسة إشارة المشتقة :** <br> لدينا : $g'(x)=0$ يعني $e^{x}+2+e^{-x}=0$ <br> أي $e^{x}+e^{-x}=-2$ ( مستحيلة ) لأنَ $e^{x}>0$ و $e^{-x}>0$ <br> • جدول إشارة المشتقة : <br> $\begin{array}{c\|c} x & -\infty \qquad\qquad +\infty \\ \hline g'(x) & + \end{array}$ |
| $0.75$ | **ج) جدول تغيرات الدالة $g$ :** <br> $\begin{array}{c\|c} x & -\infty \qquad\qquad +\infty \\ \hline g'(x) & + \\ \hline g(x) & -\infty \nearrow +\infty \end{array}$ |
| $0.25+0.5$ | **2) حساب $g(0)$ واستنتاج إشارة $g(x)$ :** <br> • لدينا : $g(0)=e^{0}+2(0)-e^{0}=1-1=0$ <br> • استنتاج إشارة $g(x)$ : <br> $\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & 0 & +\infty \\ \hline g(x) & - & 0 & + \end{array}$ |
| | **الجزءالثاني :** <br> • لدينا : $f(x)=x-\dfrac{2x}{e^{x}+1}$ $\qquad D_f=]-\infty;+\infty[$ |
| | **1) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ :** $\dfrac{2x}{e^{-x}+1}=2x-\dfrac{2x}{e^{x}+1}$ |

www.dzexams.com

| | |
|---|---|
| • لدينا : $\frac{2x}{e^{-x}+1}=\frac{2x}{e^{-x}\left(1+\frac{1}{e^{-x}}\right)}=\frac{2xe^{x}}{1+e^{x}}=\frac{2x+2xe^{x}-2x}{e^{x}+1}$<br>ومنه $\frac{2x}{e^{-x}+1}=\frac{2x\left(1+e^{x}\right)-2x}{e^{x}+1}=2x-\frac{2x}{e^{x}+1}$ إذن $\frac{2x}{e^{-x}+1}=2x-\frac{2x}{e^{x}+1}$ | 01 |
| **2) تبيان أنَ الدالة $f$ زوجية :**<br>• $D_f$ متناظرة بالنسبة إلى 0 أي من أجل $x\in\square$ فإنَ $(-x)\in\square$<br>• ولدينا : $f(-x)=-x-\frac{-2x}{e^{-x}+1}=-x+\frac{2x}{e^{-x}+1}=-x+2x-\frac{2x}{e^{x}+1}=x-\frac{2x}{e^{x}+1}$<br>وبالتالي $f(-x)==x-\frac{2x}{e^{x}+1}=f(x)$<br>ومنه $f$ دالة زوجية<br>• نستنتج أنَ حامل محور التراتيب محور تناظر للمنحني $(C_f)$ | 01 |
| **3) حساب نهايتي الدالة $f$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$ :**<br>• $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(x-\frac{2x}{e^{x}+1}\right)=\lim_{x\to-\infty} x\left(1-\frac{2}{e^{x}+1}\right)=+\infty$<br>• $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x-\frac{2x}{e^{x}+1}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x-\frac{x}{e^{x}}\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)\right)=+\infty$ لانَ $\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x}}=0\\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)=2\end{cases}$ | 0.5+0.5 |
| **4) تبيان أنَه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=\frac{e^{x}\times g(x)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$ :**<br>لدينا : $f'(x)=1-\frac{2\left(e^{x}+1\right)-2xe^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{\left(e^{x}+1\right)^{2}-2e^{x}-2+2xe^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$<br>أي $f'(x)=\frac{e^{2x}+2e^{x}+1-2e^{x}-2+2xe^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{e^{2x}-1+2xe^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{e^{x}\left(e^{x}-\frac{1}{e^{x}}+2x\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$<br>ومنه $f'(x)=\frac{e^{x}\left(e^{x}-\frac{1}{e^{x}}+2x\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{e^{x}\left(e^{x}+2x-e^{-x}\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{e^{x}\times g(x)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$ إذن<br>$f'(x)=\frac{e^{x}\times g(x)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$ | 01 |
| • **استنتاج اتجاه تغير الدالة $f$ :**<br>- جدول إشارة المشتقة : إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$<br>$x$: $-\infty$ ، 0 ، $+\infty$<br>$f'(x)$: $-$ ، 0 ، $+$ | 0.5 |

www.dzexams.com

- **جدول تغيرات الدالة** $f$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

0.5

**5) أ) تبيان أنَ المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحني $(C_f)$ عند $-\infty$ :**

- لدينا:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-x)\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(x-\frac{2x}{e^x+1}+x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x\left(e^x+1\right)-2x}{e^x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2xe^x+2x-2x}{e^x+1}$$

ومنه $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-x)\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2xe^x}{e^x+1}=0$ لانَ $\begin{cases}\lim_{x\to-\infty}2xe^x=0\\ \lim_{x\to-\infty}\left(e^x+1\right)=1\end{cases}$

ومنه المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحني $(C_f)$ عند $-\infty$.

0.5

- **تبيان أنَ المستقيم $(\Delta')$ ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني $(C_f)$ عند $+\infty$ :**

- لدينا :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x-\frac{2x}{e^x+1}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}\times\frac{-2}{1+\frac{1}{e^x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}\times\frac{-2}{1+e^{-x}}=0$$

لانَ $\begin{cases}\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0\\ \lim_{x\to+\infty}\frac{-2}{1+e^{-x}}=-2\\ \lim_{x\to+\infty}\left(1+e^{-x}\right)=1\end{cases}$ ومنه $(\Delta')$ ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني $(C_f)$

عند $+\infty$

0.5

**ب)دراسة الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ :**

- ندرس إشارة الفرق $f(x)-(-x)=f(x)+x=\frac{2xe^x}{e^x+1}$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)+x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| الوضع النسبي | | $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ | $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ | $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ | |

0.5

www.dzexams.com

**• دراسة الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta')$ :**

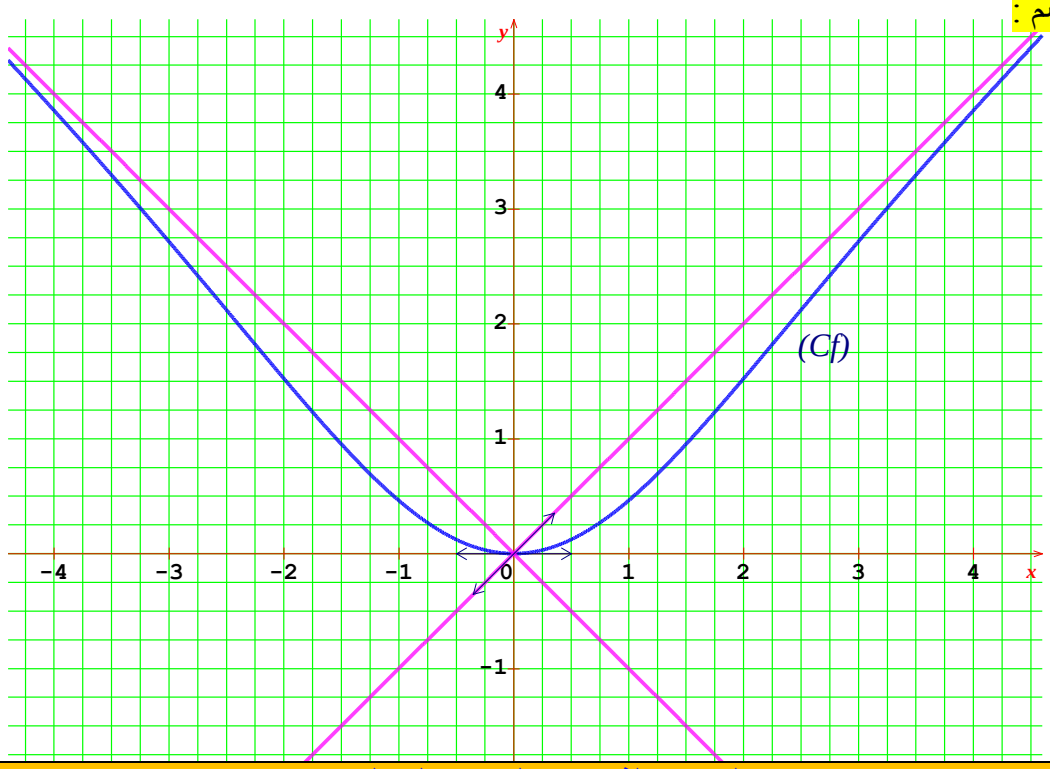
- ندرس إشارة الفرق $f(x)-x=-\dfrac{2x}{e^x+1}$

0.5

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)-x$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| الوضع النسبي | | $(C_f)$ فوق $(\Delta')$ | $(C_f)$ يقطع $(\Delta')$ | $(C_f)$ تحت $(\Delta')$ | |

**ج) الرسم :**

01




| | |
|---|---|
| **08 نقاط** | **التمرين الثاني : الرجوع الى النص** |

لدينا : $g(x)=(ax+b)e^x+c$

02.5

**1) تعيين $g'(-1), g'(0), g(0)$ :**

- $g(0)=-1$
- $g'(0)=\dfrac{-1-0}{0-(-1)}=-1$
- $g'(-1)=0$

01

**2) كتابة معادلة ديكارتية للمماس $(T)$ :**

$y=g'(0)(x-0)+g(0)=-x-1$ $\qquad$ $(T): y=-x-1$

01.5

**3) جدول تغيرات الدالة $g$ :**

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $-1$ | $\nearrow$ | $e^{-1}-1$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

www.dzexams.com

| | |
|---|---|
| 0.5 | **4) جدول إشارة الدالة $g$ :**<br>$x$ : $-\infty$ ... $+\infty$<br>$g(x)$ : $-$ |
| 02.5 | **5) تعيين الأعداد الحقيقية $b,a$ و $c$ :**<br>• لدينا : $g(0)=-1$ يعني $(a\times 0+b)e^{0}+c=0$<br>ومنه $b+c=-1$ ...$(1)$<br>• ولدينا : $g'(x)=ae^{x}+(ax+b)e^{x}=(ax+a+b)e^{x}$<br>$g'(-1)=0$ يعني $(a\times(-1)+a+b)e^{-1}=0$<br>أي $(-a+a+b)e^{-1}=0$ ومنه $be^{-1}=0$ وبالتالي $b=0$<br>• من أجل $b=0$ بالتعويض في $(1)$ نجد : $c=-1$<br>• ولدينا كذلك : $g'(0)=-1$ أي $(a\times 0+a+b)e^{0}=-1$<br>ومنه $(a+0)\times 1=-1$ وبالتالي $a=-1$<br>إذن $g(x)=-xe^{x}-1$ |

✌ مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا جوان 2015 ☺ أستاذ المادة

www.dzexams.com