

التمرين الأول: 5ن

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}u_n + 1$ و $u_0 = 2$

(1) أحسب u_1, u_2 و u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) .

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq n + 3$.

(أ) تحقق أن $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}(u_n - n - 3)$ ثم أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) .

(ب) استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل. هل يمكن القول أنها متقاربة؟

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n = u_n - n$

(أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها يساوي $\frac{2}{3}$.

(ب) عبر عن v_n و u_n بدلالة n ثم احسب نهاية $\lim u_n$.

(ج) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(4) لتكن المتتالية (t_n) على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $t_n = \ln(v_n)$

(أ) برهن أن (t_n) متتالية حسابية يطلب أساسها وحدها الأول.

أحسب بدلالة n المجموع $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$ ثم استنتج الجداء $P_n = t_0 \times t_1 \times t_2 \times \dots \times t_n$

التمرين الثاني: 5ن

(1) (أ) عين العددين الحقيقيين a و b حيث $(a + i)^2 = 2 + 2i\sqrt{3}$ و $(b - i)^2 = 2 - 2i\sqrt{3}$

(ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 4z + 16 = 0$ ثم استنتج حلول المعادلة $z^4 - 4z^2 + 16 = 0$

(لاحظ أن $48 = 16 \times 3$)

(2) (ψ) هي مجموعة النقاط $M(x, y)$ صورة العدد المركب z و L العدد المركب حيث $L = \frac{z-1}{z+1}$ و $z \neq -1$

(أ) أكتب L على الشكل الجبري.

(ب) عين مجموعة النقاط (ψ) في كل حالة: (أ) L حقيقي. (ب) L تخيلي صرف.

(السؤالان 1 و 2 منفصلان)

التمرين الثالث: 5ن

يحتوي صندوق على 5 كريات بيضاء مرقمة 1 1 1 0 1 - و 5 كريات سوداء مرقمة 1 1 0 0 1 - . نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كريات من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية:

: A الحصول على كرية بيضاء واحدة فقط. B :الحصول على كرية بيضاء على الأقل

: C الكريات الثلاثة لها نفس اللون. D : الحصول على اللونيين. F : مجموع أرقام الكريات المسحوبة معدوم .

(1) أحسب احتمال الحوادث A، B و C

(2) تحقق أن: $P(D) = \frac{5}{6}$, $P(F) = \frac{31}{120}$, و $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$.

(3) إذا كان مجموع أرقام الكريات المسحوبة معدوما. ما هو احتمال ان تكون من نفس اللون؟

(4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب في التجربة السابقة مجموع أرقام الكريات المسحوبة.

عرف قانون احتمال X وأحسب أمله الرياضي.

التمرين الرابع: 5ن

نعتبر f الدالة المعرفة $\mathcal{R}$ على ب $f(x) = \ln(x + e^{-x})$ و (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(\vec{0}; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathcal{R}$: $f(x) = -x + \ln(xe^x + 1)$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(3) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x$ مستقيم مقارب للمنحنى (c_f) بجوار $-\infty$.

ليكن (γ) المنحنى البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$.

(5) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ فإن: $f(x) - \ln x = \ln(1 + \frac{e^{-x}}{x})$

(6) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(7) أدرس وضعية (c_f) بالنسبة (γ) الى على المجال $]0; +\infty[$.

(8) اتشئ (γ) ، (Δ) و (c_f) .