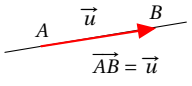
ملخص الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

تعريف شعاع :

A و B نقطتين من المستوي، الإنسحاب الذي يحول A إلى B يعرف شعاعا $\overrightarrow{AB}$ له ثلاث عناصر أساسية و هي :

✍ المنحى ✍ الطويلة ✍ الإتجاه



◄ إذا كانت A منطبقة على B فإن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يصبح معدوما و نكتب $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

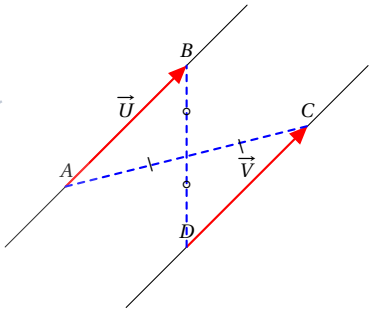
تساوي شعاعين :

$\vec{u}=\vec{v}$ معناه أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس المنحى، نفس الإتجاه و نفس الطول

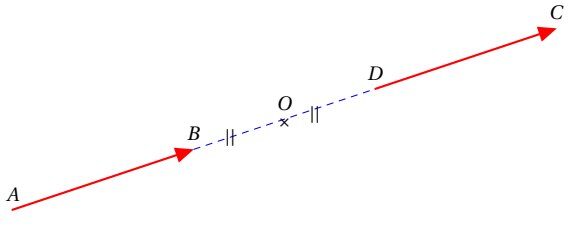
ملاحظة :

A، B، C و D أربع نقط من المستوي إذا كان $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ فإن $[AC]$ و $[BD]$ متناصفان أي $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{OD}$ و نميز حالتين :

◄ إذا كانت النقط A، B، C و D ليست في إستقامية فالرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع كما هو موضح في الشكل الموالي.



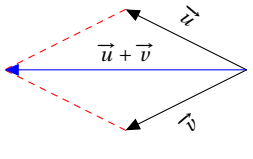
◄ إذا كانت النقط A، B، C و D في إستقامية نحصل على :



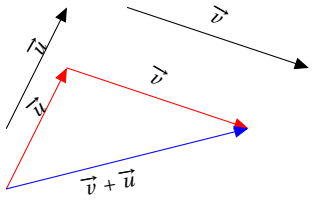
مجموع شعاعين :

مجموع شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو الشعاع $\vec{u}+\vec{v}$ و المعرف كمايلي :

◄ إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس المبدء فإن :



◄ إذا كانت نهاية $\vec{u}$ بداية $\vec{v}$ فإن :



الشعاعان المتعاكسان :

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعاكسان معناه لهما نفس المنحى و نفس الطويلة لكن متعاكسان في الإتجاه و نكتب $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$ حيث : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$

جداء شعاع بعدد حقيقي :

$\vec{u}$ شعاع من المستوي و k عدد حقيقي غير معدوم، جداء الشعاع $\vec{u}$ بعدد حقيقي هو الشعاع $k\vec{u}$ حيث :

★ $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس الأتجاه إذا كان $k>0$

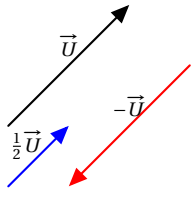
★ $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما متعاكسان الأتجاه إذا كان $k<0$

★ $\|k\vec{u}\|=|k|\|\vec{u}\|$

الإرتباط الخطي :

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا معناه $\vec{u}=k\vec{v}$

◄ يكون شعاعان غير معدومان مرتبطان خطيا إذا كان لهما نفس المنحى.



التوازي و الإستقامية :

◄ يكون مستقيمان (AB) و (CD) متوازيان إذا و فقط إذا كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ مرتبطان خطيا.

تكون النقط A ، B و C على إستقامية إذا و فقط كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$ خطيا.

مرجع شعاع :

من أجل كل نقطتين من المستوي $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ فإن الشعاع $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$

نتائج :

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم لمستو $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعان حيث : $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ متساويان معناه $x=x'$ و $y=y'$

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا معناه $xy'-yx'=0$

المسافة بين نقطتين :

$$\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

إحداثيتي منتصف قطعة :

$M(x;y)$ منتصف القطعة $[AB]$ فإحداثيتي النقطة M هي :

$$M\left(\frac{x_a+x_b}{2};\frac{y_a+y_b}{2}\right)$$

المستقيم في المستوي :

كل نقطتين متمايزتين من المستوي A و B تعينان مستقيما (AB) حيث من أجل كل نقطة M، الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مرتبطان خطيا.

◄ يسمى كل شعاع له نفس منحى المستقيم (AB) شعاع توجيه المستقيم.

www.dzexams.com

ملخص الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

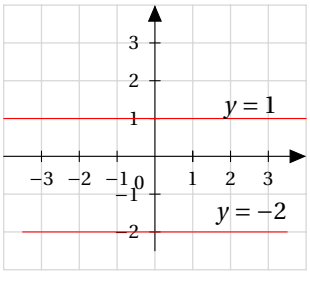
معادلة مستقيم :

كل مستقيم من المستوي له معادلة من الشكل : $ax+by+c=0$ تسمي المعادلة الديكارتية لمستقيم حيث الشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ هو شعاع توجيهه.

الحالات الممكنة لمعادلة مستقيم :

الحالة الأولى
$a=0$ و $b\neq 0$

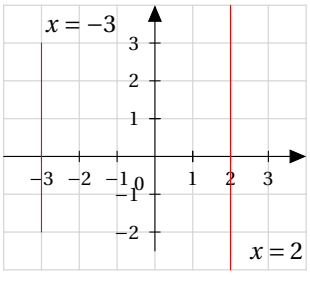
المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $by+c=0$ اي $y=\underbrace{-\frac{c}{b}}_{m}$ حيث



كل معادلة من الشكل $y=m$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور الفواصل شعاع توجيهه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\0\end{pmatrix}$.

الحالة الثانية
$a\neq 0$ و $b=0$

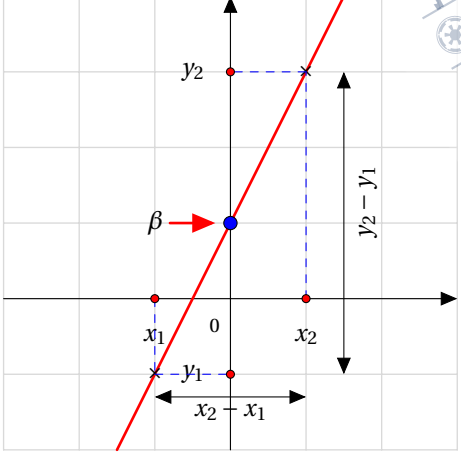
المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $ax+c=0$ اي $x=\underbrace{-\frac{c}{a}}_{t}$ حيث .



كل معادلة من الشكل $x=t$ هي معادلة لمستقيم موازي لحامل محور التراتيب شعاع توجيهه هو : $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\a\end{pmatrix}$.

الحالة الثالثة
$a\neq 0$ و $b\neq 0$

المعادلة $ax+by+c=0$ تصبح $y=\underbrace{-\frac{a}{b}}_{\alpha}x-\underbrace{\frac{c}{b}}_{\beta}$ اي $y=\alpha x+\beta y$ حيث كل معادلة من الشكل $y=\alpha x+\beta y$ هي معادلة لمستقيم مائل .



◄ تسمي $y=\alpha x+\beta y$ المعادلة المختصرة للمستقيم حيث α معامل توجيه المستقيم يحسب كالتالي : $\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

◄ β هي ترتيب نقطة تقاطع المستقيم مع حامل محور التراتيب.

نعين معادلة مستقيم من المستوي بإعطاء نقطتين منه أو نقطة و شعاع توجيه

www.dzexams.com

ملخص الحساب الشعاعي و معادلة مستقيم

شرط توازي مستقيمين :

◄ $(D):ax+by+c=0$ و $(D'):a'x+b'y+c'=0$ ، $(D)\parallel(D')$ إذا و فقط إذا كان $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix}-b'\\a'\end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا.

$$(D)\parallel(D') \text{ معناه } ab'-ba'=0$$

(يكون مستقيمان متوازيان إذا كان شعاعي توجيههما مرتبطان خطيا)

◄ $(D):y=\alpha x+\beta$ و $(D):y=\alpha' x+\beta'$

$$(D)\parallel(D') \text{ معناه } \alpha=\alpha'$$

(يكون مستقيمان متوازيان إذا كان لهما نفس معامل التوجيه)

جملة معادلتين خطيتين :

نسمي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كل جملة من الشكل $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ ◄ حل الجملة معناه إيجاد الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق معادلتي الجملة في آن واحد.

طرق حل جملة معادلتين خطيتين :

◄ طريقتي الجمع أو التعويض

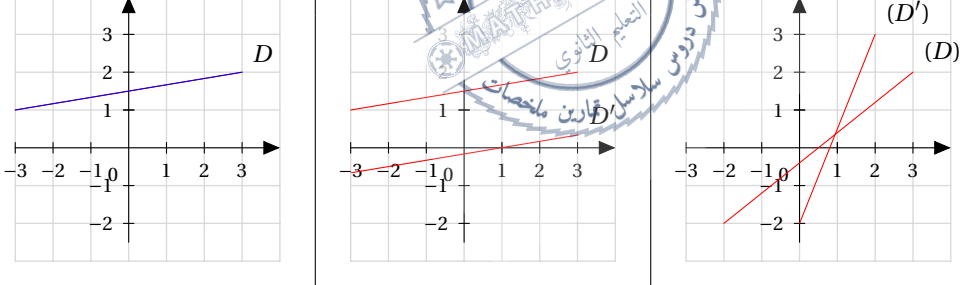
◄ حساب المحدد $ab'-ba'$ حيث نميز حالتين :

◄ إذا كان $ab'-ba'\neq 0$ فالمعادلة تقبل حل وحيد.

◄ إذا كان $ab'-ba'=0$ فالمعادلة لا تقبل حل أو تقبل مالانهاية من الحلول .

حل جملة معادلتين :

الجملة	$(S):\begin{cases}ax+by=c\cdots(1)\\a'x+b'y=c'\cdots(2)\end{cases}$	
المحدد	$ab'-ba'$	
الحلول	$ab'-ba'=0$	$ab'-ba'\neq 0$
	(1) و (2) غير متكافئتان	(1) و (2) متكافئتان
	(S) لا تقبل حلول في $\mathbb{R}^2$	(S) تقبل مالا نهاية من الحلول في $\mathbb{R}^2$
	(S) تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}^2$	
التفسير البياني	المستقيمان (D) و (D') متوازيان	المستقيمان (D) و (D') منطبقان
	المستقيمان (D) و (D') يتقاطعان في نقطة وحيدة	



صفحة الأستاذة نرجس مرواني
LaTeX MATHEMATICS
التعليم الثانوي
فروض دروس ملاخص قادرين ملخصات

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات
merouaninardjiss@gmail.com
profmerouani 0770349020

www.dzexams.com