

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والحسابات

وزارة التربية الوطنية

مسابقة على أساس الاختصاصات للالتحاق بمرتبة: أستاذ التعليم الثانوي بعنوان 2016

المدة: 03 ساعات

اختبار في: الاختصاص (الرياضيات)

التمرين الأول: (03 نقاط)

(1) المتتالية الحسابية (u_n) معرفة بعدها الأول u_0 و أساسها غير المعنوم r حيث: $u_4 = 1$

$$\text{عَنْ } u_0 \text{ و } r \text{ علما أن: } \frac{1}{u_1 \times u_2} + \frac{1}{u_2 \times u_3} = 2$$

(2) عَنْ (مَعْرُوفَتَيْنِ مُسْتَقْتَمَتَيْنِ) الْاَسَاسِ r' وَالْجِدِ الْاَوَّلِ v_0 لِّلْمَتَتَالِيَةِ الْحَسَابِيَةِ (v_n) ، عَلَمَا أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ

$$\text{عَدَدٍ طَبِيعِيِّ } n \text{ يَكُونُ: } v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{1}{3}(2n^2 - 11n - 13)$$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نَعْتَبِرُ، فِي الْمَسْتَوِي الْمُنَوَّسِ إِلَى الْمَعْمُومِ الْمَتَجَانِسِ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، الْقَطْعَ الْمَكَافِئَ (P) دَا الْمَعَادِلَةَ: $y = -x^2 + 1$ وَلَكِنْ $M(x_0; y_0)$ نَقْطَةً مِنْ (P) حَيْثُ: $x_0 > 0$ وَ $y_0 > 0$.السَّعَاسَ لِلْمُنْحَنِ (P) فِي النِّقْطَةِ M يَقْطَعُ مَحْوَرِ الْفَوَاصِلِ فِي نَقْطَةِ A وَيَقْطَعُ مَحْوَرِ التَّزَلُّبِ فِي نَقْطَةِ B . عَنْ إِحْدَاثِي النِّقْطَةِ M بِحَيْثُ تَكُونُ مِسَاحَةُ الْمَثَلِ OAB أَصْغَرَ مَا يُمْكِنُ.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

$$(1) \text{ أَمَّا أَنَّهُ، مِنْ أَجْلِ كُلِّ عَدَدٍ حَقِيقِي } x \text{، يَكُونُ: } \cos^3(x) = \frac{1}{4}[\cos(3x) + 3\cos(x)]$$

$$(2) \text{ اسْتَنْجِ قِيَمَةَ الْعَدَدِ الْحَقِيقِي } L \text{ حَيْثُ: } L = \cos^3\left(\frac{\pi}{12}\right) + \cos^3\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \cos^3\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \cos^3\left(\frac{11\pi}{12}\right)$$

التمرين الرابع: (04 نقاط)

نَعْتَبِرُ فِي مَجْمُوعَةِ الْأَعْدَادِ الْمُرَكَّبَةِ $\mathbb{C}$ الْمَعَادِلَةَ (E) ذَاتِ الْمَجْهُولِ z التَّالِيَةِ: $(1+iz)^n = (1-iz)^n$ n عَدَدٍ طَبِيعِيِّ $(n \geq 2)$.(1) أ) بَيِّنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عَدَدٍ مُرَكَّبٍ z حَلٌّ لِّلْمَعَادِلَةِ (E) فَإِنَّ $|1+iz| = |1-iz|$.
ب) اسْتَنْجِ أَنَّهُ إِذَا كَانَ z حَلًّا لِّلْمَعَادِلَةِ (E) فَإِنَّ z حَقِيقِي.(2) نَذْكُرْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عَدَدٍ حَقِيقِي z يَوْجَدُ عَدَدٌ حَقِيقِي وَحِيدٌ φ مِنْ $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ بِحَيْثُ $z = \tan \varphi$.
عَبِّرْ بِدَلَالَةِ $e^{i\varphi}$ عَنِ الْعَدَدِ الْمُرَكَّبِ $\frac{1+iz}{1-iz}$.(3) بَيِّنْ أَنَّ z حَلٌّ لِّلْمَعَادِلَةِ (E) إِذَا وَقَطَعَ إِذَا كَانَ φ حَلًّا لِّلْمَعَادِلَةِ: $e^{in\varphi} = 1$ حَيْثُ $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$.

التمرين الخامس: (04 نقاط)

 x وَ y عَدَدَانِ طَبِيعِيَّانِ غَيْرِ مَعْدُومَيْنِ حَيْثُ: $x < y$.(1) عَيِّنْ كُلَّ الثَّنَائِيَّاتِ الْمُرَبَّيَةِ $(x; y)$ حَيْثُ: $xy - 4y + 3x - 2027 = 0$.(2) جِدْ كَأْ، الْمُسْتَقْبَلَاتِ ذَاتِ الْبَعْدَيْنِ: $x = 4$ وَ $y = 3$ ، الَّتِي مِسَاحَتُهَا 2015.