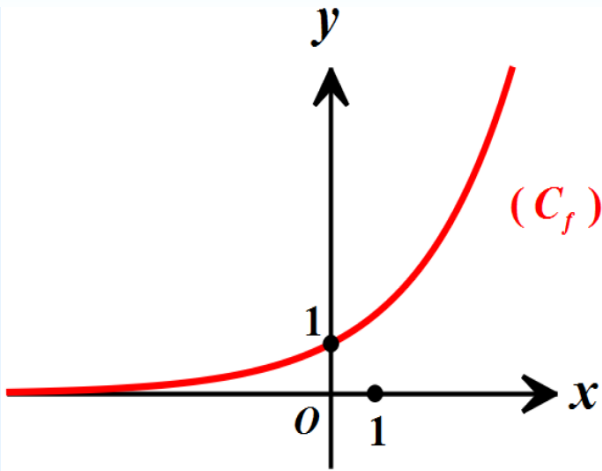


الدالة الأسية النيبيرية

1- مبرهنة وتعريف:



الدالة الأسية النيبيرية f هي الدالة الوحيدة القابلة

للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وتحقق: $f' = f$ و $f(0) = 1$

ونرمز لها بالرمز $\exp$ أي $f(x) = \exp(x)$

واصطلاحا سنرمز لها بـ $f(x) = e^x$.

وتمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد

ومتجانس في الشكل لمقابل.

• من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $e^x > 0$

2- خواص الدالة الأسية:

من أجل كل عددين حقيقيين x, y ومن أجل كل عدد صحيح نسبي n

$$\diamond e^1 = e \approx 2,718281828 \square$$

$$\diamond e^{-y} = \frac{1}{e^y} \square$$

$$\diamond e^{n \times x} = (e^x)^n \square$$

$$\diamond \text{إذا كان } e^x < e^y \text{ فإن } x < y$$

$$\diamond e^0 = 1 \square$$

$$\diamond e^x \times e^y = e^{x+y} \square$$

$$\diamond e^x \times e^{-y} = \frac{e^x}{e^y} \square$$

$$\diamond \text{إذا كان } e^x = e^y \text{ فإن } x = y$$

3- مشتقة $\exp \circ u$:

إذا كانت $f(x) = e^{u(x)}$ فإن قابلية للاشتقاق على مجموعة تعريف الدالة u ودالتها المشتقة هي:

$$f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$$

4- النهايات الشهيرة: ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

$$\diamond \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \square$$

$$\diamond \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0 \square$$

$$\diamond \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0 \square$$

$$\diamond \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \square$$

$$\diamond \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \square$$

$$\diamond \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \square$$

$$\diamond \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \square$$