

سلسلة المرجح للثانية علوم تجريبية

التمرين 01:

- في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط $A(-1;1)$ ، $B(0;2)$ و $C(2;-3)$
- G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2)(B;-3)(C;-1)\}$ و H مرجح الجملة $\{(A;2)(B;-3)(C;-1)\}$.
1. علم النقط A ، B ، C .
 2. أ- أحسب إحداثيات كل من G و H .
 - ب- بين أن النقطة H هي منتصف $[CG]$. بطريقتين مختلفتين.
 3. لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = 6$
 - أ- عين طبيعة المجموعة (Γ) ثم أنشئها.

التمرين 02:



- ABC مثلث كفي، G مرجح الجملة $\{(A;1)(B;3)(C;-1)\}$.
- I و J نقطتان من المستوي تحققان $\overrightarrow{IB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ و $6\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{JC} = 0$
1. أنشئ شكلا مناسباً.
 2. أثبت أن النقطة I مرجح النقطتين A و B مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
 3. أثبت أن J مرجح النقطتين B و C مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
 4. استنتج أن المستقيمين (IC) و (JA) متقاطعان في النقطة G .
 5. (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|3\overrightarrow{MA} + 9\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\|$

التمرين 03:

- المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط $A(-1;4)$ ، $B(1;0)$ ، $C(5;-2)$.
1. علم النقط A ، B ، C .
 2. أحسب إحداثي النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1)(C;1)\}$.
 3. أحسب إحداثي النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1)(B;-4)(C;1)\}$.
 4. بين أن النقط H ، G ، B على استقامة.
 5. لتكن (E) مجموعة النقط من المستوي حيث $\|\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$
 - عين طبيعة المجموعة (E) ثم أرسمها.
 6. لتكن (T) مجموعة النقط من المستوي حيث: $\|2\overrightarrow{MH} - 4\overrightarrow{MB}\| = 3$ ، عين طبيعة (T) .

التمرين 04:

- A ، B ، C ثلاث نقط من المستوي ليست في استقامة النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1)(C;2)\}$ و H النقطة المعرفة كمايلي: $\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
1. أنشئ النقطة G .
 2. بين أن النقطة H مرجح الجملة المثقلة: $\{(A;1)(B;1)(C;2)\}$ ثم أنشئ النقطة H .

3. بين أن النقط A ، G ، H في استقامية.

4. أ- (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = \frac{3}{4} \|\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC}\|$

- عين ثم أنشئ المجموعة (Γ) .

التمرين 05:

لتكن النقط A ، B ، C و D إحداثياتها على الترتيب $(3; 3)$ ، $(-1; -1)$ ، $(-2; -3)$ ، $(3; -3)$.

1. عين إحداثيتي النقطة E بحيث يكون الرباعي $BCDE$ متوازي أضلاع.

2. عين إحداثيتي النقطة G مرجح الجملة $\{(A, 2); (B, 1); (C, 1); (D, 1); (E, 1)\}$.

3. ليكن L مركز متوازي أضلاع $BCDE$. برهن أن النقط A ، G و L في استقامية.

4. أ- بين ان: $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GD} = \vec{0}$.

ب- ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABD ؟

5. لتكن I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[DE]$. برهن أن G مركز ثقل المثلث AIJ .

التمرين 06:

1. أنشئ النقط E ، F و G حيث: E مرجح الجملة المثقلة $\{(B, 3); (C, 1)\}$ ، F معرفة كمايلي:

$$\vec{AF} = \frac{1}{4} \vec{AC} \text{ و } G \text{ منتصف القطعة } [AB]$$

2. عين العددين الحقيقيين α و β حيث F مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha); (C, \beta)\}$

3. لتكن النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 3); (B, 3); (C, 1)\}$

أ) بين أن النقط A ، I و E على استقامة واحدة

4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} + \vec{MC}\| = 7\|\vec{MI} - \vec{MB}\|$

5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق: $\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} + \vec{MC}\| = \frac{7}{4}\|3\vec{MB} + \vec{MC}\|$

التمرين 07:

ليكن ABC مثلث حيث: $AC = 6cm$ ، $BC = 4cm$ ، $AB = 8cm$

1. لتكن I مرجح الجملة $\{(A, 1)(B, 4)\}$ ، - أنشئ النقطة I .

2. لتكن J مرجح الجملة $\{(C, -1)(B, 2)\}$ ، - أنشئ النقطة J .

3. لتكن G مرجح الجملة: $\{(A, 1)(B, 4)(C, -2)\}$

- بين أن A مرجح النقط G ، B ، C مرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.

4. عين مجموعة النقط من المستوي في كل حال: $\|\vec{MA} + 4\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MC}\|$ ، $\|\vec{MA} + 4\vec{MB}\| = 5\|2\vec{MB} - \vec{MC}\|$

التمرين 08:

مثلث متقايس الاضلاع حيث: $AB = 5cm$

1. أنشئ النقطة H المعرفة بالعلاقة $-2\vec{HA} + \vec{HB} = \vec{0}$

2. لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A, -2)(B, 1)(C, -1)\}$ بين أن G تحقق العلاقة: $-\vec{GH} - \vec{GC} = \vec{0}$ ثم أنشئ النقطة G



3. عَيِّن الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث تكون النقطة A مرجحا للجملة $\{(G, a)(B, b)(C, c)\}$
4. لتكن (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\| -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \| = 4$ عَيِّن طبيعة (Γ_1) وانشئها

التمرين 09:

- أنشئ مثلثا ABC حيث: $AC=8$ ، $AB=6$ cm ، $BC=4$ cm .
1. أنشئ النقطة G مرجح الجملة $\{(A, 4); (B, 2), (C, 2)\}$.
 2. عَيِّن وأنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $4\|\overrightarrow{BC}\| = \|4\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\|$
 3. أنشئ مجموعة النقط N من المستوي حيث: $\|4\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{NC}\| = 4\|\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}\|$

التمرين 10:

- ليكن ABC مثلثا في المستوي، أنشئ النقط I, J و K المعرفة كمايلي: I مرجح الجملة المثقلة $\{(B,1)(C,2)\}$ ، J مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2)(C,1)\}$ و K مرجح الجملة المثقلة $\{(A,4)(B,-1)\}$.
1. بَيِّن أن: $\overrightarrow{KI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{KJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ماذا تستنتج بالنسبة للنقط I, J, K ؟
 2. عَيِّن مجموعة النقط (Γ) التي تحقق: $\|2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{BM}\| = \|\overrightarrow{BM} - 4\overrightarrow{AM}\|$
 3. نربط كل عدد حقيقي m بالنقط G_m التي تمثل مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 2m)(B, 1-m)(C, 2-m)\}$ أ- تحقق من أن G_m موجودة لكل m من $\mathbb{R}$.
 - ب- برهن أن: $\overrightarrow{AG_m} = \frac{1-m}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2-m}{3}\overrightarrow{AC}$ ، ثم استنتج أن: $\overrightarrow{JG_m} = \frac{1-m}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
 - ج- عَيِّن ثم أنشئ النقط G_4 و G_{-1}

التمرين 11:

- ليكن ABC مثلثا، ولتكن $K; J; I$ ثلاث نقط من المستوي بحيث:
- مرجح الجملة $\{(A, 2)(B, 1)\}$ ، لمرجح الجملة $\{(C, 1)(B, 1)\}$ و K مرجح الجملة $\{(A, -2)(C, 1)\}$
1. أنشئ شكلا مناسباً.
 2. أ) بين أنه من أجل كل نقطة M من المستوي: $3\overrightarrow{MI} - 2\overrightarrow{MJ} - \overrightarrow{MK} = \vec{0}$
 - ب) استنتج أن النقط $K; J; I$ على استقامية.
 3. بين أن النقطة I مركز ثقل المثلث BCK .
 4. عَيِّن مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $2\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MK}\| = 3\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$

التمرين 12:

- ABC مثلث قائم في A حيث: $AC=6$ ، $AB=4$
1. أنشئ النقطة G بحيث: $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
 2. بَيِّن أن النقطة G هي مرجح النقط A, B, C المرفقة بمعاملات يطلب تعيينها.
 3. عَيِّن المجموعة (E) للنقط M من المستوي حيث: $\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 10$
 4. بَيِّن أن المجموعة (E) تشمل النقطتين A و C .



التمرين 13:

- ABC مثلث، لتكن G نقطة من المستوي حيث: $3\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ ولتكن I منتصف $[AB]$.
- بين أن النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .
 - عين (E_1) مجموعة النقطة M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MA}\|$
 - عين (E_2) مجموعة النقطة M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = 2\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$
 - نزود المستوي بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ لتكن النقط $A(1;0)$ ، $B(0;-1)$ و $C(3;2)$ نعتبر الجملة المثقلة $\{(A;4), (B;\alpha-1), (C;2\alpha)\}$ مع α عدد حقيقي.
أ- عين قيم α حتى تقبل الجملة أعلاه مرجحا H_α .
ب- عين قيم α التي يكون من اجلها النقطة H_α تنتمي إلى محور الفواصل.



التمرين 14:

- ABC مثلث كيفي من المستوي، H نقطة تحقق العلاقة: $2\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ و G مرجح الجملة $\{(A,3); (B,-1); (C,2)\}$
- بين أن H هي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما.
 - عين ثم أنشئ النقطتين H و G .
 - أثبت أن G منتصف القطعة $[HC]$.
 - (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| \leq 2\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$
- عين ثم أنشئ المجموعة (E) .
 - المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط $A(0;1)$ ، $B(0;5)$ و $C(2;1)$ ولتكن G_m مرجح الجملة $\{(A, -m^2 + 4); (B, m^2 - 2m); (C, 2m)\}$
أ- عين قيم m التي يكون من اجلها G_m موجود ووحيد.
ب- عين إحداثي النقطة G_m بدلالة m
ت- عين المحل الهندسي للنقط G_m لما m يسمح $\mathbb{R}$



التمرين 15:

- نعتبر A, B و C ثلاث نقط من المستوي ليست في استقامية. لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(B,1); (C,2)\}$ و H النقطة المعرفة كما يلي: $\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{BC} = \vec{0}$
- أنشئ النقطة G
 - بين أن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1); (B,1); (C,2)\}$. أنشئ النقطة H
 - بين أن النقط A, G و H في استقامية
 - عين وأنشئ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \frac{3}{4}\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\|$
 - عين وأنشئ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $(4\overrightarrow{MB} + 8\overrightarrow{MC}) = \frac{3}{4}(3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 6\overrightarrow{MC})$
 - المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $A(0;2)$ ، $B(-3;0)$ و $C(2;1)$
(أ) أحسب احداثيات كلا من النقطتين G و H .
(ب) تأكد حسابيا من صحة نتيجة السؤال 3