ثانوية صديقي النوري-الجلفة | الموسم الدراسي: 2023-2024

اختبار الفصل الأول

في مادة الرياضيات

المستوى: ثانية ثانوي | الأستاذ: قويسم الخليل

الشعبة: علوم تجريبية | المدة: 02 ساعة

ملاحظة هااامة !!! تؤخذ بعين الاعتبار الإجابات المُنهجية فقط

التمرين الأول ﴿05 نقاط﴾

I) ليكن كثير الحدود Q حيث: $Q(x)=x^2-8x+7$

[01.25 ن] ❶ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x)=0$

[01.00 ن] ❷ استنتج حسب قيم x إشارة $Q(x)$ على $\mathbb{R}$

II) ليكن ثلاثي الحدود $P_\alpha(x)=(\alpha^2+1)x^2+2(\alpha-2)x+\frac{1}{2}$، حيث α وسيط حقيقي

[01.50 ن] ❶ تأكد أنّ مميز ثلاثي الحدود $P_\alpha(x)$ هو $\Delta_{P_\alpha}=2Q(\alpha)$

[01.25 ن] ❷ من أجل $\alpha\in]1;7[$، استنتج حسب قيم x إشارة $P_\alpha(x)$ على $\mathbb{R}$

التمرين الثاني ﴿10 نقاط﴾

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3+3x+4$

[01.50 ن] ❶ احسب $g(-1)$، ثمّ استنتج تحليلا لـ $g(x)$ على $\mathbb{R}$

[01.00 ن] ❷ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$ ثمّ شكل جدول إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{2-x^3}{1+x^2}$، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

[01.00 ن] ❶ أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد x حقيقي: $f'(x)=\frac{-xg(x)}{(1+x^2)^2}$

[01.00 ن] ب- استنتج تغيرات الدالة f، ثمّ شكل جدول تغيراتها

[00.75 ن] ج- عيّن دون حساب $\lim\limits_{h\to0}\left(\frac{f(h)-2}{h}\right)$، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا

[00.50 ن] ❷ ليكن $\omega\in[-2;-1]$، جِد حصرا للعدد Ω حيث: $\Omega=\sqrt{\frac{2-\omega^3}{1+\omega^2}}$

[01.00 ن] ❸ ارسم (C_f) على المجال $[-3;3]$

[01.25 ن] ❹ m وسيط حقيقي حيث $m\in\left[-\frac{5}{2};\frac{29}{10}\right]$، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m$

www.dzexams.com

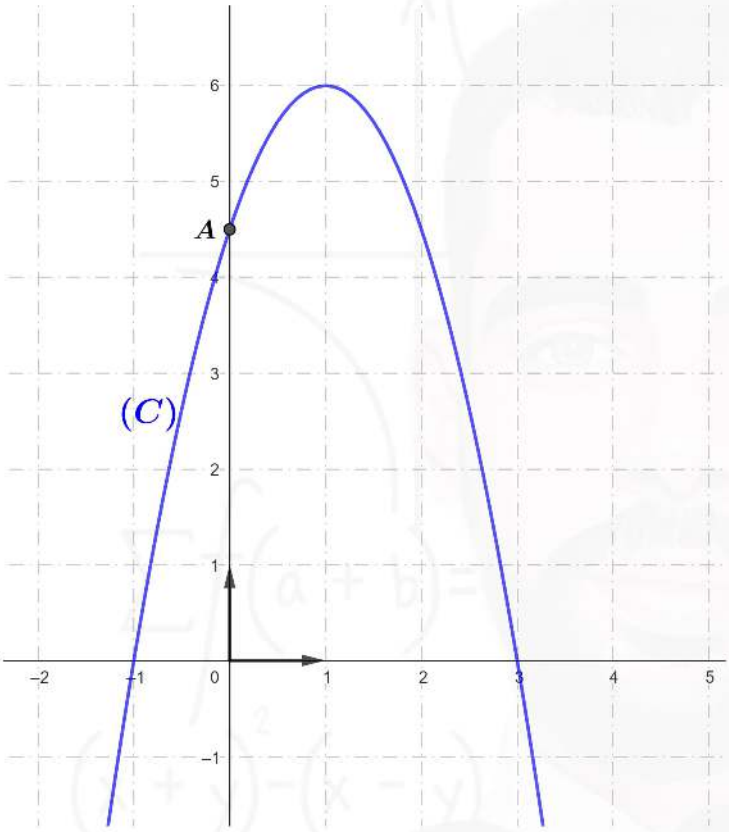
III) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $h(x)=f(-|x|)$

[00.50 ن] ❶ ادرس شفعية الدالة h

[01.00 ن] ❷ وضّح كيف يمكن إنشاء (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من (C_f)، ثمّ أنشئه

← التمرين الثالث ﴿05 نقاط﴾

(C) التمثيل البياني للدالة f' مشتقة الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، حيث (C) يقطع حامل محور التراتيب في النقطة $A\left(0;\frac{9}{2}\right)$. كما هو مبين في الشكل الآتي:



• أجب بصحيح أو خطأ (مع التبرير):

[01.00 ن] ❶ $f'(1)=0$

[01.00 ن] ❷ f موجبة تماما على $]-1;3[$

[01.00 ن] ❸ f متناقصة تماما على $]1;+\infty[$

[01.00 ن] ❹ إذا كان $f(0)=0$ فإن معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي $(T):y=\frac{9}{2}x$

[01.00 ن] ❺ f تقبل قيمة حدية عند $x=1$

حِكمة: مهما كان العلم متعبًا، فلن يكون أشد إرهاقًا من الجهل

ويا عزيزي التلميذ بعد نهاية الاختبار امسح رمز الاستجابة السريعة لمشاهدة الحل المفصل

Scan me

www.dzexams.com

التمرين الأول (05 نقاط)

(I

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $Q(x)=0$:

لدينا: $\Delta=(-8)^2-4(1)(7)=36$

ومنه: $x=\frac{-(-8)+\sqrt{36}}{2(1)}=7$ أو $x=\frac{-(-8)-\sqrt{36}}{2(1)}=1$

إذن: $S_{Q(x)=0}=\{1;7\}$

2) استنتاج حسب قيم x إشارة $Q(x)$ على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		1		7		$+\infty$
$Q(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

(II

1) التأكد أن مميز ثلاثي الحدود $P(x)$ هو $\Delta_{P_\alpha}=2Q(\alpha)$:

$$\begin{aligned}\Delta_P&=\big(2(\alpha-2)\big)^2-4(\alpha^2+1)\frac{1}{2}\\&=4(\alpha^2+4-4\alpha)-2\alpha^2-2\\&=2\alpha^2-16\alpha+14\\&=2(\alpha^2-8\alpha+7)\\&=2Q(\alpha)\end{aligned}$$

2) من أجل $\alpha\in]1;7[$ استنتاج إشارة $P_\alpha(x)$ على $\mathbb{R}$:

من أجل $\alpha\in]1;7[$ لدينا: $\Delta_{P_\alpha}=2Q(\alpha)<0$

إذن: $P(x)=0$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$

وعليه إشارة $P_\alpha(x)$ من إشارة (α^2+1)

ولدينا: $\alpha^2+1>0$

إذن: $P_\alpha(x)>0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	

التمرين الثاني (10 نقاط)

(I

1) حساب $g(-1)$، واستنتاج تحليلا لـ $g(x)$:

لدينا: $g(-1)=(-1)^3+3(-1)+4=0$

ومنه: $g(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$

	1	0	3	4
-1	0	-1	1	-4
	1	-1	4	0

ومنه: $\boxed{g(x)=(x+1)(x^2-x+4)}$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$:

لدينا: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ لأنّ f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ، و $g(-2)=0$

3) جدول إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

(II

1) أ- تبيين أن: $f'(x)=\frac{-x\cdot g(x)}{(1+x^2)^2}$:

لدينا: الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$، حيث:

$$\begin{aligned}f'(x)&=\frac{-3x^2(1+x^2)-2x(2-x^3)}{(1+x^2)^2}\\&=\frac{-3x^2-3x^4-4x+2x^4}{(1+x^2)^2}\\&=\frac{-x^4-3x^2-4x}{(1+x^2)^2}\\&=\frac{-x(x^3+3x+4)}{(1+x^2)^2}=\boxed{\frac{-x\cdot g(x)}{(1+x^2)^2}}\end{aligned}$$

ب- استنتاج تغيرات الدالة f

لدينا: $(1+x^2)^2>0$، ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $(-x\cdot g(x))$

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$-x$	$+$		$+$		0	$-$	
$g(x)$	$-$	0	$+$		$+$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		

ومنه الدالة f : • متزايدة تماما على $]-1;0[$

• متناقصة تماما على $]-\infty;-1[$ و $]0;+\infty[$

• تشكيل جدول تغيرات f

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$\frac{3}{2}$	$\nearrow$	2	$\searrow$	

ج- تعيين دون حساب $\lim\limits_{h\to0}\left(\frac{f(h)-2}{h}\right)$:

$$\begin{aligned}\lim_{h\to0}\left(\frac{f(h)-2}{h}\right)&=\lim_{h\to0}\left(\frac{f(0+h)-f(0)}{h}\right)\\&=f'(0)=0\end{aligned}$$

ومنه: (C_f) يقبل مماسا أفقيا معادلته $y=2$

2) إيجاد حصرا للعدد Ω :

لدينا: $\Omega=\sqrt{\frac{2-\omega^3}{1+\omega^2}}=\sqrt{f(\omega)}$

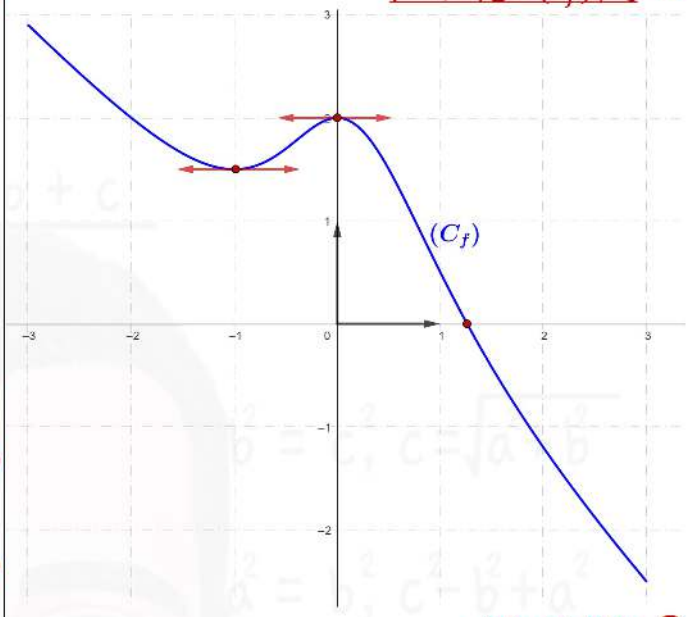
ولدينا: الدالة f متناقصة لما $x\in[-2;-1]$

وعليه: $-2\le\omega\le-1$ معناه: $f(-2)\le f(\omega)\le f(-1)$

www.dzexams.com

أي: $\frac{3}{2} \le f(\omega) \le 2$ أي: $\sqrt{\frac{3}{2}} \le \Omega \le \sqrt{2}$

❸ رسم (C_f) على $[-3;3]$



❹ المناقشة البيانية:

نضع: $f(x) = m \dots (E)$

لدينا: (E) تكافئ: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = m \end{cases}$. ومنه حلول (E) هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y = m$:

- لما $-\frac{5}{2} < m < \frac{3}{2}$: المعادلة (E) تقبل حل موجب تماما
- لما $m = \frac{3}{2}$: المعادلة (E) تقبل حلان مختلفان في الإشارة
- لما $\frac{3}{2} < m < 2$: المعادلة (E) تقبل حل موجب تماما وحلان سالبان تماما
- لما $m = 2$: المعادلة (E) تقبل حل معدوم وحل سالب تماما
- لما $2 < m < \frac{29}{10}$: المعادلة (E) تقبل حل سالب تماما

III)

❶ دراسة شفعية الدالة h:

لدينا $D_h = \mathbb{R}$ ومنه: لما $x \in D_h$ فإنّ $(-x) \in D_h$

ولدينا: $h(-x) = f(-|-x|) = f(-|x|) = h(x)$

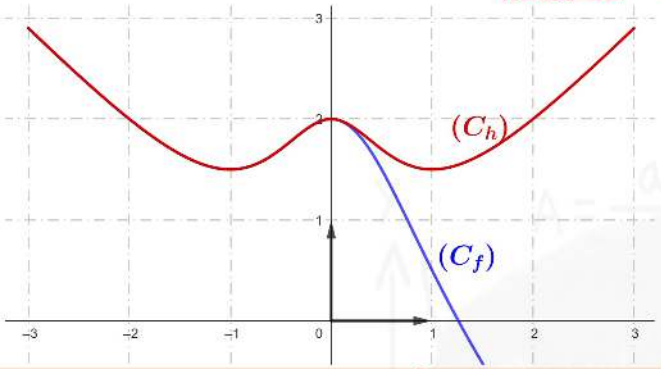
ومنه الدالة h زوجية

❷ توضيح كيف يمكن إنشاء (C_h):

لدينا: $h(x) = f(-|x|) = \begin{cases} f(-x) & ; \ x \ge 0 \\ f(x) & ; \ x \le 0 \end{cases}$

ومنه (C_h) ينطبق على (C_f) لما $x \le 0$ ، وبما أن الدالة h زوجية فهي متناظرة بالنسبة لمحور التراتيب

- إنشاء (C_h)



التمرين الثالث ﴿05 نقاط﴾

❶ $f'(1) = 0$:

خطأ، لأنّ: $f'(1) = 6$

❷ f موجبة تماما على المجال $]-1;3[$:

خطأ. f متزايدة تماما على $]-1;3[$ وليس موجبة على $]-1;3[$

❸ f متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$:

خطأ، لأنّ:

$x \in [1;3]$ لما $f'(x) \ge 0$ و $x \in [3;+\infty[$ لما $f'(x) \le 0$

إذن الدالة f ليست متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$

❹ إذا كان $f(0) = 0$ فإن معادلة (T) هي $y = \frac{9}{2}x$:

صحيح، لأنّ:

$$(T): y = f'(0)(x-0) + f(0) = \frac{9}{2}x + 0 = \frac{9}{2}x$$

❺ f تقبل قيمة حدية عند 1:

خطأ، لأنّ: f تقبل قيمة حدية عند 3 و -1 فقط

www.dzexams.com