

كتاب السنة الرابعة متوسط رياضيات:
ملخصات الدروس و حلول تمارين الكتاب
المدرسي
مع مواضيع محلولة

إعداد : الياس بوسماحة

ملخصات الدروس

الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

1- التعرف على قاسم عدد طبيعي:

تعريف: إذا كان a, b عددين طبيعيين حيث: $b \neq 0$
فإن b قاسم لـ a إذا كان باقي القسمة الإقليدية لـ a على b معدوماً.

مثال:

$112 = 16 \times 7 + 0$
* 112 هو مضاعف لكل من 16 و 7.
* 16 قاسم لـ 112 و 7 قاسم لـ 112.
* باقي القسمة الإقليدية هو 0.

$$\begin{array}{r|l} 112 & 16 \\ 0 & 7 \end{array}$$

ملاحظة هامة:

العدد 0 لا يقسم أي عدد طبيعي.

2- قواسم عدد طبيعي:

خاصية 1: a, b, n أعداد طبيعية غير معدومة حيث: $a > b$
إذا كان n يقسم كلا من a و b فإن n يقسم كلا من $(a + b)$ و $(a - b)$

مثال: 5 قاسم لكل من 15 و 45
ومنه 5 قاسم لـ $(45 + 15)$ و قاسم لـ $(45 - 15)$

خاصية 2: a, b, n أعداد طبيعية غير معدومة حيث: $a > b$
إذا كان n يقسم كلا من a و b فإن n يقسم باقي القسمة الإقليدية لـ a على b .

$$\begin{array}{r|l} 40 & 16 \\ \boxed{8} & 2 \end{array}$$

مثال: 4 يقسم كلا من 16 و 40 ومنه 4 يقسم باقي القسمة 8.

3- القاسم المشترك الأكبر:

تعريف: - القاسم المشترك لعددين طبيعيين هو عدد طبيعي يقسم كلا منهما.
- أكبر قاسم مشترك لعددين يسمى القاسم المشترك الأكبر لهما.

مثال: - قواسم 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12.

- قواسم 18 هي: 1، 3، 6، 9، 18.

- القواسم المشتركة هي: 1، 3، 6.

- العدد 6 هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 12 و 18 ونكتب: $\text{PGCD}(12, 18) = 6$

4- الكسر غير القابل للاختزال:

تعريف: a, b عدنان طبيعيان حيث: $b \neq 0$

الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال يعني a و b أوليان فيما بينهما.

مثال: $\frac{7}{19}$ غير قابل للاختزال لأن 7 و 19 أوليان فيما بينهما.

ملاحظة: عندما نقسم كلا من حدي كسر على القاسم المشترك الأكبر لبسطه ومقامه نحصل على كسر غير قابل للاختزال.

$$\text{مثال: } \frac{45}{135} = \frac{45 \div 45}{135 \div 45} = \frac{1}{3}$$

5- تطبيق خوارزمية إقليدس (عمليات الطرح المتتالية):

مثال: أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 78 و 143

$$\text{الحل: } 143 - 78 = 65$$

$$78 - 65 = 13$$

$$65 - 13 = 52$$

$$52 - 13 = 39$$

$$39 - 13 = 26$$

$$26 - 13 = 13$$

$$13 - 13 = 0$$

إذن: $\text{PGCD}(78, 143) = 13$

6- تطبيق خوارزمية إقليدس (سلسلة القسومات المتتالية):

مثال: أوجد ال PGCD للعددين 44 و 77

الحل:

$$\begin{array}{r|l} 33 & 11 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 44 & 33 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 77 & 44 \\ \hline 33 & 1 \end{array}$$

$$77 = 44 \times 1 + 33$$

$$44 = 33 \times 1 + 11$$

$$33 = 11 \times 3 + 0$$

إذن: $\text{PGCD}(77, 44) = 11$

العمليات على الجذور التربيعية

خاصية 1: a و b عدنان موجبان.

$$\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b} \quad \text{و} \quad \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

أمثلة:

(1)

$$\sqrt{25} \times \sqrt{4} = \sqrt{25 \times 4} = \sqrt{100} = 10^*$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2 \times 1}{2}} = \sqrt{1} = 1^*$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{21}^*$$

$$* \sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$* \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

(2)

$$* \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$* \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

خاصية 2: a ، b عدنان موجبان حيث: $b \neq 0$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

أمثلة:

$$* \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$$

$$* \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$$

$$* \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

ملاحظات:

(1) a ، b عدنان موجبان: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

(2) a ، b عدنان موجبان و $a < b$: $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$

أمثلة:

$$\sqrt{64} + \sqrt{36} \neq \sqrt{64 + 36} \quad (1)$$

$$\sqrt{64} + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14 \quad \text{لأن:}$$

$$\sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \quad \text{و}$$

$$\sqrt{100} - \sqrt{36} \neq \sqrt{100 - 36} \quad (2)$$

$$\sqrt{100} - \sqrt{36} = 10 - 6 = 4 \quad \text{لأن:}$$

$$\sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \quad \text{و}$$

3- جعل مقام نسبة عددا ناطقا:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} \quad (a \neq b)$$

أمثلة: لنجعل مقامات النسب الآتية أعدادا ناطقة:

$$\frac{11}{\sqrt{7}}, \frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$* \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$* \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$* \frac{11}{\sqrt{7}} = \frac{11 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{11\sqrt{7}}{7}$$

الحساب الحرفي

1- الجداءات الشهيرة:

* مهما يكن العدان a و b فإن:

$$* (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$* (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$* (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

هذه المساويات تسمى بالجداءات الشهيرة أو المتطابقات الشهيرة.

أمثلة:

أنشر العبارات التالية: $(\sqrt{2}x + 6)(\sqrt{2}x - 6)$ ، $(1 - 3x)^2$ ، $(3 + \sqrt{5})^2$

$$* (3 + \sqrt{5})^2 = (3)^2 + (\sqrt{5})^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{5} = 9 + 5 + 6\sqrt{5} = 14 + 6\sqrt{5}$$

$$* (1 - 3x)^2 = (1)^2 + (3x)^2 - 2 \times 1 \times 3x = 1 + 9x^2 - 6x$$

$$* (\sqrt{2}x + 6)(\sqrt{2}x - 6) = (\sqrt{2}x)^2 - (6)^2$$

* مهما تكن الأعداد الحقيقية a ، b ، c ، d فإن:

$$* ab + ac = a(b + c)$$

$$* a(c + d) + b(c + d) = (c + d)(a + b)$$

أمثلة:

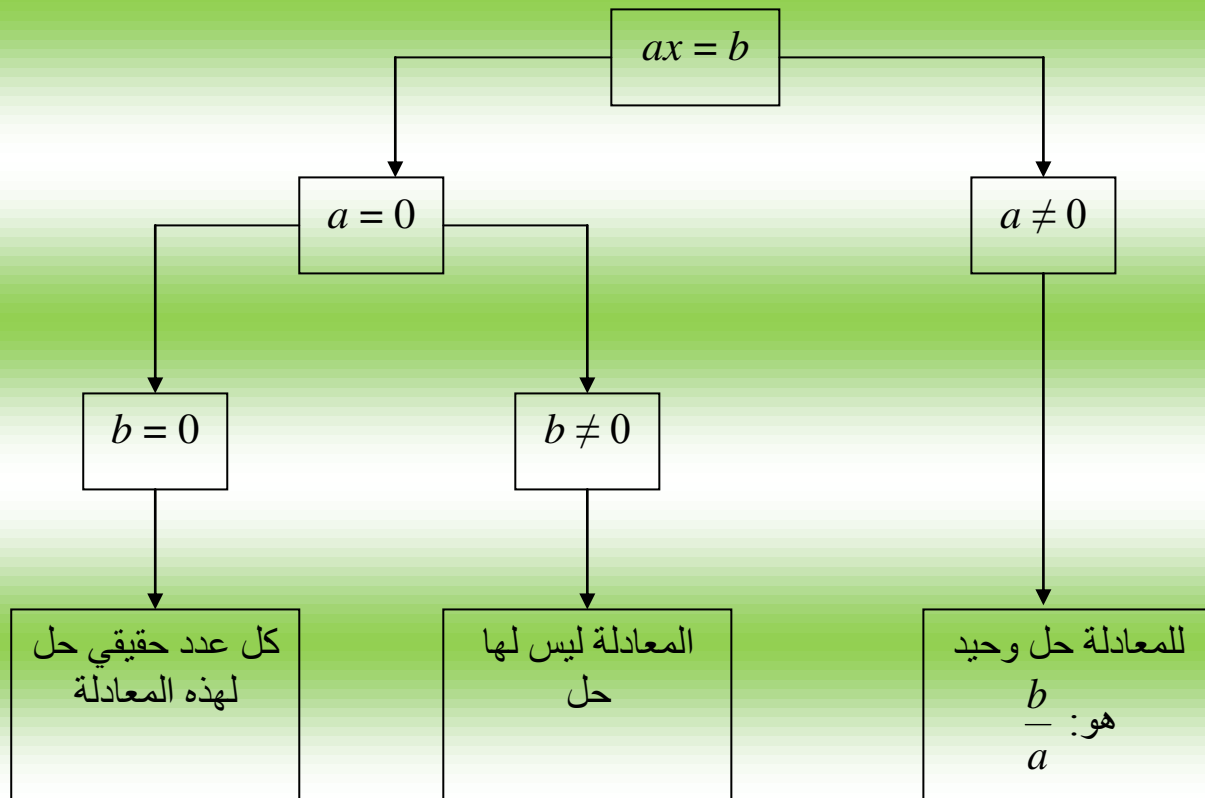
$$5x + 5y = 5(x + y)$$

$$2(x + 2) + 3(x + 2) = (x + 2)(2 + 3)$$

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1- حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد: كل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد تؤول بعد التحويلات اللازمة إلى معادلة من الشكل: $ax = b$

مخطط حل هذه المعادلة



أمثلة:

لنحل المعادلات الآتية:

* $3x + 4 = x - 6$

* $2(3x + 1) = 6x - 8$

* $4(5x - 2) = 20x - 8$

الحل:

* $3x + 4 = x - 6$

$3x - x = -6 - 4$

$2x = -10$

أي:
أي:

$$\frac{-10}{2}x = \text{ومنه:}$$

$$x = -5$$

أي:

$$* 2(3x + 1) = 6x - 8$$

$$6x + 2 = 6x - 8$$

$$6x - 6x = -8 - 2$$

$$0x = -10$$

أي:

أي:

أي:

هذه المعادلة ليس لها حل

$$* 4(5x - 2) = 20x - 8$$

$$20x - 8 = 20x - 8$$

$$20x - 20x = -8 + 8$$

$$0x = 0$$

أي:

أي:

أي:

كل عدد حقيقي حل لهذه المعادلة

2- تربيض مسألة:

لتربيض مسألة نتبع الخطوات التالية:

- اختيار المجهول.
- صياغة المسألة في شكل معادلة.
- حل المعادلة المحصل عليها.
- التحقق من صحة النتائج.

مثال 1:

في سنة 2010 عمر أب هو 42 سنة وعمر ابنه 11 سنة.
في أي سنة يصبح عمر الأب ضعف عمر ابنه؟

الحل:

بعد x سنة يصبح عمر الأب: $42 + x$

ويصبح عمر الابن: $11 + x$

$$\text{ومنه: } 42 + x = 2(11 + x)$$

$$42 + x = 22 + 2x \quad \text{أي:}$$

$$x - 2x = 22 - 42 \quad \text{أي:}$$

$$-x = -20 \quad \text{أي:}$$

$$x = 20 \quad \text{ومنه:}$$

إذن بعد 20 عاما يصبح عمر الأب ضعف عمر الابن أي في سنة 2030.

مثال 2:

أوجد ثلاثة أعداد طبيعية مجموعها 36.

الحل:

نفرض العدد الأول x ، فيكون الثاني $x + 1$ ، ويكون الثالث $x + 2$

ومنه: $x + (x + 1) + (x + 2) = 36$

أي: $3x + 3 = 36$

أي: $3x = 36 - 3 = 33$

ومنه: $x = \frac{33}{3} = 11$

إذن الأعداد هي: 11، 12، 13

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

- كل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد x تؤول إلى متراجحة من الشكل:
 $ax < b$ أو $ax > b$ أو $ax \leq b$ أو $ax \geq b$
- حل متراجحة هو إيجاد كل القيم الممكنة للمجهول حتى تكون المتباينة صحيحة.
هذه القيم هي حلول المتراجحة.

أمثلة:

(1) لنحل المتراجحة: $6x + 4 > 4x - 6$

$$6x - 4x > -6 - 4$$

$$2x > -10$$

$$x > -5$$

كل القيم الأكبر تماما من -5 هي حلول للمتراجحة.

(2) لنحل المتراجحة: $3x - 7 < x + 9$

$$3x - x < 9 + 7$$

$$2x < 16$$

$$\frac{16}{2} x < 8$$

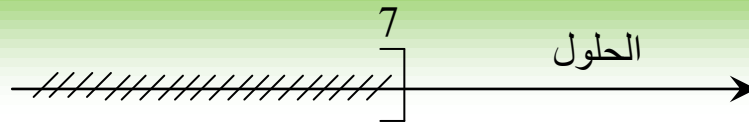
$$x < 8$$

كل القيم الأصغر تماما من 8 هي حلول للمتراجحة.

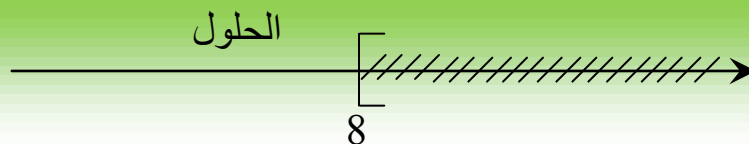
- تمثيل حلول متراجحة بيانيا:
تمثل مجموعة حلول المتراجحة على مستقيم عددي.

أمثلة:

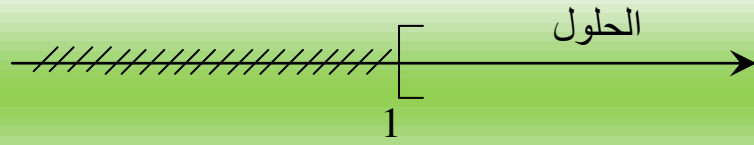
(1) حلول المتراجحة: $x > 7$ تمثل بيانيا كما يلي:



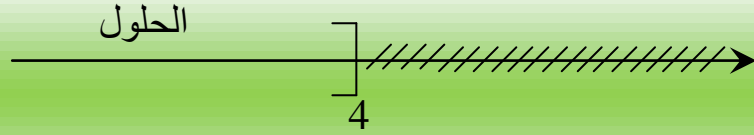
(2) حلول المتراجحة: $x < 8$ تمثل بيانيا كما يلي:



(3) حلول المتراجحة: $x \geq 1$ تمثل بيانيا كما يلي:



(4) حلول المتراجحة: $x \leq 4$ تمثل بيانيا كما يلي:



الدالة الخطية

تعريف: عندما نرفق كل عدد x بالجداء ax حيث a عدد طبيعي، نقول أننا عرفنا دالة خطية نرمز لها بالرمز: $f : x \mapsto ax$
نسمي $f(x)$ صورة x بالدالة f ونكتب: $f(x) = ax$

مثال 1: $f(x) = 5x$ هي دالة خطية معاملها 5.

مثال 2: $f(x) = 4x$
 $f(0) = 4 \times 0 = 0$
 $f(1) = 4 \times 1 = 4$
 $f(-2) = 4 \times (-2) = -8$

الدالة التآلفية

تعريف: a و b عددين معلومين.
عندما نرفق كل عدد x بالجداء ax ثم نضيف إلى ذلك الجداء عددا معلوما b ، نقول أننا عرفنا دالة تآلفية.

مثال 1: $g(x) = 2x + 6$ هي دالة تآلفية معاملها 2.

مثال 2: $g(x) = 5x + 1$
 $g(0) = 5 \times 0 + 1 = 1$
 $g(1) = 5 \times 1 + 1 = 6$
 $g(-2) = 5 \times (-2) + 1 = -9$
الأعداد 1، 6، -9 هي صور الأعداد 0، 1، -2 بواسطة هذه الدالة.

ملاحظات:

- الدالة الخطية هي حالة خاصة للدالة التآلفية.
- الدالة الخطية هي دالة تآلفية حيث $b = 0$
- تعبر الدالة الخطية عن وضعية تناسبية.

- التمثيل البياني لدالة خطية:

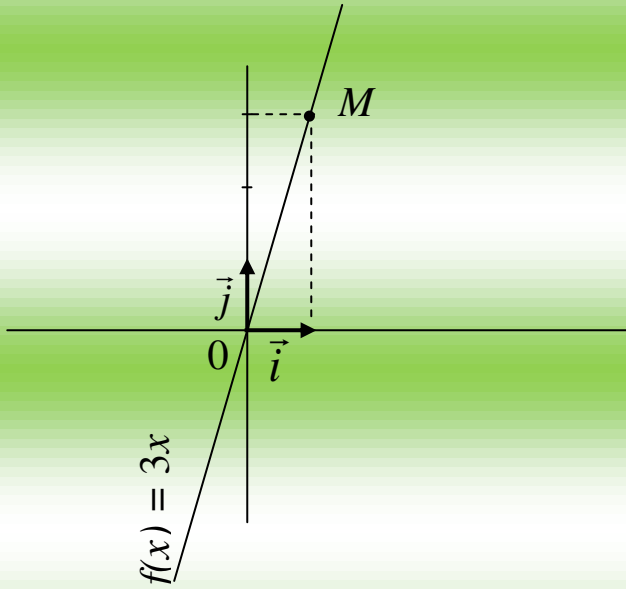
تمثل الدالة الخطية بمستقيم يمر بالمبدأ حيث تكفي نقطة واحدة تختلف عن المبدأ لرسمه.

مثال: $f(x)$ دالة خطية حيث:

$$f(x) = 3x$$

نفرض: $x = 1$ ومنه: $f(1) = 3 \times 1 = 3$

إذن النقطة $M(1,3)$ تنتمي إلى بيان الدالة.



- التمثيل البياني لدالة تآلفية:

تعريف: التمثيل البياني لدالة تآلفية $f : x \mapsto ax + b$ هو مجموعة النقاط ذات الإحداثيات (x,y)

بحيث: $y = ax + b$ وهي تمثل مستقيماً معادلته $y = ax + b$

- يسمى a معامل توجيه المستقيم.

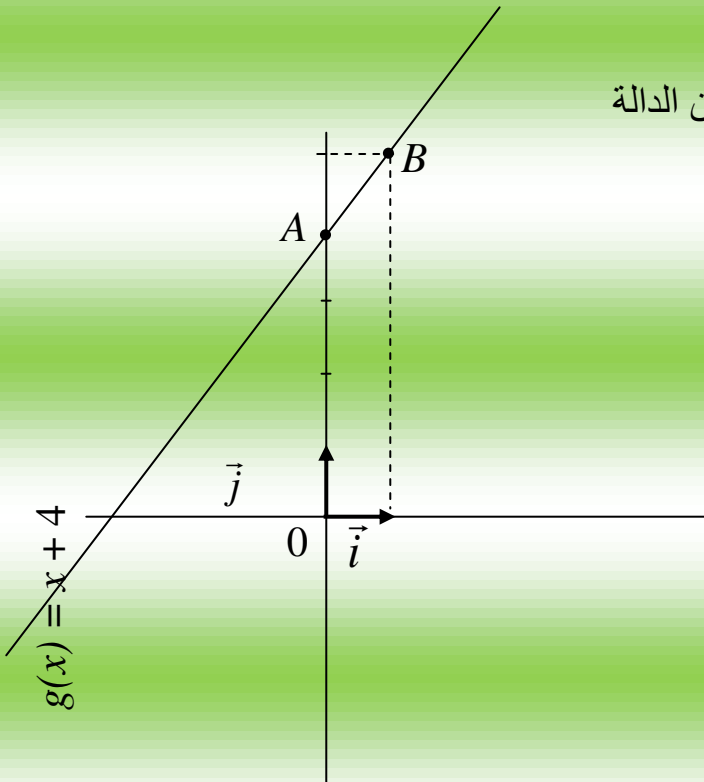
- يسمى b الترتيب إلى المبدأ.

مثال: $g(x)$ دالة تآلفية حيث: $g(x) = x + 4$

$$g(0) = 0 + 4 = 4$$

$$g(1) = 1 + 4 = 5$$

النقطتان $A(0,4)$ ، $B(1,5)$ تنتميان إلى بيان الدالة



تطبيقات التناسبية

• النسب المئوية:

* حساب $P\%$ من x هو حساب y حيث:

$$y = \frac{P}{100} x$$

مثال: ثمن بدلة رياضية 1200 DA ازداد ثمنها بـ 15%
- ما هو مقدار الزيادة؟

الحل:

$$y = \frac{15}{100} \times 1200$$

مقدار الزيادة هو:

$$y = 15 \times 12 = 180 \text{ DA}$$

* زيادة x بـ $P\%$ هو حساب y بحيث:

$$y = \left(1 + \frac{P}{100}\right)x$$

مثال: ثمن حذاء رياضي هو 1200 DA ازداد ثمنه بـ 20%
- ما هو ثمنه الجديد؟

الحل:

$$y = \left(1 + \frac{20}{100}\right) \times 1200$$

الثمن الجديد هو:

$$y = \left(\frac{100}{100} + \frac{20}{100}\right) \times 1200$$

أي:

$$y = \frac{120}{100} \times 1200$$

أي:

$$y = 120 \times 12$$

أي:

$$y = 1440 \text{ DA}$$

ومنه:

* خفض x بـ $P\%$ هو حساب y بحيث:

$$y = (1 - \frac{P}{100})x$$

مثال: وزن خالد 60 kg نقص وزنه بـ 20%
- ما هو وزنه الجديد؟

الحل:

$$y = (1 - \frac{20}{100}) \times 60$$

$$y = (\frac{100}{100} - \frac{20}{100}) \times 60 \text{ أي:}$$

$$y = \frac{80}{100} \times 60 \text{ أي:}$$

$$y = 48\text{ kg} \text{ أي:}$$

حل جملة معادلتين

1- الحل بطريقة التعويض:

$$\begin{cases} x + y = 6 \dots\dots\dots(1) \\ 3x - y = 10 \dots\dots(2) \end{cases} \quad \text{مثال 1: لنحل الجملة:}$$

$$x = 6 - y$$

من المعادلة (1):
بالتعويض في المعادلة (2) نجد:

$$3(6 - y) - y = 10$$

$$18 - 3y - y = 10 \quad \text{أي:}$$

$$-4y = 10 - 18 \quad \text{أي:}$$

$$-4y = -8 \quad \text{أي:}$$

$$y = \frac{-8}{-4} = 2 \quad \text{ومنه:}$$

$$x = 6 - 2 = 4 \quad \text{ومنه:}$$

إذن الثنائية (4,2) حل لهذه الجملة.

2- الحل بطريقة الجمع:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - y = 10 \end{cases} \quad \text{مثال 2: لنحل الجملة:} \quad \text{بطريقة الجمع}$$

الحل:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$$

بالجمع طرف إلى طرف نجد:

$$4x = 16 \quad \text{أي:}$$

$$x = \frac{16}{4} = 4$$

$$\begin{cases} -3x - 3y = -18 \\ 3x - y = 10 \end{cases} \quad \text{تصبح الجملة:} \quad \begin{cases} x + y = 6 \rightarrow \times(-3) \\ 3x - y = 10 \end{cases}$$

بالجمع طرف إلى طرف نجد:

$$-4y = 8 \quad \text{أي:}$$

$$y = 2 \quad \text{أي:}$$

الثنائية (4,2) حلا لهذه الجملة

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

1- المعادلة من الدرجة الأولى بمجهولين:

كل معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين تؤول بعد التحويلات اللازمة إلى معادلة من الشكل

$$ax + by = c$$

مثال: $5x + y + 6 = 2x - 7$

أي: $5x + y - 2x = -7 - 6$

ومنه: $3x + y = -13$

2- جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين:

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x ، y هي جملة من الشكل:

حيث: a, b, c, a', b', c' أعداد معلومة

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

مثال:

هي جملة معادلتين بمجهولين x و y .

$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ x - 4'y = 2 \end{cases}$$

الإحصاء

1- التكرار المجمع المتزايد:

في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، التكرار المجمع المتزايد لقيمة يحصل عليه بجمع تكرار هذه القيمة وتكرار القيم السابقة لها.

2- التكرار المجمع المتناقص:

في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، التكرار المجمع المتناقص لقيمة يحصل عليه بجمع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم الأكبر منها.

أمثلة:

(1) في السلسلة المبينة في الجدول، التكرار الكلي 18، التكرار المجمع الصاعد للقيمة 5 هو: 16 (أي نحسب مجموع التكرارات الأصغر من أو تساوي القيمة 5 وهي 16)

التكرار المجمع النازل للقيمة 4 هو: 10 (أي نحسب مجموع التكرارات الأكبر من أو تساوي القيمة 4 وهي 10)

قيم المتغير	التكرار	تكرار م ص
1	3	3
2	5	8
4	1	9
5	7	16
6	2	18
المجموع	18	

(2) إليك السلسلة الإحصائية التالية: 5، 5، 4، 4، 4، 3، 3، 2، 1، 1

الأرقام	1	2	3	4	5
التكرارات	2	1	2	3	2
التكرارات المجمع المتناقص	10	8	7	5	2

- التكرار النسبي المجمع الصاعد والنازل:

تعريف:

- التكرار النسبي المجمع الصاعد هو التكرار المجمع الصاعد بالنسبة إلى التكرار الكلي

$$\text{أي: } \frac{\text{التكرار المجمع الصاعد}}{\text{التكرار الكلي}} = \text{التكرار النسبي المجمع الصاعد}$$

- التكرار النسبي المجمع النازل هو التكرار المجمع النازل بالنسبة إلى التكرار الكلي

$$\text{أي: } \frac{\text{التكرار المجمع النازل}}{\text{التكرار الكلي}} = \text{التكرار النسبي المجمع النازل}$$

مثال: إليك السلسلة الإحصائية التالية:

العدد	0	1	2	3	5	7	8	المجموع
التكرارات	3	1	1	1	1	1	2	10
التكرارات المجمعة الصاعدة	3	4	5	6	7	8	10	
التواترات المجمعة الصاعدة	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1	
التكرارات المجمعة النازلة	10	7	6	5	4	3	2	
التواترات المجمعة النازلة	1	0,7	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	

- الوسط الحسابي:

الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية هو مجموع قيم هذه السلسلة على عدد قيمها.

مثال:

أحسب الوسط الحسابي للسلاسل الإحصائية التالية:

(1) 12, 1, 17, 2, 14, 5, 13, 4, 11, 2, 15, 5, 15, 7

(2) 10, 10, 20, 30, 40, 40, 60, 100

(3) 12, 4, 6, 7, 10, 13, 11

الحل:

$$1) \bar{X} = \frac{15,7 + 15,5 + 11,2 + 13,4 + 14,5 + 17,2 + 12,1}{7} = \frac{99,6}{7} = 14,22$$

$$2) \bar{X} = \frac{10 \times 2 + 20 + 30 + 40 \times 2 + 60 + 100}{8} = \frac{310}{8} = 38,75$$

$$3) \bar{X} = \frac{12 + 4 + 6 + 7 + 10 + 13 + 11}{7} = \frac{63}{7} = 9$$

- الوسيط:

وسيط سلسلة إحصائية مرتبة هي القيمة التي تجزئها إلى جزئين لهما نفس التكرار أي أن: عدد القيم الأصغر من الوسيط يساوي عدد القيم الأكبر منه.

مثال: أحسب وسيط السلسلة التالية:

85 ، 101 ، 95 ، 97 ، 102 ، 89 ، 107 ، 113 ، 93

الحل:

- أولاً: ترتيب قيم السلسلة تصاعدياً:

85 ، 89 ، 93 ، 95 ، 97 ، 101 ، 102 ، 107 ، 113

وسيط هذه السلسلة هو العدد 97.

- المدى:

تعريفه:

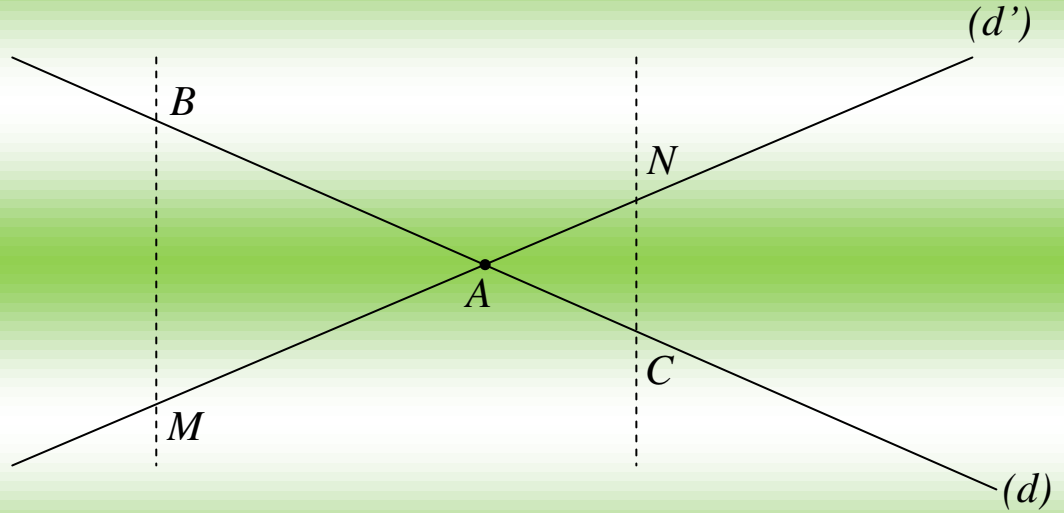
مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لها.

مثال:

إليك السلسلة الإحصائية التالية: 8 ، 7 ، 6 ، 5 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1

المدى هو: $8 - 1 = 7$

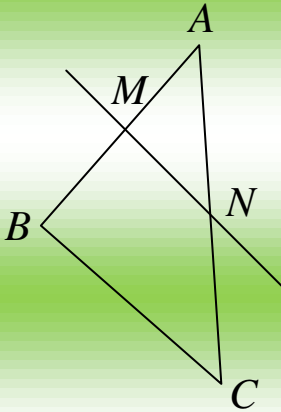
نظرية طالس



إذا كان (d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A
وإذا كان B و C نقطتان من (d) تختلفان عن A
والنقطتان M و N من (d') تختلفان عن A حيث: (BM) و (CN) متوازيان

$$\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC} = \frac{BM}{CN} \quad \text{فإن:}$$

هذه النظرية تسمى **نظرية طالس**



مثال:

لاحظ الشكل جيدا حيث $(MN) // (BC)$
و $AC = 10 \text{ cm}$ ، $AB = 8 \text{ cm}$ ، $AM = 2 \text{ cm}$
لنحسب الطول AN

الحل:

لدينا: $(MN) // (BC)$ بتطبيق نظرية طالس نجد:

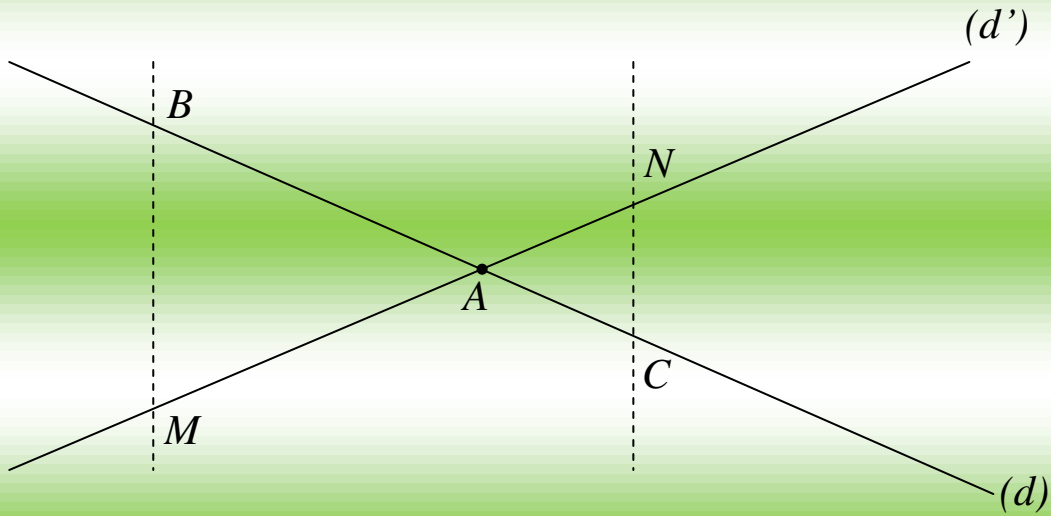
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{AN}{10} \quad \text{أي:}$$

$$AN = \frac{2 \times 10}{8} = \frac{20}{8} \quad \text{ومنه:}$$

$$AN = \frac{5}{2} = 2,5cm \quad \text{أي:}$$

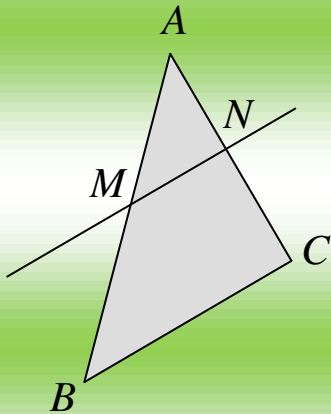
النظرية العكسية لنظرية طالس:



إذا كان (d') و (d) مستقيمان متقاطعان في النقطة A
وإذا كان B و C نقطتان من (d) تختلفان عن A

والنقطتان M و N من (d') تختلفان عن A حيث: $\frac{AN}{AM} = \frac{AC}{AB}$

والنقاط: A, N, M و A, C, B بنفس الترتيب فإن: (MB) و (CN) متوازيان



مثال:

ABC مثلث، $M \in [AB]$ و $N \in [AC]$

بحيث:

$$AM = 3 \text{ cm} \quad , \quad AB = 9 \text{ cm}$$

$$AC = 6 \text{ cm} \quad , \quad AN = 2 \text{ cm}$$

لنبين أن: $(MN) \parallel (BC)$

الحل:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad \text{يكفي أن نبين أن:}$$

$$* \frac{AM}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} *$$

نلاحظ أن: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ومنه: $(MN) \parallel (BC)$

النسب المثلثية

1- جيب زاوية حادة:

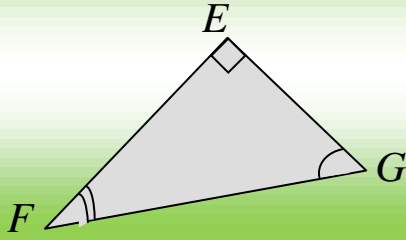
تعريف:

في مثلث قائم.

جيب زاوية حادة يساوي النسبة: $\frac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الوتر}}$

مثال: EFG مثلث قائم في E

حيث: $FG = 5 \text{ cm}$ ، $EF = 4 \text{ cm}$ ، $EG = 3 \text{ cm}$



احسب كلا من: $\sin \hat{EFG}$ ، $\sin \hat{EGF}$

الحل:

$$* \sin \hat{EFG} = \frac{EG}{EF} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$* \sin \hat{EGF} = \frac{EF}{FG} = \frac{4}{5} = 0,8$$

2- ظل زاوية حادة:

تعريف:

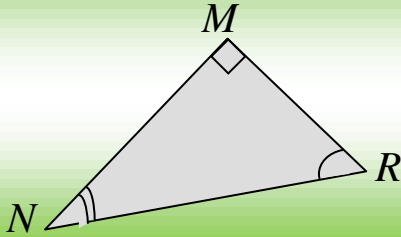
في مثلث قائم.

ظل زاوية حادة يساوي النسبة: $\frac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الضلع المجاور لها}}$

مثال:

MNR مثلث قائم في M

حيث: $MR = 6 \text{ cm}$ ، $MN = 8 \text{ cm}$



أحسب كلا من: $\tan \hat{MNR}$ ، $\tan \hat{MRN}$

الحل:

$$* \tan \hat{MRN} = \frac{MN}{MR} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$* \tan \hat{MNR} = \frac{MR}{MN} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

3- العلاقات بين النسب المئوية:

في مثلث قائم.

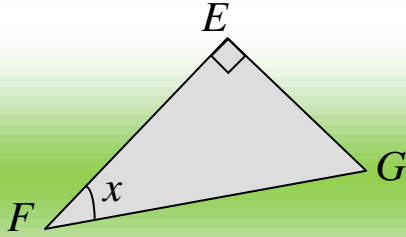
مهما يكن العدد n قيس زاوية حادة فإن:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \text{ و } \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

مثال:

EFG مثلث قائم في E

حيث: $FG = 5 \text{ cm}$ ، $EF = 4 \text{ cm}$ ، $EG = 3 \text{ cm}$



لنبين أن: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

الحل:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \left(\frac{EG}{FG}\right)^2 + \left(\frac{EF}{FG}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

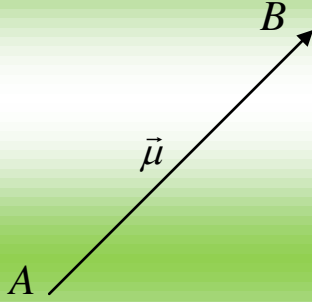
$$= \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

إذن: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

الأشعة والانسحاب

1- تعريف الشعاع:

إذا كان A و B نقطتان مختلفتان من المستوي.
الانسحاب الذي يحول A إلى B يعرف شعاعاً
نرمز له بالرمز $\vec{\mu}$

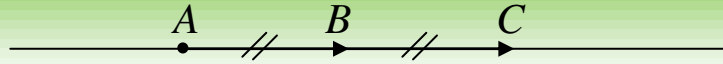


- الثنائية النقطية (A, B) تعين شعاعاً نرمز له بالرمز $\vec{AB}$
- الاتجاه من A إلى B هو اتجاه الشعاع $\vec{\mu}$

2- تساوي شعاعين:

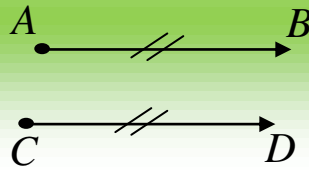
- الشعاعان المتساويان هما شعاعان لهما: - نفس المنحى
- نفس الاتجاه
- نفس الطول

مثال 1:



$$\vec{AB} = \vec{BC}$$

مثال 2:

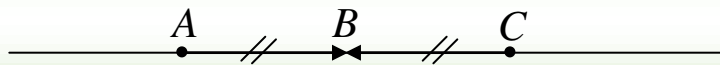


$$\vec{AB} = \vec{CD}$$

ملاحظة هامة:

- الشعاعان المتعاكسان هما شعاعان لهما: - نفس المنحى
- نفس الطول
- يختلفان في الاتجاه

مثال:



$$\vec{AB} = -\vec{CB} \quad \text{شعاعان متعاكسان ونكتب:} \quad \vec{CB} \text{ و } \vec{AB}$$

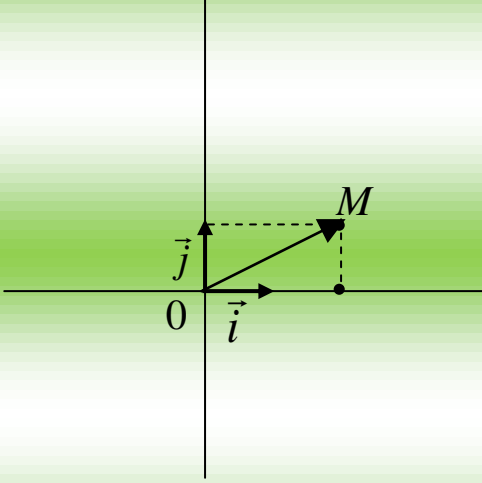
المعالم

* إحداثيا شعاع:

تعريف:

M نقطة من المستوى المزود بالمعلم (o, i, j)
بحيث: $M(n, y)$ إحداثيا النقطة M بالنسبة إلى هذا المعلم

هما إحداثيا الشعاع $\overrightarrow{OM}$ ونرمز لها بالرمز $\overrightarrow{OM}(n, y)$



مثال:

$M(2, 1)$ نقطة من المستوى.

فإن: $\overrightarrow{OM}(2, 1)$

* الشعاعان المتساويان:

$\vec{R}(x, y)$ ، $\vec{T}(x', y')$ شعاعان من المستوى.

$\vec{R} = \vec{T}$ معناه: $x = x'$ و $y = y'$

مثال:

أوجد العددين A و B بحيث يكون $\vec{R} = \vec{T}$

بحيث: $\vec{T}(3, B - 2)$ ، $\vec{R}(A + 1, 5)$

الحل:

* $A + 1 = 3$ معناه: $\vec{R} = \vec{T}$

أي: $A = 3 - 1 = 2$

* $B - 2 = 5$

أي: $B = 5 + 2 = 7$

* إحداثيا منتصف قطعة مستقيم:

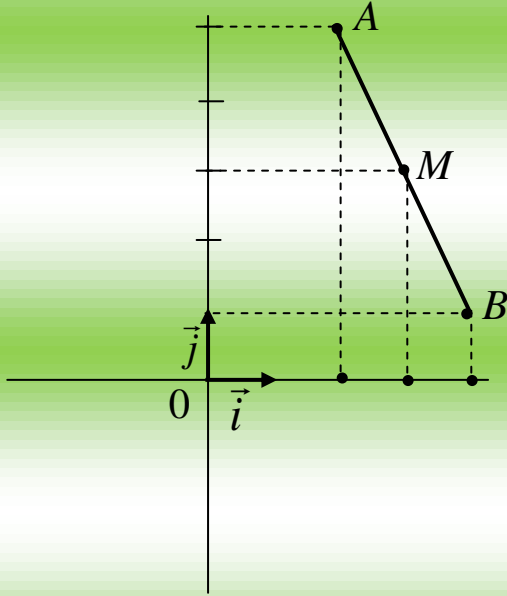
A و B نقطتان من مستو مزود بمعلم بحيث: $A(x_1, y_1)$ ، $B(x_2, y_2)$

إحداثيا النقطة M منتصف $[AB]$ هما:

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} ،$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

مثال: $A(2,5)$ ، $B(4,1)$ نقطتان من المستوي.
أوجد إحداثيا M منتصف $[AB]$



الحل:

$$x_M = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_M = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

إذن $M(3,3)$

* حساب الأطوال (المسافة بين نقطتين):

A و B نقطتان من مستوي مزود بمعلم بحيث: $A(x_1, y_1)$ ، $B(x_2, y_2)$

$$\text{فإن: } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مثال:

$A(-1,2)$ ، $B(3,4)$ نقطتان من مستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس.
أحسب الطول AB .

الحل:

$$AB = \sqrt{(3+1)^2 + (4-2)^2}$$

$$\text{أي: } AB = \sqrt{(4)^2 + (2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AB = 2\sqrt{5}$$

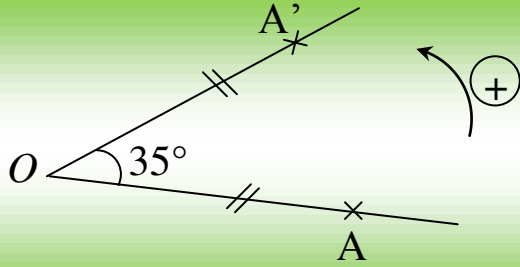
الدوران - الزوايا

1- الدوران:

* **تعريفه:** تحويل شكل بالدوران الذي مركزه O هو إدارته حول النقطة O وذلك بالحفاظ على نفس المسافة بين الشكل والنقطة O ، في اتجاه معين وبزاوية محددة.

ملاحظة: نميز الدوران بمركز وزاوية واتجاه.

مثال:



النقطة A' هي صورة A بالدوران الذي مركزه O وزاويته 35° في الاتجاه الموجب.

حالة خاصة:

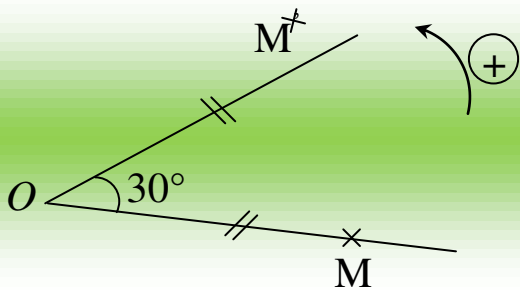
الدوران ذو المركز O والزاوية 180° هو تناظر مركزي مركزه O

* خواص الدوران:

- الدوران يحافظ على المسافات ويحافظ على أقياس الزوايا ويحافظ على استقامية النقط.
- الدوران يحافظ على طبيعة الأشكال.

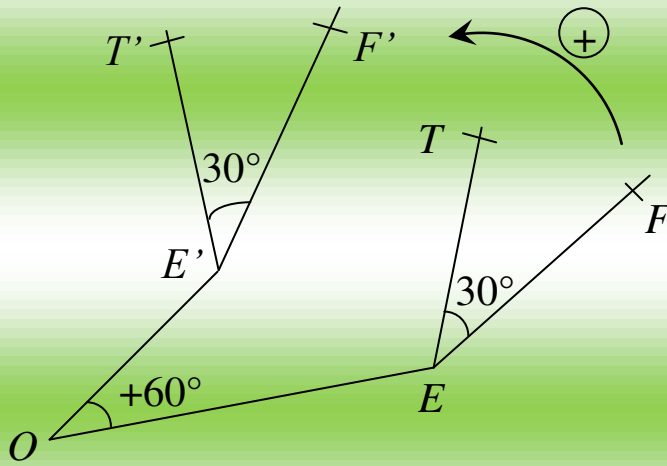
أمثلة توضيحية:

(1)



M^- هي صورة M بالدوران الذي مركزه O وزاويته 30° في الاتجاه الموجب.

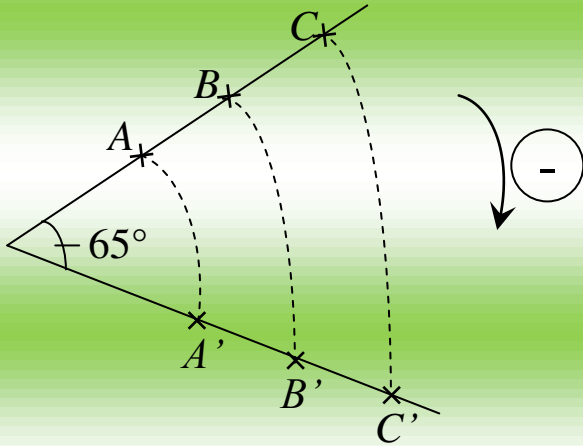
(2)



الزاوية $F\hat{E}T$ هي صورة الزاوية $F\hat{E}T$ بالدوران الذي مركزه O وزاويته 60° في الاتجاه الموجب.

$$T\hat{E}F = T^-\hat{E}^-F'$$

(3)



لدينا النقاط: A, B, C في استقامية بالصورها على الترتيب A', B', C' بالدوران الذي مركزه O وزاويته 65° في الاتجاه السالب. نلاحظ أن النقاط A', B', C' على استقامة واحدة.

2- الزاوية المحيطية والزاوية المركزية في دائرة:

تعريف:

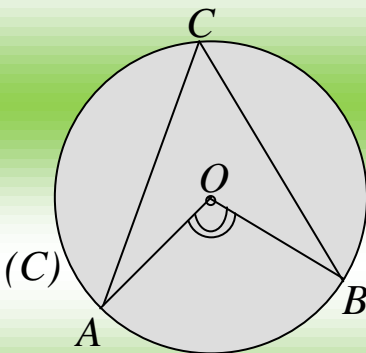
لتكن (C) الدائرة التي مركزها O

- نقول عن الزاوية $A\hat{C}B$ أنها زاوية محيطية في الدائرة (C) ، إذا كان رأسها C ينتمي إلى هذه الدائرة و $[AC]$ و $[BC]$ وتران لهذه الدائرة.

- نقول عن الزاوية $A\hat{O}B$ أنها مركزية في الدائرة (C) إذا كان رأسها هو مركز هذه الدائرة.

- الزاوية المركزية $A\hat{O}B$ والمحيطية $A\hat{C}B$

تحصران نفس القوس $\widehat{AB}$ من الدائرة.



ملاحظة هامة:

- قياس زاوية محيطية في دائرة (C) هو نصف قياس الزاوية المركزية التي تحصر نفس القوس معها.
- كل الزوايا المحيطية في دائرة التي تحصر نفس القوس متقايسة.

مثال:

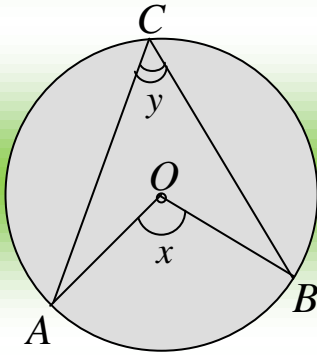
لاحظ الشكل

(C) دائرة مركزها O.

عبر عن y بدلالة x ثم عبر عن x بدلالة y

الحل:

$$x = 2y \quad \text{أو} \quad y = \frac{1}{2}x$$



الهندسة في الفضاء

1- الكرة والجلّة: (المساحة – الحجم)

مثال 1:

لنحسب مساحة كرة نصف قطرها 3 cm

$$S = 4\pi R^2 = 4 \times 3,14 \times (3)^2 = 113,04 \text{ cm}^2$$

بصفة عامة:

مساحة كرة نصف قطرها R هي: $S = 4 \pi R^2$

مثال 2:

لنحسب حجم جلة نصف قطرها 2 cm

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3,14 \times (2)^3 \approx 33,49 \text{ cm}^3$$

بصفة عامة:

حجم جلة نصف قطرها R هو: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

2- التكبير والتصغير:

بصفة عامة:

إذا كبرنا أو صغرنا مجسما بالسلم K فإن:

أبعاده تضرب في العدد K

مساحته تضرب في العدد K^2

حجمه يضرب في العدد K^3

مثال 1:

مربع طول ضلعه 2 cm

- لنحسب طول ضلع المربع المكبر بالمعامل 4

- لنحسب مساحة المربع المكبر بالمعامل 4

الحل:

- طول ضلع المربع المكبر هو: $4 \times 2 = 8 \text{ cm}$

- مساحة المربع المكبر بالمعامل 4 هي: $4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64 \text{ cm}^2$

مثال 2:

مخروط دوراني حجمه 23 cm^3 ، لنحسب حجم المخروط المكبر بالمعامل 3

$$V = 23 \times (3)^3 = 23 \times 27 = 621 \text{ cm}^3$$

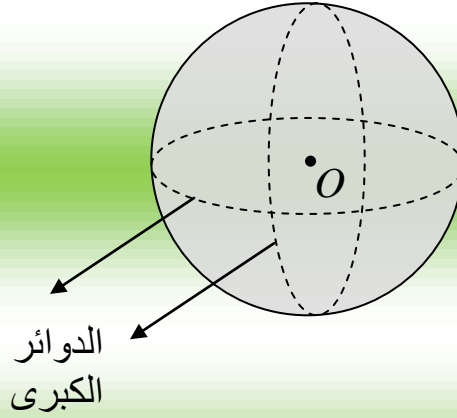
الهندسة الفضائية

• الكرة والجلة:

- تعاريف:

* الكرة التي مركزها O ونصف قطرها R هي مجموعة من النقط M من الفضاء بحيث: $OM = R$

* الجلة التي مركزها O ونصف قطرها R هي مجموعة من النقط M من الفضاء بحيث: $OM \leq R$



- مساحة الكرة - حجم الجلة:

* مساحة كرة نصف قطرها R تحسب كما يلي: $4 \pi R^2$

* حجم جلة نصف قطرها R تحسب كما يلي: $\frac{4}{3} \pi R^3$

أمثلة:

* لنحسب نصف قطر الكرة التي مساحتها $16 \pi \text{ cm}^2$

$$16 \pi = 4 \pi R^2$$

$$R^2 = 4 \quad \text{أي:}$$

$$R = \sqrt{4} = 2 \text{ cm} \quad \text{ومنه:}$$

* لنحسب قطر جلة حجمها $288 \pi \text{ cm}^3$

$$\pi R^3 \frac{4}{3} = 288 \pi$$

$$R^3 \frac{4}{3} 288 = \text{أي:}$$

$$R^3 = \frac{288 \times 3}{4} = \frac{864}{4} = 216 \quad \text{أي:}$$

$$R = 6 \text{ cm} \quad \text{ومنه:}$$

طول تحارين الكتاب المدرسي

حلول تمارين الكتاب المدرسي

التمرين 01 :

x و y عدنان طبيعان بحيث :

$$432x = 264y$$

أحسب الكسر $\frac{x}{y}$

و أعط الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين 02 :

- أحسب العدد الطبيعي x في كل من الحالات التالية :

1) $87 : x = 3$

2) $3x = 18$

3) $3(x - 1) = 120$

4) $4(x + 2) = 48$

5) $12(36 - 2x) = 144$

التمرين 03 :

بين أن 5^3 و 5^4 من قواسم 5^7 .

- أكتب العدد 7 على شكل مجموع عددين طبيعيين ، اذكر كل الحالات الممكنة .

- استنتج قواسم 5^7 .

التمرين 04 :

a و b عدنان طبيعان غير معدومين

اختزل الكسور التالية :

$$\frac{54ab}{27a^2b^2}, \quad \frac{8}{12ab}, \quad \frac{13a}{52a^2}, \quad \frac{21a^2}{42a}, \quad \frac{12b}{144ab^2}$$

التمرين 05 :

لبائع الزهور 48 وردة و 72 قرنفة يريد أن يستعمل كل هذه الزهور ليشكل أكبر عدد ممكن من الباقات المتماثلة

- ما هو عدد باقات الزهور ؟
- ما هو عدد الورود في كل باقة ؟
- ما هو عدد القرنفل في كل باقة ؟

التمرين 06 :

مجموعة أقلام تتكون من 301 قلم أحمر و 210 قلم أخضر ، نريد وضع تلك الأقلام في علبة بحيث :

- تضم كلها نفس عدد الأقلام
- تكون أقلام كل علبة من نفس اللون
- ما هو عدد الأقلام في كل علبة ؟
- ما هو عدد العلب من كل لون ؟

التمرين 07 :

لمحمد 165 كرية بيضاء و 135 كرية حمراء ، يريد أن يكون علبا متماثلة من حيث عدد الكريات البيضاء و الحمراء .

- ما هو أكبر عدد من العلب التي يمكن تكوينها ؟
- ما هو عدد الكريات البيضاء و عدد الكريات الحمراء التي تكون في كل علبة ؟

التمرين 08 :

احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين : 65 و 91 بطريقتين .

حل التمرين 01 :

لدينا : $432x = 264y$

ومنه : $\frac{264}{432} = \frac{x}{y} *$

$\text{PGCD} (264 . 432) = 24$

ومنه : $\frac{11}{18} = \frac{264:24}{432:24} = \frac{264}{432} = \frac{X}{Y} *$

حل التمرين 01 :

حساب العدد الطبيعي x :

1) $87 : x = 3$

ومنه : $x = 87 : 3$

أي : $x = 29$

2) $3x = 18$

ومنه : $x = \frac{18}{3} = 6$

3) $3(x - 1) = 120$

أي : $3x - 3 = 120$

ومنه : $3x = 120 + 3$

أي : $3x = 123$

ومنه : $x = \frac{123}{3} = 41$

4) $4(x + 2) = 48$

أي : $4x + 8 = 48$

أي : $4x = 48 - 8 = 40$

ومنه : $x = \frac{40}{4} = 10$

أي : $72 - 4x = 144$

$$5) \quad 12(36 - 2x) = 144$$

$$432 - 24x = 144 \quad \text{أي :}$$

$$-24x = 144 - 432 \quad \text{أي :}$$

$$-24x = -288 \quad \text{أي :}$$

$$= 12 \quad \text{و منه : } x = \frac{-288}{-24}$$

حل التمرين 03 :

$$5^3 \times 5^4 = 5^{3+4} = 5^7 \quad \text{بما أن :}$$

إذن كل من 5^3 و 5^4 من قواسم 5^7

$$* \quad 7 = 0 + 7$$

$$* \quad 7 = 1 + 6$$

$$* \quad 7 = 2 + 5$$

$$* \quad 7 = 3 + 4$$

و منه : قواسم 5^7 هي : $5^0, 5^1, 5^2, 5^3, 5^4, 5^5, 5^6, 5^7$.

حل التمرين 04 :

اختزال الكسور :

$$* \quad \frac{12b}{144ab^2} = \frac{12b}{12 \times 12 \times a \times b \times b} = \frac{1}{12ab}$$

$$* \quad \frac{21a^2}{42a} = \frac{21 \times a \times a}{21 \times 2 \times a} = \frac{a}{2}$$

$$* \quad \frac{13a}{52a^2} = \frac{13a}{13 \times 4 \times a \times a} = \frac{1}{4a}$$

$$* \quad \frac{8}{12ab} = \frac{4 \times 2}{4 \times 3 \times ab} = \frac{2}{3ab}$$

$$* \quad \frac{54ab}{27a^2b^2} = \frac{27 \times 2ab}{27 \times a \times a \times b \times b} = \frac{2}{ab}$$

حل التمرين 05 :

$$* \text{ PGCD } (48 , 72) = 24$$

إذن عدد باقات الزهور هو 24 .

$$* \frac{48}{24} = 2$$

$$* \frac{72}{24} = 3$$

إذن توجد وردتان في الباقة وثلاثة قرنفل .

حل التمرين 06 :

$$* \text{ PGCD } (301 , 210) = 7$$

- إذن يوجد في كل علبة 7 أقلام .

$$* \frac{301}{7} = 43$$

$$* \frac{210}{7} = 30$$

- إذن من اللون الأحمر يوجد 43 علبة .

ومن اللون الأخضر يوجد 30 علبة .

حل التمرين 07 :

- لنحسب PGCD للعددين 165 و 135 :

$$\text{PGCD } (165 , 135) = 15$$

إذن أكبر عدد من العلب التي يمكن تكوينها هو 15 علبة

$$* \text{ حساب عدد الكريات البيضاء في كل علبة : } 11 = \frac{165}{15} .$$

$$* \text{ حساب عدد الكريات الحمراء في كل علبة : } 9 = \frac{135}{15} .$$

حل التمرين 08 :

• حساب الـ PGCD بطريقة الفروق :

$$91 - 65 = 26$$

$$65 - 26 = 39$$

$$39 - 26 = 13$$

$$26 - 13 = 13$$

$$13 - 13 = 0$$

إذن : $\text{PGCD} (91, 65) = 13$

* حساب الـ PGCD بطريقة القسومات المتتالية :

65	26	26	13
13	2	0	2

91	65
26	1

إذن : $\text{PGCD} (91, 65) = 13$

التمرين 01 :

بسط العبارات التالية :

$$b = -6\sqrt{2} - 7\sqrt{2} , \quad a = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

$$C = 9\sqrt{2} - 14\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 21\sqrt{7}$$

التمرين 02 :

احسب الجداءات التالية :

$$\sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{11}} , \quad \sqrt{8} \times \sqrt{18} , \quad \sqrt{63} \times \sqrt{7} , \quad \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{9}}$$

التمرين 03 :

اكتب الأعداد الآتية على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدداً طبيعياً و b أصغر عدد ممكن .

$$\sqrt{175} , \quad \sqrt{63} , \quad \sqrt{18} , \quad \sqrt{20} .$$

التمرين 04 :

اكتب الأعداد التالية على شكل كسر مقامه عدد ناطق :

$$\sqrt{\frac{1}{3}} , \quad \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} , \quad \frac{3}{\sqrt{2}} , \quad \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} , \quad \frac{6}{\sqrt{98}}$$

$$\cdot \sqrt{\frac{25}{12}}$$

التمرين 05 :

A , B عدداً حقيقيين حيث :

$$A = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$$

$$B = \sqrt{162} - \sqrt{72} + \sqrt{18}$$

- بسط كل من A و B

عين القيمة المضبوطة لكل عدد من الأعداد التالية :

$$\cdot \frac{B+A}{2} , \quad \sqrt{A \times B} , \quad \frac{2AB}{A+B}$$

التمرين 06 :

A و B عبارتان جبريتان حيث :

$$A = (2x + 1)(x - 4)$$

$$B = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$$

- أحسب قيمة العبارة A من أجل $x = (\sqrt{2} - 1)$

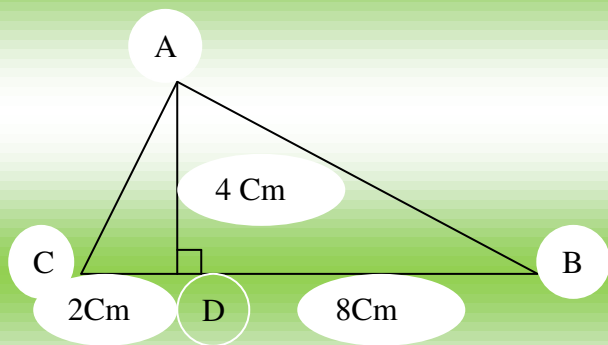
- أحسب قيمة العبارة B من أجل $x = -\sqrt{3}$

التمرين 07 :

لا حظ الشكل :

- بين أن المثلث ABC قائم في A .

- أحسب مساحة هذا المثلث .



التمرين 08 :

حقل مستطيل الشكل مساحته 9548 m^2 عرضه يساوي $\frac{4}{7}$ طولاه .

- أحسب طول و عرض هذا المستطيل يتقرب إلى 0.1 بالنقصان .

التمرين 09 :

x و y عدنان حقيقيان حيث :

$$\sqrt{98} y = \quad , \quad x = \sqrt{72}$$

- اكتب كلا من x و y على الشكل $\sqrt{b}$ حيث b اصغر عدد طبيعي .

- بسط : $x^2 - y^2$, $x + y$, $x \times y$

التمرين 10 :

A , B , C أعداد حقيقية حيث :

$$C = -4\sqrt{2} + 3\sqrt{5} , \quad B = \sqrt{98} - \sqrt{5} , \quad \sqrt{20} - \sqrt{18} A =$$

- أكتب على أبسط شكل ممكن كلا من A و B

- أحسب الجداء : $A \times B$.

- أحسب المجموع S حيث $S = A + B - C$
- أحسب القيمة المقربة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد S

التمرين 11 :

a و b عدنان حقيقيان حيث :

$$b = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7}}, \quad a = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

- اجعل مقامي الكسرين a و b عددين ناطقين .
- تحقق أن العددين $a + b$, $a \times b$ عدنان ناطقان .

التمرين 12 :

x و y عدنان حقيقيان حيث :

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}, \quad x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

- اجعل مقامي الكسرين x و y عددين ناطقين .
- احسب العدد Z حيث $Z = x - y$ ثم أعط القيمة المقربة للعدد Z بالتقريب إلى 10^{-2} بالنقصان .

التمرين 13 :

أحسب العدد x في الحالات التالية :

$$1) \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{2}}{x}$$

$$2) \quad \sqrt{\frac{15}{x}} = \frac{-3\sqrt{5}}{-\sqrt{6}}$$

$$3) \quad \frac{x}{\sqrt{7}} = 3 - \sqrt{7}$$

$$4) \quad \frac{2\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} = \frac{3 + \sqrt{2}}{x}$$

التمرين 14 :

حل المعادلات ذات المجهول x التالية :

$$1) \quad x^2 - 45 = 55$$

$$2) \quad \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$3) \quad x^2 + 25 = 0$$

$$4) \quad (x + 1)^2 = 4$$

التمرين 15 :

مستطيل بعده : $(2\sqrt{3} + 3)$ و $(\sqrt{5} + 1)$

- احسب مساحته , علما أن الوحدة هي (Cm)

التمرين 16 :

حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلات ذات المجهول x :

$$1) \quad x\sqrt{3} - \sqrt{3} = 1 - x$$

$$2) \quad x - 1 = \sqrt{2} - x\sqrt{2}$$

التمرين 17 :

حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلتين التاليتين :

$$1) \quad x + 6 = 3x\sqrt{2} + 4$$

$$2) \quad 2(x + \sqrt{2}) - 3 = x\sqrt{2} + 1$$

حل التمرين 01 :

التبسيط :

$$* \quad a = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

$$a = (3 + 4 + 5)\sqrt{3} \text{ أي}$$

$$a = 12\sqrt{3} \text{ ومنه :}$$

$$* \quad b = -6\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$$

$$b = (-6 - 7)\sqrt{2} = -13\sqrt{2} \text{ أي}$$

$$* \quad c = 9\sqrt{2} - 14\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 21\sqrt{7}$$

$$c = (9 - 4)\sqrt{2} + (-14 + 21)\sqrt{7} \text{ أي}$$

$$c = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{7} \text{ ومنه :}$$

حل التمرين 02 :

حساب الجداءات:

$$* \quad \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{1 \times 8}{2 \times 9}} = \sqrt{\frac{8}{18}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{3}$$

$$* \quad \sqrt{63} \times \sqrt{7} = \sqrt{441} = 21$$

$$* \quad \sqrt{8} \times \sqrt{18} = \sqrt{8 \times 18} = \sqrt{144} = 12$$

$$* \quad \sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{11}} = \sqrt{\frac{11 \times 6}{3 \times 11}} = \sqrt{\frac{6}{3}}$$

حل التمرين 03 :

كتابة كل من الأعداد على الشكل $a\sqrt{b}$:

$$* \quad \sqrt{175} = \sqrt{25 \times 7} = 5\sqrt{7}$$

$$* \quad \sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = 3\sqrt{7}$$

$$* \quad \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$* \quad \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

حل التمرين 04 :

كتابة كل عدد على شكل كسر مقامه عددا ناطقا :

$$* \frac{6}{\sqrt{98}} = \frac{6 \times \sqrt{98}}{\sqrt{98} \times \sqrt{98}} = \frac{6\sqrt{98}}{98}$$

$$* \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{15}}{2 \times 3} = \frac{3\sqrt{15}}{6}$$

$$* \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$* \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$* \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$* \sqrt{\frac{25}{12}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{12}} = \frac{5}{\sqrt{12}} = \frac{5\sqrt{12}}{12}$$

حل التمرين 05 :

تبسط كل من A و B :

$$* A = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8}$$

$$A = \sqrt{49 \times 2} + \sqrt{16 \times 2} - \sqrt{4 \times 2} \quad \text{أي :}$$

$$A = 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \quad \text{أي :}$$

$$A = (7 + 4 - 2) \sqrt{2} = 9\sqrt{2} \quad \text{أي :}$$

$$* B = \sqrt{162} - \sqrt{72} + \sqrt{18}$$

$$B = \sqrt{81 \times 2} + \sqrt{36 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} \quad \text{أي :}$$

$$B = 9\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \quad \text{أي :}$$

$$B = (9 - 6 + 3) \sqrt{2} = 6\sqrt{2} \quad \text{أي :}$$

• تعيين القيمة المضبوطة :

$$* \frac{2AB}{A+B} = \frac{2 \times 9\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{9\sqrt{2} + 6\sqrt{2}}$$

$$* \frac{2AB}{A+B} = \frac{216}{15\sqrt{2}} \quad \text{أي :}$$

حل التمرين 06 :

- لدينا : $A = (2x+1)(x-4)$ *

ومنه : $A = [2(\sqrt{2}-1)+1][(\sqrt{2}-1)-4]$

أي : $A = (2\sqrt{2}-2+1)(\sqrt{2}-5)$

أي : $A = (2\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-5)$

أي : $A = 2 \times 2 - 10\sqrt{2} - \sqrt{2} + 5$

أي :

$$A = 9 - 11\sqrt{2}$$

- لدينا : $B = \frac{1}{9}x^2 - x\frac{2}{3} + 1$ *

أي : $B = \frac{1}{9}(-\sqrt{3})^2 - \frac{2}{3}(-\sqrt{3}) + 1$

أي : $B = \frac{1}{9} \times 3 + \frac{2}{3}\sqrt{3} + 1$

أي : $B = \frac{1}{3} + 1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}$

أي : $B = \frac{1}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3} = \frac{4}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{3}$

حل التمرين 07 :

نلاحظ أن :

$$* AD^2 = 4^2 = 16 \quad AD^2 = BD \times CD$$

$$* BD \times CD = 8 \times 2 = 16$$

ومنه نستنتج أن المثلث ABC قائم في A

- حساب مساحة المثلث ABC :

$$S = \frac{8 \times 4}{2} + \frac{2 \times 4}{2} = \frac{32}{2} + \frac{8}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ Cm}^2$$

اذن : مساحة ABC هي 20 Cm^2 .

حل التمرين 08 :

نفرض الطول x , ونفرض العرض y :

ومنه : $x \times y = 9548$

$$y = \frac{4}{7} x \dots\dots\dots 2$$

بالتعويض ب 2 في 1 نجد :

$$x \times \frac{4}{7} x = 9548$$

$$\frac{4}{7} x^2 = 9548 \quad \text{أي :}$$

$$x^2 = \frac{9548}{1} \times \frac{7}{4} \quad \text{أي :}$$

$$x^2 = \frac{66836}{4} \quad \text{أي :}$$

$$x = \sqrt{\frac{66836}{4}} \simeq 129,2 \text{ m: و منه}$$

$$x = 129.2 \text{ m}$$

$$y = \frac{4}{7} \times 129.2 \simeq 73.8 \text{ m: و منه}$$

حل التمرين 09 :

$$* \quad x = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

$$* \quad y = \sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = 7\sqrt{2}$$

$$* \quad x^2 - y^2 = \sqrt{72}^2 - \sqrt{98}^2 = 72 - 98 = -26$$

$$* x + y = 6\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = (6 + 7)\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$$

$$x \times y = 6\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} = 6 \times 7 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 42 \times 2 = 84$$

حل التمرين 10 :

$$* \quad A = \sqrt{18} - \sqrt{20} = \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{4 \times 5}$$

$$A = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} \quad \text{أي :}$$

$$* \quad B = \sqrt{98} - \sqrt{5} = \sqrt{49 \times 2} - \sqrt{5}$$

$$B = 7\sqrt{2} - \sqrt{5} \quad \text{أي :}$$

$$* \quad A \times B = (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})(7\sqrt{2} - \sqrt{5})$$

$$A \times B = 21 \times 2 - 3\sqrt{10} - 14\sqrt{10} + 2 \times 5 \quad \text{أي :}$$

$$A \times B = 42 - 17\sqrt{10} + 10 \quad \text{أي :}$$

$$\text{أي : } 17: 2A \times B = 52 - \sqrt{10}$$

$$* S=A+B+C=(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})+(7\sqrt{2}-\sqrt{5})-(-4\sqrt{2}+3\sqrt{5})$$

$$\text{أي : } S = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{2} - \sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$$

$$\text{أي : } S = (3+7+4)\sqrt{2} + (-2-1-3)\sqrt{5}$$

$$\text{أي : } S = 14\sqrt{2} - 6\sqrt{5}$$

- حساب القيمة المقربة إلى 10^{-2} للعدد S :

$$S = 14\sqrt{2} - 6\sqrt{5} \simeq 14 \times 1,41 - 6 \times 2,23$$

$$\text{أي : } S \simeq 19,74 - 13,38$$

$$\text{أي : } S \simeq 13,38$$

حل التمرين 11 :

$$* a = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{2}) \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$$

$$\text{أي : } a = \frac{7-\sqrt{14}}{7}$$

$$* b = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{2}) \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$$

$$\text{أي : } b = \frac{7+\sqrt{14}}{7}$$

$$a + b = \frac{7-\sqrt{14}}{7} + \frac{7+\sqrt{14}}{7} = \frac{7-\sqrt{14}+7+\sqrt{14}}{7} = \frac{14}{7}$$

ومنه : $a + b = 2$

$$* a \times b = \frac{7-\sqrt{14}}{7} \times \frac{7+\sqrt{14}}{7} = \frac{(7)^2 - (\sqrt{14})^2}{49}$$

$$\text{أي : } a \times b = \frac{49-14}{49} = \frac{35}{49} = \frac{5}{7}$$

حل التمرين 12 :

$$* \quad x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$x = \frac{\sqrt{10}-2}{2} \quad \text{أي :}$$

$$* \quad y = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$Z = x - y = \frac{\sqrt{10}-2}{2} - \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{5\sqrt{10}-10}{10} - \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$Z = \frac{5\sqrt{10}-20}{10} = \frac{\sqrt{10}-4}{2} \quad \text{ومنه :}$$

$$Z \simeq \frac{3.16-4}{2} \simeq \frac{-0.84}{2} \quad \text{ومنه :}$$

$$Z \simeq -0.42 \quad \text{أي :}$$

حل التمرين 13 :

حساب العدد x :

$$1) \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{2}}{x}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{x} \quad \text{أي :}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{x} \quad \text{أي :}$$

$$x = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2} \quad \text{ومنه :}$$

$$2) \quad \frac{\sqrt{15}}{x} = \frac{-3\sqrt{5}}{-\sqrt{6}}$$

$$x = \frac{\sqrt{15} \times (-\sqrt{6})}{-3\sqrt{5}} \quad \text{أي :}$$

$$x = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times (-\sqrt{6})}{-3\sqrt{5}} \quad \text{أي :}$$

$$x = \frac{-\sqrt{18}}{-3} = \frac{\sqrt{18}}{3}$$

$$\sqrt{7} = 3 - \frac{x}{\sqrt{7}} \quad 3)$$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{7} \quad x = (3 - \text{أي})$$

$$x = 3 - 7 \quad \sqrt{7} : \text{أي}$$

$$4) \quad \frac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{2}}{x}$$

$$x = \frac{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}{2\sqrt{2}} : \text{أي}$$

$$x = \frac{3^2 - \sqrt{2}^2}{2\sqrt{2}} : \text{أي}$$

$$x = \frac{3-2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} : \text{أي}$$

$$x = \frac{1\sqrt{2}}{4} : \text{أي}$$

حل التمرين 14 :

حل المعادلات:

$$1) \quad x^2 - 45 = 55$$

$$x^2 = 55 + 45 = 100 : \text{أي}$$

$$x = \pm \sqrt{100} : \text{ومنه}$$

$$x = \pm 10 : \text{أي}$$

$$2) \quad (x - \frac{3}{2})^2 = 0$$

$$(x - \frac{3}{2})(x - \frac{3}{2}) = 0 : \text{أي}$$

$$x - \frac{3}{2} = 0 : \text{أي}$$

$$x = \frac{3}{2} : \text{ومنه}$$

$$3) \quad x^2 + 25 = 0$$

هذه المعادلة ليس لها حل .

$$4) \quad (x + 1)^2 = 4$$

$$\text{أي : } (x + 1)^2 - 4 = 0$$

$$\text{أي : } [(x + 1) - 2][(x + 1) + 2] = 0$$

$$\text{أي : } (x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\text{إما : } x - 1 = 0 \quad \text{ومنه : } x = 1$$

$$\text{أو : } x + 3 = 0 \quad \text{ومنه : } x = -3$$

حل التمرين 15 :

لدينا : $2\sqrt{3} + 3$ هو الطول , $\sqrt{5} + 1$ هو العرض .

$$S = (2\sqrt{3} + 3)(\sqrt{5} + 1)$$

$$\text{أي : } S = 2\sqrt{15} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{5} + 3 \text{ Cm}^2$$

حل التمرين 16 :

$$1) \quad \text{حل المعادلات : } x\sqrt{3} - \sqrt{3} = 1 - x$$

$$\text{أي : } x\sqrt{3} - x = 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{أي : } (\sqrt{3} - 1)x = 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{أي : } x = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}$$

$$2) \quad x - 1 = \sqrt{2} - x\sqrt{2}$$

$$\text{أي : } x + x\sqrt{2} = \sqrt{2} + 1$$

$$\text{أي : } (1 + \sqrt{2})x = \sqrt{2} + 1$$

$$\text{أي : } x = \frac{\sqrt{2} + 1}{1 + \sqrt{2}}$$

حل التمرين 17 :

حل المعادلات :

$$1) \quad x + 6 = 3x\sqrt{3} + 4$$

$$\text{أي : } x - 3x\sqrt{3} = 4 - 6$$

$$\text{أي : } (1 - 3\sqrt{3})x = -2$$

$$\text{أي : } x = \frac{-2}{1 - 3\sqrt{3}}$$

التمرين 01 :

أنشر و بسط العبارات التالية :

$$B = (2x + 1)^2 , A = (4x - 3)^2$$

$$E = (x\frac{3}{4} - 2y)(x\frac{3}{4} + 2y)$$

$$C = (4x - 2)(4x + 2)$$

التمرين 02 :

بسط العبارات التالية :

$$B = \frac{3x+2}{5} - \frac{x-4}{5} , A = \frac{x-1}{2} - \frac{3x+4}{3}$$

$$C = \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} + \frac{x+3}{4}$$

التمرين 03 :

أكمل المساويات التالية :

$$* (a + \dots)^2 = a^2 + \dots + 25$$

$$* (\dots - \frac{1}{2})^2 = b^2 - b + \dots$$

$$* (\dots + 7)(y - 7) = y^2 - \dots$$

التمرين 04 :

A . B . C عبارات جبرية :

$$C = 5x + 3 , B = 8x + 1 , A = 5x - 3$$

- أنشر , ثم بسط العبارات :

$$3A^2 - 2B^2 , -A^2 , A \times C , B^2 , A^2$$

التمرين 05 :

حلل العبارات الجبرية :

$$5x^3 + 35x^2 , 2x + 2y , 4x + x^2 , 6x^2 + 10x$$

التمرين 06 :

حلل العبارات الآتية :

1) $(3x + 1)(3x + 5) - (x - 2)(3x + 1)$

2) $(5x - 4)^2 - (5x - 4)(3x + 7)$

3) $(8x - 5)(6x + 3) + (8x - 5)$

4) $(x + 5) + (5x - 4)(x + 5)$

التمرين 07 :

E عبارة جبرية حيث :

$$E = (a + 1)^2 - (a - 1)^2$$

- حلل العبارة E

- احسب E من اجل $a = 0$

التمرين 08 :

مستطيل بعاده a و b , محيطه 28Cm و مساحته 48 Cm^2

- احسب $(a + b)^2$

- بين أن : $a^2 + b^2 = 100$

- استنتج طول قطر هذا المستطيل .

التمرين 09 :

- بين صحة المساواة الآتية :

$$(3x + 1)(5x - 3) = 15x^2 - 4x - 3$$

حلل العبارة B حيث :

$$B = (15x^2 - 4x - 3) - (-x + 1)(3x + 1)$$

التمرين 10 :

A , B , C ثلاث عبارات جبرية :

$$x + \frac{1}{3} C = \frac{5}{3}, \quad x - 2, \quad \frac{3}{4} B = x + 3, \quad \frac{1}{2} A =$$

بسط العبارات الآتية :

$$(A + B)(A - B), (B - C)^2$$

التمرین 11 :

A و B عبارتند از :

$$\mathbf{A} = 3\mathbf{x} - 1 \quad , \quad \mathbf{B} = \mathbf{x} + 2$$

1 - / بسط C و D حيث : $C = A - 2B$

$$\mathbf{D} = 2 \mathbf{A} - 3 \mathbf{B}$$

2 / - انشر وبسط E حيث : $E = BA - B^2$

3 / - حل العبارة F حيث : $F = C^2 - D^2$

الحاول

حل التمرين 01 : النشر و التبسيط

$$A = (4x - 3)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 3 + (3)^2$$

A = 16 x² - 24 x + 9 : أي

$$B = (2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + (1)^2$$

أي : $B = 4x^2 + 4x + 1$

$$* C = (4x - 2)(4x + 2) = (4x)^2 - (2)^2$$

أي : $C = 16x^2 - 4$

$$\mathbf{x} + 2\mathbf{y}) \left(\frac{3}{4}\mathbf{x} - 2\mathbf{y} \right) \left(\frac{3}{4} \right) \mathbf{E} = ($$

$$x^2 - (2y)^2 = \frac{3}{4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$x^2 - 4y^2 \frac{9}{16} E = \text{أي} :$$

حل التمرين 02 :

تبسيط العبارات :

$$\frac{3x+4}{3} - \frac{x-1}{2} * A =$$

$$\frac{3x-3-6x-8}{6} = \frac{6x+8}{6} - \frac{3x-3}{6} \quad A =: \text{أي}$$

$$A = \frac{-3x-11}{6} \quad \text{و منه :}$$

$$* B = \frac{3x+2}{5} - \frac{x-4}{5} = \frac{3x+2-x+4}{5}$$

$$B = \frac{2x+6}{5} \quad \text{أي :}$$

$$C = \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} + \frac{x+3}{4} = \frac{4x}{12} - \frac{18x-6}{12} + \frac{3x+9}{12}$$

$$C = \frac{4x-18x-6+3x+3}{12} = \frac{-11x+3}{12} \quad \text{أي :}$$

حل التمرين 03 : إتمام المساويات :

$$* (a+5)^2 = a^2 + 10a + 25$$

$$* \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = b^2 - b + \frac{1}{4}$$

$$* (y+7)(y-7) = y^2 - 49$$

حل التمرين 04 :

$$* A^2 = (5x-3)^2 = 25x^2 - 30x + 9$$

$$* B^2 = (8x+1)^2 = 64x^2 + 16x + 1$$

$$* A \times C = (5x-3)(5x+3) = (5x)^2 - 3^2$$

$$A \times C = 25x^2 - 9 \quad \text{أي :}$$

$$* -A^2 = -(25x^2 - 30x + 9) = -25x^2 + 30x - 9$$

$$3A^2 - 2B^2 = 3(25x^2 - 30x + 9) - 2(64x^2 + 16x + 1)$$

$$3A^2 - 2B^2 = 75x^2 - 90x + 27 - 128x^2 - 32x - 2 \quad \text{أي :}$$

$$3A^2 - 2B^2 = -53x^2 - 122x + 25 \quad \text{أي :}$$

حل التمرين 05 : التحليل :

$$* \quad 6x^2 + 10x = 2x(3x + 5)$$

$$* \quad 4x + x^2 = x(4 + x)$$

$$* \quad 2x + 2y = 2(x + y)$$

$$* \quad 5x^3 + 35x^2 = 5x^2(x + 7)$$

حل التمرين 06 : التحليل :

$$\begin{aligned} 1/ \quad & (3x + 1)(3x + 5) - (x - 2)(3x + 1) = \\ & = (3x + 1)[(3x + 5) - (x - 2)] \\ & = (3x + 1)(3x + 5 - x + 2) \\ & = (3x + 1)(2x + 7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2/ \quad & (5x - 4)^2 - (5x - 4)(3x + 7) = \\ & = (5x - 4)[(5x - 4) - (3x + 7)] \\ & = (5x - 4)(5x - 4 - 3x - 7) \\ & = (5x - 4)(2x - 11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3/ \quad & (8x - 5)(6x + 3) + (8x - 5) = \\ & = (8x - 5)[(6x + 3) + 1] \\ & = (8x - 5)(6x + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4/ \quad & (x + 5) + (5x - 4)(x + 5) = \\ & = (x + 5)[1 + (5x - 4)] \\ & = (x + 5)(-3 + 5x) \end{aligned}$$

حل التمرين 07 :

لدينا :

$$E = (a + 1)^2 - (a - 1)^2$$

- التحليل :

$$E = [(a + 1) - (a - 1)][(a + 1) + (a - 1)]$$

$$E = (a + 1 - a + 1)(a + a - 1) \text{ أي :}$$

$$E = (2)(2a) = 4a \text{ ومنه :}$$

- حساب E من أجل $a = 0$

$$E = 4 \times 0 = 0$$

حل التمرين 08 :

لدينا : المحيط هو 28 cm

ولدينا : المساحة 48 cm^2

$$* \quad 28 = (a + b) \times 2 \quad \text{ومنه}$$

$$a + b = \frac{28}{2} = 14 \quad \text{أي:}$$

$$\text{ومنه: } (a + b)^2 = 14^2 = 196$$

$$\text{إذن: } (a + b)^2 = 196$$

$$* \quad (a + b)^2 = 196$$

$$\text{أي: } a^2 + 2ab + b^2 = 196$$

$$\text{ولدينا: } a \times b = 48$$

$$\text{ومنه: } a^2 + b^2 + 2 \times 48 = 196$$

$$\text{أي: } a^2 + b^2 + 96 = 196$$

$$\text{أي: } a^2 + b^2 = 196 - 96 = 100$$

$$\text{إذن: } a^2 + b^2 = 100$$

ومنه طول قطر المستطيل هو : 10

$$\sqrt{100} = 10$$

حل التمرين 09 :

$$* \quad (3x + 1)(5x - 3) =$$

$$= 3x \times 5x - 3x \times 3 + 1 \times 5x - 1 \times 3$$

$$= 15x^2 - 9x + 5x - 3$$

$$= 15x^2 - 4x - 3$$

إذن :

$$(3x + 1)(5x - 3) = 15x^2 - 4x - 3$$

$$B = (15x^2 - 4x - 3) - (-x + 1)(3x + 1)$$

$$B = (3x+1)(5x-3) - (-x+1)(3x+1) \text{ : أي}$$

$$B = (3x + 1)[(5x - 3) - (-x + 1)]$$

$$B = (3x + 1)(5x - 3 + x - 1) \text{ : أي}$$

$$B = (3x + 1)(6x - 4) \text{ : ومنه}$$

حل التمرين 10 : التبسيط :

$$* (B - C)^2 =$$

$$= \left[\left(\frac{3}{4}x - 2 \right) - \left(\frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \right) \right]^2$$

أي:

$$(B - C)^2 = \left(x \frac{3}{4} - 2 - \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} \right)^2$$

$$(B - C)^2 = \left(\frac{5x}{12} - \frac{11}{3} \right)^2$$

$$= x \left(\frac{5}{12} \right)^2 - 2 \times x \frac{5}{12} \times \frac{11}{3} + \left(\frac{11}{3} \right)^2$$

$$* (A + B)(A - B) = A^2 - B^2 \quad x^2 \frac{25}{144} = -\frac{110}{36}x + \frac{121}{9}$$

$$= \left(x \frac{1}{2} + 3 \right)^2 - x \frac{3}{4} (-2)^2$$

أي :

$$(A + B)(A - B) =$$

$$= \frac{1}{4}x^2 + 3x + 9 - \left(x^2 \frac{9}{16} - 3x + 4 \right)$$

$$(A + B)(A - B) =$$

$$= x^2 \frac{1}{4} + 3x + 9 - \frac{9}{16}x^2 + 3x - 4$$

$$(A+B)(A-B) = x^2 \frac{4}{16} - x^2 \frac{9}{16} + 6x + 5 \text{ : أي}$$

$$(A + B)(A - B) = -\frac{5}{16}x^2 + 6x + 5 \text{ : ومنه}$$

حل التمرين 11 :

$$1/ \quad C = A - 2B = 3x - 1 - 2(x + 2)$$

$$C = 3x - 1 - 2x - 4 \quad \text{أي:}$$

$$C = x - 5 \quad \text{ومنه:}$$

$$* \quad D = 2A - 3B = 2(3x - 1) - 3(x + 2)$$

$$D = 6x - 2 - 3x - 6 \quad \text{أي:}$$

$$D = 3x - 8 \quad \text{ومنه:}$$

$$2/ \quad E = BA - B^2 = (x + 2)(3x - 1) - (x + 2)^2$$

أي :

$$E = 3x^2 - x + 6x - 2 - (x^2 + 4x + 4)$$

ومنه :

$$E = 3x^2 - x + 6x - 2 - x^2 - 4x - 4$$

$$E = 2x^2 + x - 6 \quad \text{ومنه:}$$

$$3/ \quad F = C^2 - D^2 = (x - 5)^2 - (3x - 8)^2$$

أي :

$$F = [(x - 5) - (3x - 8)][(x - 5) + (3x - 8)]$$

ومنه :

$$F = (x - 5 - 3x + 8)(x - 5 + 3x - 8)$$

$$F = (-2x + 3)(4x - 13) \quad \text{ومنه:}$$

التمرين 01 : حل المعادلة :

$$2 (x + 1) - 3 (x - 2) = - 2 (x - 2)$$

التمرين 02 : حل المعادلات التالية :

$$1/ \quad \frac{2x+3}{2} = \frac{3x-5}{3}$$

$$2/ \quad \frac{x+1}{2} + \frac{x-2}{4} = x \frac{5}{6} + 2$$

$$3/ \quad 3x + 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3} x + 6$$

$$4/ \quad 2 (x + \sqrt{2}) - 3 = x\sqrt{2} + 1$$

التمرين 03 : اوجد خمسة أعداد طبيعية متتالية بحيث يكون مجموعها يساوي 75

التمرين 04 :

اوجد عددين طبيعيين بحيث يكون احدهما ضعف الآخر

و مجموعها 12 .

التمرين 05 :

مستطيل عرضه هو $\frac{2}{3}$ طوله و محيطه 240 cm

اوجد طول و عرض المستطيل .

التمرين 06 : حل المعادلة الآتية :

$$1/ \quad (9 - x)(4x - 1) = 0$$

$$2/ \quad 2(x - 3) = 0$$

$$3/ \quad x (x + 1) = 0$$

$$4/ \quad 3x(x - 5) = 0$$

التمرين 07 : حل المعادلات :

$$1/ \quad x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$2/ \quad 4x^2 - 1 = 0$$

$$3/ \quad 3x^2 - \frac{2}{5}x = 0$$

$$4/ \quad x^2 - 5x = 0$$

التمرين 08 :

اوجد عددا طبيعيا بحيث يكون مربعه مساويا لضعفه .

التمرين 09 :

مربعان طول ضلع احدهما 5 أمثال طول ضلع الآخر

ومجموع مساحتهما $2106m^2$

- اوجد طول ضلع كل من المربعين

التمرين 10 :

- بين أن : $48x^2 - 28x + 4 = (7x-2)^2 - x^2$

A و B عبارتان جبريتان حيث :

$$A = 48x^2 - 28x + 4$$

$$B = (6x - 2)^2 - (4x - 7)(6x - 2)$$

- حلل العبارتين A و B

- حل المعادلات : $B = 0$, $A = 0$

التمرين 11 :

حل المعادلات :

$$\frac{5}{8} = x - \frac{3x-2}{2} + \frac{3x+3}{8} \quad 1)$$

$$\frac{x+1}{3} = 2 - \frac{x-1}{2} \quad 2) \quad x -$$

$$3) \quad 2x^2 + 10x = 0$$

$$4) \quad 10x^2 - 2x = 0$$

$$5) \quad 7x^2 = -12x$$

التمرين 12 :

مستطيل طوله $(2x - 8)$ وعرضه $(x - 3)$

أوجد قيم x التي تجعل مساحة هذا المستطيل معدومة .

التمرین 13 :

حلل العبارتين A و B حيث :

$$B = x^2 - 9, \quad A = 3x - 6$$

- أوجد حلول المعادلتين :

$$(x^2 - 9) + (2x - 1)(x - 3) = 0$$

$$(x^2 - 4) - (3x - 6) = 0$$

التمرین 14 :

أوجد حلول المعادلات :

1) $x^2 - 3 = 1$

$$2) \quad (x - 9)(x + 1) + 8x = 0$$

3) $2x^2 + 1 = x^2 + 8$

التمرین 15 :

انشر الجداء : $(3x - 1)(2x + 5)$

لتكن العبارة الجبرية C حيث :

$$C = (3x - 1)(x + 5) - (6x^2 + 13x - 5)$$

C = 0 : حل المعادلة

الحاول

حل التمرين 01 :

حل المعادلة :

$$* \quad 2(x + 1) - 3(x - 2) = -2(x - 2)$$

$$2(x + 1) - 3(x - 2) + 2(x - 2) = 0 : \text{أي}$$

أي : $2x + 2 - 3x + 6 + 2x - 4 = 0$

أي : $x + 4 = 0$

$x = -4$ **ومنه :**

حل التمرين 02 :

حل المعادلات :

$$1) \quad \frac{2x+3}{2} = \frac{3x-5}{3}$$

$$\text{أي : } (2x + 3) \times 3 = (3x - 5) \times 2$$

$$\text{أي : } 6x + 9 = 6x - 10$$

$$\text{أي : } 6x - 6x = -10 - 9$$

$$\text{أي : } 0x = -19$$

هذه المعادلة ليس لها حل

$$2) \quad \frac{x+1}{2} + \frac{x-2}{4} = x\frac{5}{6} + 2$$

$$\text{أي : } \frac{12}{6}x + \frac{5}{6} = \frac{x-2}{4} + \frac{2x+2}{4}$$

$$\text{أي : } \frac{2x+2+x-2}{4} = \frac{5x+12}{6}$$

$$\text{أي : } \frac{3x}{4} = \frac{5x+12}{6}$$

$$\text{أي : } 18x = 20x + 48$$

$$\text{أي : } 18x - 20x = 48$$

$$\text{أي : } -2x = 48$$

$$\text{ومنه : } x = -\frac{48}{2} = \boxed{-24}$$

$$3) \quad 3x + 6\sqrt{3} = 3x\sqrt{3} + 6$$

$$\text{أي : } 3x - 3\sqrt{3}x = 6 - 6\sqrt{3}$$

$$\text{أي : } \sqrt{3}x = 6 - 6\sqrt{3} \quad (3 - 3\sqrt{3})$$

$$\text{ومنه : } x = \frac{6-6\sqrt{3}}{3-3\sqrt{3}} = \frac{3(2-2\sqrt{3})}{3(1-\sqrt{3})}$$

$$\text{ومنه : } x = \frac{2-2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

$$4) \quad 2(x + \sqrt{2}) - 3 = x\sqrt{2} + 1$$

$$\text{أي : } 2x + 2\sqrt{2} - x\sqrt{2} = 1 + 3$$

$$\text{أي : } (2 - \sqrt{2})x = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$\text{أي : } x = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

حل التمرين 03 :

نفرض العدد الأول هو x

و منه الأعداد هي : $x + 1, x + 2, x + 3, x + 4$

$$\text{أي : } x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 75$$

$$\text{أي : } 5x + 10 = 75$$

$$\text{أي : } 5x = 75 - 10 = 65$$

$$\text{و منه : } x = \frac{65}{5} =$$

13

إذن : الأعداد هي : 13 ، 14 ، 15 ، 16 ، 17 .

حل التمرين 04 :

نفرض العددين x و y و منه :

$$x + y = 12 \quad \text{و} \quad x = 2y$$

$$\text{و منه : } 2y + y = 12 \quad \text{و} \quad 3y = 12$$

$$y = 4$$

ومنه :

$$x = 8$$

إذن :

العددين هما 8 و 4

حل التمرين 05 :

نفرض الطول هو x و العرض هو y

$$\text{و منه : } (x + y) \times 2 = 240$$

$$\text{أي : } (1) \dots\dots\dots 2x + 2y = 240$$

$$\text{(2) } \dots\dots\dots x = \frac{2}{3} y$$

بالتعويض بـ (2) في (1) نجد :

$$2x + 2 \left(\frac{2}{3} x \right) = 240$$

$$2x + \frac{4}{3}x = 240 : \text{أي}$$

$$x + \frac{6}{3} \frac{4}{3}x = 240 : \text{أي}$$

$$\frac{10}{3}x = 240 : \text{أي}$$

$$x = \frac{240 \times 3}{10} = 72 \text{cm} : \text{ومنه}$$

$$\frac{2}{3}y = \times 72 = \frac{144}{3} = : \text{ومنه}$$

48cm

حل التمرين 06 :

حل المعادلات :

$$1) (9-x)(4x-1) = 0$$

$$\frac{1}{4}x = : \text{ومنه} \quad 4x - 1 = 0 : \text{إما}$$

$$x = 9 \quad \text{أو} \quad 9 - x = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$2) 2(x-3) = 0$$

$$2x - 6 = 0 : \text{أي}$$

$$2x = 6 : \text{أي}$$

$$x = \frac{6}{2} = 3 : \text{ومنه}$$

$$3) x(x+1) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad \text{أو} \quad : \text{إما}$$

$$x = 0$$

$$x = -1$$

ومنه :

$$4) 3x(x-5) = 0$$

$$x = 5 : \text{ومنه} \quad x - 5 = 0 : \text{إما}$$

$$x = 0 : \text{أو} \quad 3x = 0 : \text{ومنه}$$

حل التمرين 07 :

حل المعادلات :

$$1) \quad x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$\text{أي : } (x + 4)^2 = 0$$

$$\text{أي : } (x + 4) (x + 4) = 0$$

$$\boxed{x = -4} \quad \text{أي : } x + 4 = 0 \quad \text{ومنه :}$$

$$2) \quad 4x^2 - 1 = 0$$

$$\text{أي : } (2x)^2 - (1)^2 = 0$$

$$\text{أي : } (2x - 1) (2x + 1) = 0$$

$$\text{إما : } 2x + 1 = 0 \quad \text{ومنه : } x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{أو : } 2x - 1 = 0 \quad \text{ومنه : } x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0 \quad \text{أي : } 3x^2 - \frac{2}{5} = 0$$

$$\text{أي : } x (3x - \frac{2}{5}) = 0$$

$$\text{إما : } x = 0$$

$$\text{أو : } 3x - \frac{2}{5} = 0 \quad \text{أي : } 3x = \frac{2}{5}$$

$$\text{ومنه : } x = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$$

$$\text{أي : } x = \frac{2}{15}$$

$$4) \quad x^2 - 5x = 0$$

$$\text{أي : } x(x - 5) = 0$$

$$\text{إما : } x = 0$$

$$\text{أو : } x - 5 = 0 \quad \text{ومنه : } \boxed{x = 5}$$

حل التمرين 08 :

نفرض هذا العدد الطبيعي هو x :

$$\text{ومنه : } x^2 = 2x$$

$$\text{أي : } x^2 - 2x = 0$$

$$\text{أي : } (x-2)x = 0$$

$$\text{أي : } \boxed{x = 0}$$

$$\text{أو : } x - 2 = 0 \text{ ومنه : } \boxed{x = 2}$$

$$\text{التحقيق : } 0^2 = 2 \times 0$$

$$2^2 = 2 \times 2$$

حل التمرين 09 :

نفرض طول ضلع الأول هو x ، و طول ضلع الثاني هو y :

$$\text{ومنه : } x = 5y \text{(1)}$$

$$x^2 + y^2 = 2106 \text{(2)}$$

بالتعويض بـ (1) في (2) نجد :

$$(5y)^2 + y^2 = 2106$$

$$\text{أي : } 25y^2 + y^2 = 2106$$

$$\text{أي : } 26y^2 = 2106$$

$$\text{أي : } y^2 = \frac{2106}{26} = 81$$

$$\text{ومنه : } y = \sqrt{81} = \boxed{9m}$$

$$\text{ومنه : } x = 5 \times 9 = \boxed{45m}$$

حل التمرين 10 :

$$* (7x - 2)^2 - x^2 = 49x^2 - 28x + 4 - x^2$$

$$= 48x^2 - 28x + 4$$

$$\text{إن : } 48x^2 - 28x + 4 = (7x - 2)^2 - x^2$$

$$* A = 48x^2 - 28x + 4$$

$$\text{أي : } A = (7x - 2)^2 - x^2$$

$$\text{أي : } A = [(7x - 2) - x][(7x - 2) + x]$$

$$\text{ومنه : } A = (6x - 2)(8x - 2)$$

$$* \quad B = (6x - 2)^2 - (4x - 7)(6x - 2)$$

$$\text{أي : } B = (6x - 2)[(6x - 2) - (4x - 7)]$$

$$\text{أي : } B = (6x - 2)(6x - 2 - 4x + 7)$$

$$\text{ومنه : } B = (6x - 2)(2x + 5)$$

$$* \quad A = 0$$

$$\text{معناه : } (6x - 2)(8x - 2) = 0$$

$$\text{إما : } 6x - 2 = 0 \quad \text{أي : } 6x = 2 \quad \text{ومنه : } x = \frac{2}{6} \quad \text{أي : } x = \frac{1}{3}$$

$$\text{أو : } 8x - 2 = 0 \quad \text{أي : } 8x = 2 \quad \text{ومنه : } x = \frac{2}{8}$$

$$\text{أي : } x = \frac{1}{4}$$

$$* \quad B = 0$$

$$\text{معناه : } (6x - 2)(2x + 5) = 0$$

$$\text{إما : } 6x - 2 = 0 \quad \text{أي : } x = \frac{2}{6} \quad \text{أي : } x = \frac{1}{3}$$

$$\text{أو : } 2x + 5 = 0 \quad \text{أي : } 2x = -5$$

$$\text{ومنه : } x = -\frac{5}{2}$$

حل التمرين 11 :

حل المعادلات :

$$1) \quad \frac{3x+3}{8} + \frac{3x-2}{2} = x - \frac{5}{8}$$

$$\text{أي : } \frac{3x+3}{8} + \frac{12x-8}{8} = \frac{8x}{8} - \frac{5}{8}$$

$$\text{أي : } \frac{3x+3+12x-8}{8} = \frac{8x-5}{8}$$

$$\text{أي : } \frac{15x-5}{8} = \frac{8x-5}{8}$$

$$\text{أي : } 15x - 5 = 8x - 5$$

$$\text{أي : } 15x - 8x = -5 + 5$$

$$\text{أي : } 7x = 0$$

- كل عدد حقيقي حلا لهذه المعادلة .

$$2) \quad x - \frac{x-1}{2} = 2 - \frac{x+1}{3}$$

$$\text{أي : } \frac{2x}{2} - \frac{x-1}{2} = \frac{6}{3} - \frac{x+1}{3}$$

$$\text{أي : } \frac{2x-x+1}{2} = \frac{6-x-1}{3}$$

$$\text{أي : } \frac{x+1}{2} = \frac{5-x}{3}$$

$$\text{أي : } (x+1) \times 3 = (5-x) \times 2$$

$$\text{أي : } 3x + 3 = 10 - 2x$$

$$\text{أي : } 3x + 2x = 10 - 3$$

$$\text{أي : } 5x = 7$$

$$\text{ومنه : } x = \frac{7}{5}$$

$$3) \quad 2x^2 + 10x = 0$$

$$\text{أي : } 2x(x+5) = 0$$

$$\text{إما } 2x = 0 \text{ ومنه : } x = 0$$

أو : $x + 5 = 0$ ومنه : $x = -5$

$$4) \quad 10x^2 - 2x = 0$$

$$2x (5x - 1) = 0 \quad \text{أي :}$$

$$\text{إما : } 2x = 0 \quad \text{ومنه : } x = 0$$

$$\text{أو : } 5x - 1 = 0 \quad \text{ومنه : } x = \frac{1}{5}$$

$$5) \quad 7x^2 = -12x$$

$$7x^2 + 12x = 0 \quad \text{أي :}$$

$$(7x + 12) x = 0 \quad \text{أي :}$$

$$\text{إما : } x = 0$$

$$\text{أو : } 7x + 12 = 0$$

$$\text{ومنه : } 7x = -12 \quad \text{أي : } x = -\frac{12}{7}$$

التمرين 01 :

حل المتراجحات التالية :

$$1) \quad 3(2x - 1) + 2(5x - 4) > x + 4$$

$$x + 4 < 0 \quad - \quad \frac{4}{7} 2)$$

$$3) \quad \frac{3x-2}{4} < -2$$

$$4) \quad \frac{5x+1}{6} > \frac{3x-3}{8}$$

التمرين 02 :

حل المتراجحات الآتية و مثل مجموعة حلول كل منها بيانيا :

$$1) \quad 2x + 3 \leq \frac{1}{5}$$

$$2) \quad -\frac{2}{3}x - 1 \leq \frac{1}{4}$$

$$3) \quad -4x - 3 < 2x + 2$$

$$4) \quad -x + 11 < 3x + 31$$

$$5) \quad \frac{x+3}{4} + 1 > x + \frac{x+1}{2}$$

التمرين 03 :

مستطيل طوله 12cm و عرضه b حيث :

$$0 < b \leq 12$$

- عبر عن المحيط P للمستطيل بدلالة b

- ما هي قيم b التي من أجلها $P > 36$ ؟

- عبر عن المساحة S للمستطيل بدل b ؟

- ما هي قيم b التي من أجلها $S < 144$ ؟

التمرين 04 :

لتكن العبارة الجبرية A حيث :

$$A = \frac{3x-2}{4}$$

- احسب A عند $x = \frac{7}{3}$

- هل العدد $\frac{7}{3}$ حلا للمترابحة $2 < \frac{3x-2}{4}$ ؟

- حل المترابحة : $2 < \frac{3X-2}{4}$

التمرين 05 :

- اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{3+2}}{\sqrt{3}}$ عددا ناطقا .

- حل المترابحة : $\sqrt{3} > x\sqrt{3} - 2$

التمرين 06 :

لتكن العبارة D حيث :

$$D = (3x - 1)^2 - (x - 1)(9x + 6)$$

- انشر و بسط D

- حل المترابحة : $D \geq 1$

- حل العبارة E حيث : $E = (3x - 2)^2 - 9$

- حل المعادلة : $E = 0$

التمرين 07 :

ABCD مربع طول ضلعه $2x - 3$ حيث $x \geq 4$

- بين أننا نستطيع التعبير عن مساحة المستطيل

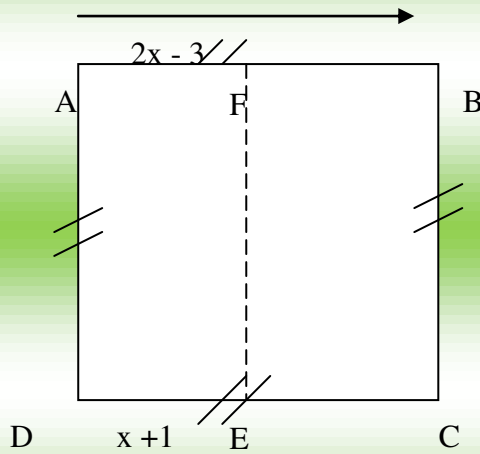
BCEF بالعلاقة : $A = (2x-3)^2 - (2x-3)(x+1)$

- أنشر ثم بسط A

- حل A

- حل المعادلة : $(2x - 3) (x - 4) = 0$

- ما هي قيمة x التي من أجلها تكون مساحة BCEF معدومة ؟



التمرين 08 :

مستطيل بعده 16cm ، 7cm

- ما هو العدد x المعبر عنه بالسنتيمتر الذي يمكن

إضافته إلى طوله و عرضه بحيث لا يتجاوز محيطه 86cm ؟

الحل

حل التمرين 01 :

حل المتراجحات :

$$1/ \quad 3(2x-1) + 2(5x-4) > x+4$$

$$\text{أي : } 6x - 3 + 10x - 8 > x + 4$$

$$\text{أي : } 16x - 11 > x + 4$$

$$\text{أي : } 16x - x > 4 + 11$$

$$\text{أي : } 15x > 15$$

$$\text{ومنه : } x > \frac{15}{15}$$

$$\text{أي : } x > 1$$

$$2/ \quad \frac{-4}{7}x + 4 < 0$$

$$\text{أي : } \frac{-4}{7}x + \frac{28}{7} < 0$$

$$\text{أي : } \frac{-4x + 28}{7} < 0$$

$$\text{أي : } -4x + 28 < 0$$

$$\text{أي : } -4x < -28$$

$$\text{أي : } x > \frac{-28}{-4}$$

$$\text{أي : } x > 7$$

$$3/ \quad \frac{3x-2}{4} < -2$$

$$\text{أي : } 3x - 2 < -8$$

$$\text{أي : } 3x < -8 + 2$$

$$\text{أي : } 3x < -6$$

$$\text{ومنه : } x < \frac{-6}{3}$$

$$\text{أي : } x < -2$$

$$4/ \quad \frac{5x+1}{6} > \frac{3x-3}{8}$$

$$\text{أي : } (5x + 1)8 > 6(3x - 3)$$

$$\text{أي : } 40x + 8 > 18x - 18$$

$$\text{أي : } 40x - 18x > -18 - 8$$

$$\text{أي : } 22x > -26$$

$$\text{أي : } x > \frac{-26}{22}$$

أي : $x > \frac{-13}{11}$

حل التمرين 02:

حل المتراجحات مع التمثيل :

2/ $2x + 3 \leq \frac{1}{5}$

أي : $2x \leq \frac{1}{5} - 3$

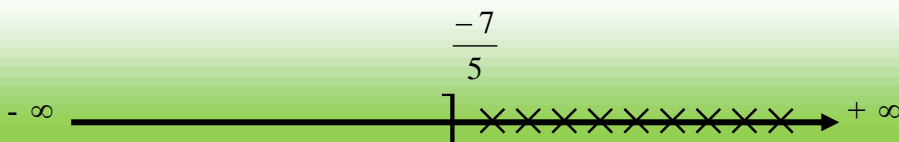
أي : $2x \leq \frac{1}{5} - \frac{15}{5}$

أي : $2x \leq \frac{-14}{5}$

ومنه : $x \leq \frac{-14}{5} \times \frac{1}{2}$

أي : $x \leq \frac{-14}{10}$

أي : $x \leq \frac{-7}{5}$



2 / أي : $\frac{-2}{3}x - 1 \leq \frac{1}{4}$

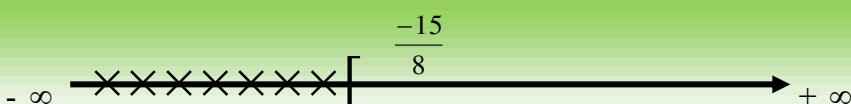
أي : $\frac{-2}{3}x \leq \frac{1}{4} + 1$

أي : $\frac{-2}{3}x \leq \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

أي : $\frac{-2}{3}x \leq \frac{5}{4}$

ومنه : $x \geq \frac{5}{4} \times \left(\frac{-3}{2}\right)$

أي : $x \geq \frac{-15}{8}$



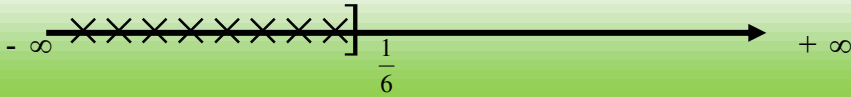
3 / أي : $-4x - 3 < 2x + 2$

$-4x - 2x < 2 - 3$

أي : $-6x < -1$

أي : $x > \frac{-1}{-6}$

ومنه : $x > \frac{1}{6}$



4 / $-x + 11 < 3x + 31$

أي : $-x - 3x < 31 - 11$

أي : $-4x < 20$

ومنه : $x > \frac{-20}{4}$

أي : $x > -5$



5 / $\frac{x+3}{4} + 1 > x + \frac{x+1}{2}$

$\frac{x+3}{4} + \frac{4}{4} > \frac{2x}{2} + \frac{x+1}{2}$

أي : $\frac{x+7}{4} > \frac{3x+1}{2}$

أي : $(x+7) \times 2 > (3x+1) \times 4$

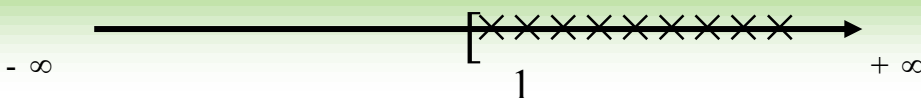
أي : $2x + 14 > 12x + 4$

أي : $2x - 12x > 4 - 14$

أي : $-10x > -10$

ومنه : $x < \frac{-10}{-10}$

أي : $x < 1$



حل التمرين 03:

- التعبير عن المحيط P بدلالة b :

$$P = (12 + b) \times 2$$

- حساب قيم b التي من أجلها $P > 36$:

$$(12 + b) \times 2 > 36$$

$$24 + 2b > 36 \text{ : أي}$$

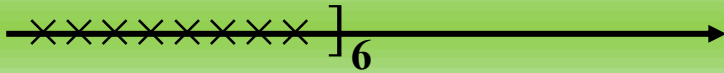
$$26 > 36 - 24 \text{ : أي}$$

$$2b > 12 \text{ : أي}$$

$$b > \frac{12}{2} \text{ : ومنه}$$

$$b > 6 \text{ : أي}$$

- التعبير عن المساحة S بدلالة b :



$$S = 12 \times b = 12b$$

- حساب قيم b التي من أجلها $S < 114$:

$$12b < 114$$

$$b < \frac{114}{12} \text{ : أي}$$

حل التمرين 04:

- حساب A عند $x = \frac{7}{3}$:

$$* \quad A = \frac{3x-2}{4}$$

$$A = \frac{3 \times \frac{7}{3} - 2}{4} \text{ : أي}$$

$$A = \frac{7-2}{4} = \frac{5}{4} \text{ : أي}$$

- نعم العدد $\frac{7}{3}$ حلاً للمترابضة $2 > \frac{3x-2}{4}$:

- حل المترابضة $2 < \frac{3x-2}{4}$:

$$3x - 2 < 8$$

$$\text{أي : } 3x < 2 + 8$$

$$\text{أي : } 3x < 10$$

$$\text{ومنه : } x < \frac{10}{3}$$

حل التمرين 05:

$$* \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+2) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{- حل المتراجحة : } x\sqrt{3} - 2 > \sqrt{3}$$

$$\text{أي : } x\sqrt{3} > \sqrt{3} + 2$$

$$\text{أي : } x > \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ومنه : } x > \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$$

حل التمرين 06:

$$\text{- نشر وتبسيط D :}$$

$$* D = (3x - 1)^2 - (x - 1)(9x + 6)$$

$$\text{أي : } D = 9x^2 - 6x + 1 - (9x^2 + 6x - 9x - 6)$$

$$\text{أي : } D = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x + 9x + 6$$

$$D = -3x + 7$$

$$\text{- حل المتراجحة : } D \geq 1$$

$$* -3x + 7 \geq 1$$

$$\text{معناه : } -3x \geq 1 - 7$$

$$\text{أي : } -3x \geq -6$$

$$\text{ومنه : } x \leq \frac{-6}{-3}$$

$$\text{أي : } x \leq 2$$

$$\text{- تحليل العبارة E :}$$

$$* E = (3x - 2)^2 - 9$$

$$E = [(3x - 2) - 3] [(3x - 2) + 3]$$

$$E = (3x - 5)(3x + 1) : \text{أي}$$

$$E = 0 : \text{حل المعادلة} -$$

$$(3x - 5)(3x + 1) = 0$$

$$3x + 1 = 0 : \text{إما } 3x = -1$$

$$\text{ومنه : } x = -\frac{1}{3}$$

$$3x - 5 = 0 : \text{أو } 3x = 5$$

$$\text{ومنه : } x = \frac{5}{3}$$

حل التمرين 07:

- مساحة المربع ABCD هي : $(2x-3)(2x-3)$

ومنه مساحة المستطيل BCEF هي :

$$A = (2x - 3)(2x - 3) - (2x - 3)(x + 1)$$

$$A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1) : \text{أي}$$

- نشر العبارة A :

$$* A = 4x^2 - 12x + 9 - (2x^2 + 2x - 3x - 3)$$

أي :

$$A = 4x^2 - 12x + 9 - 2x^2 - 2x + 3x + 3$$

$$A = 2x^2 - 11x + 12 : \text{ومنه}$$

- تحليل A :

$$* A = (2x - 3)[(2x - 3) - (x + 1)]$$

$$A = (2x - 3)(2x - 3 - x - 1) : \text{أي}$$

$$A = (2x - 3)(x - 4) : \text{ومنه}$$

$$- \text{ حل المعادلة : } (2x - 3)(x - 4) = 0$$

$$\text{إما : } x - 4 = 0 \text{ ومنه : } x = 4$$

$$\text{أو : } 2x - 3 = 0 \text{ ومنه : } x = \frac{3}{2}$$

قيمة x التي من أجلها مساحة BCEF معدومة : هي 4 أو $\frac{3}{2}$

حل التمرين 08:

- إيجاد العدد x :

$$[(16 + x) + (7 + x)] \times 2 = 86$$

$$\text{أي : } (23 + 2x) \times 2 = 86$$

$$\text{أي : } 46 + 4x = 86$$

$$\text{أي : } 4x = 86 - 46$$

$$\text{أي : } 4x = 40$$

$$\text{ومنه : } x = \frac{40}{4} = \boxed{10}$$

التمرين 01:

الدالة الخطية F معرفة كالتالي : $F(x) = \frac{-2}{3}x$

- احسب $F(0)$ ، $F(-2)$ ، $F(\sqrt{3})$ ، $F(\frac{-1}{3})$

- عين العدد الذي صورته بالدالة F هي 10 -

- احسب x_2 ، x_1 حيث : $F(x_1) = 8$ و $F(x_2) = -9$

التمرين 02:

g الدالة الخطية ذات المعامل 3 -

- احسب $g(-1)$

- احسب العدد الذي صورته بالدالة g هي 2.5 .

التمرين 03:

h دالة تألفية بحيث : $h(0) = 3$ و $h(1) = 2$

- احسب المعاملين a و b

- استنتج العبارة الجبرية للدالة .

التمرين 04:

نعرف الدالة F كمايلي : $F(x) = -3x + 1$

- احسب $F(0)$ ، $F(1)$

- مثل الدالة $F(0)$ معلم $(O, \vec{OI}, \vec{OJ})$

التمرين 05:

- عين الدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني يشمل النقطتين $A(-\frac{1}{5}, 5)$ ، $B(-2, 4)$

- هل النقطة $C(5, 0)$ تنتمي إلى هذا التمثيل ؟

التمرين 06:

أعط ثمن بدلة رياضية سعرها 7500DJ إذا خفضت بنسبة 20% .

التمرين 07:

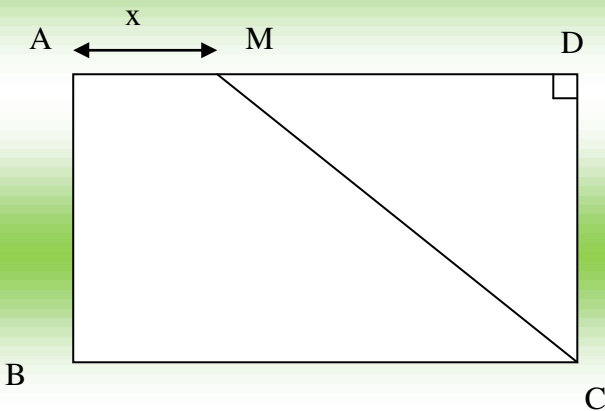
ليكن ABCD مستطيل بحيث $AB = 4cm$

و $BC = 5cm$ و لتكن M نقطة متغيرة من قطعة المستقيم [AD]

نضع $AM = x cm$

لتكن $S(x)$ مساحة الرباعي ABCM

- عبر عن $S(x)$ بدلالة x



التمرين 08:

لیکن ABC مثلث حیث :

AB = 6cm , AC = 4cm

- طول الضلع [BC] متغير : $BC = x \text{ cm}$

- احسب المحيط y للمثلث ABC بدلالة x - احسب المحيط من أجل $x = 5$

- احسب الطول BC من أجل المحيط يساوي 16.5cm

الحاول

حل التمرين 07:

$f(\mathbf{x}) = -\frac{2}{3} \mathbf{x}$: لدينا

$$* \quad \mathbf{f}(\mathbf{0}) = \frac{-2}{3} \times \mathbf{0} = \mathbf{0}$$

$$* \quad \mathbf{f}(-2) = \frac{-2}{3} \times (-2) = \frac{4}{3}$$

$$* \quad \mathbf{f}(\sqrt{3}) = \frac{-2}{3} \sqrt{3}$$

$$* \quad \mathbf{f}\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{-2}{3} \times \left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{2}{9}$$

- حساب العدد الذي صورته 10- بالدالة f :

$$* \quad \frac{-2}{3} \mathbf{x} = -10$$

x = $-\frac{10}{1} \times \frac{-2}{3}$: ومنه

$$\mathbf{x} = \frac{30}{2} = \boxed{15} \quad \text{أي :}$$

- حساب x_1, x_2 :

$$* \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}_1) = 8$$

$$\frac{-2}{3} \mathbf{x}_1 = 8 : \text{أي}$$

$$\mathbf{x}_1 = \frac{8}{1} \times \left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{-24}{2} = \boxed{-12} \quad \text{أي :}$$

* $f(\mathbf{x}_2) = -9$

$$\frac{-2}{3} x^2 = -9$$

$$x_2 = -\frac{9}{1} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{2} : \text{ومنه}$$

$$x_2 = 13.5 : \text{أي}$$

حل التمرين 02:

$$g(x) = a x$$

$$g(x) = -3x : \text{ومنه}$$

$$* \quad g(-1) = -3(-1) = 3$$

- حساب العدد الذي صورته 2.5 بالدالة g :

$$-3x = 2.5$$

$$x = -\frac{2.5}{3} = -\frac{25}{30} : \text{ومنه}$$

$$x = -\frac{5}{6} : \text{أي}$$

حل التمرين 03:

$$H(x) = a x + b$$

$$* \quad a = \frac{3-2}{0-1} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$$

$$* \quad 1 \times 0 + b = 3$$

$$\boxed{b = 3} : \text{ومنه}$$

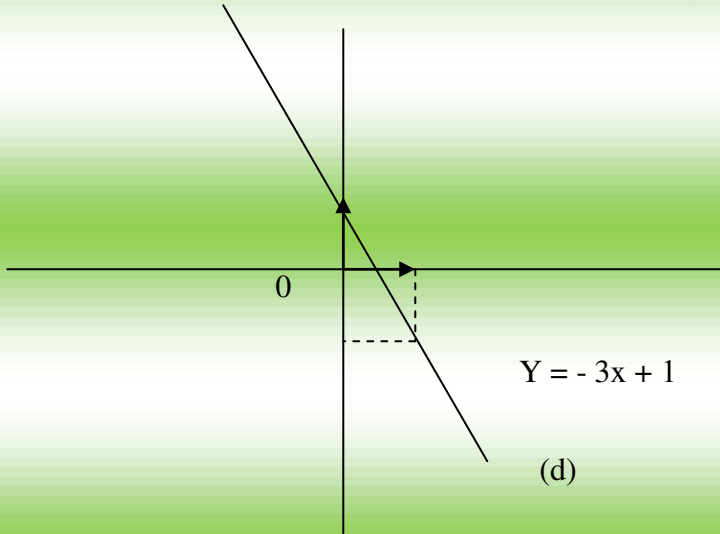
$$h(x) = x + 3 : \text{إن}$$

حل التمرين 04:

لدينا : $f(x) = -3x + 1$

$$* f(0) = -3 \times 0 + 1 = 1$$

$$* f(1) = -3 \times 1 + 1 = -3 + 1 = -2$$



حل التمرين 05:

- تعيين الدالة التآلفية f :

$$* a = \frac{5-4}{-\frac{1}{2}+2} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

$$a = \frac{1}{\frac{1}{2}} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{أي :}$$

$$* \frac{2}{3} \times (-2) + b = 4$$

$$-\frac{4}{3} + b = 4 \quad \text{أي :}$$

$$b = 4 + \frac{4}{3} = \frac{12}{3} + \frac{4}{3}$$

$$b = \frac{16}{6} \quad \text{أي :}$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{16}{6} \quad \text{إذن :}$$

$$* \frac{2}{3} \times 5 + \frac{16}{6} = \frac{10}{3} + \frac{16}{6} = \frac{26}{6} \neq 0$$

إذن النقطة $C(5, 0)$ لا تنتمي إلى هذا التمثيل .

حل التمرين 06:

- حساب سعر التخفيض :

$$7500 \longrightarrow 100$$

$$x \longrightarrow 20$$

$$x = \frac{7500 \times 200}{100} = 1500 \text{ DA} \text{ أي :}$$

إذن ثمن البدة هو : $7500 - 1500 = 6000 \text{ DA}$

حل التمرين 07:

- مساحة المستطيل ABCD هي :

$$5 \times 4 = 20 \text{ cm}^2$$

- مساحة المثلث MDC هي :

$$\frac{4 \times (5 - x)}{2} = 2(5 - x) = 10 - 2x$$

و منه : مساحة الرباعي ABCM هي :

$$S(m) = 20 - (10 - 2x)$$

$$S(m) = 20 - 10 + 2x \text{ أي :}$$

$$S(m) = 10 + 2x \text{ أي :}$$

حل التمرين 08:

- حساب المحيط y للمثلث ABC بدلالة x هو :

$$y = 4 + 6 + x = 10 + x$$

- حساب المحيط من أجل $x = 5$

$$y = 10 + 5 = 15 \text{ cm}$$

- حساب الطول BC من أجل المحيط يساوي : 16.5 :

$$16.5 = AC + AB + BC$$

$$16.5 = 4 + 6 + BC \text{ أي :}$$

$$16.5 = 10 + BC \text{ أي :}$$

$$BC = 16.5 - 10 + 6.5 \text{ cm} \text{ أي :}$$

التمرين 01:

F دالة تألفية بيانها يشمل النقطتين :

$$B (-1.0) , A (1.2)$$

- عين الدالة التألفية f

التمرين 02:

يضم أحد رفوف مكتبة مدرسية 42 كتابا ، سمك بعض الكتب 3cm و سمك البعض الآخر

5cm ، هذه الكتب موضوعة في صف طوله 150cm

- أوجد عدد الكتب التي سمكها 3cm و عدد الكتب التي سمكها 5cm

التمرين 03:

في مزرعة لتربية الدواجن ، يوجد دجاج و أرانب عدد رؤوسها الإجمالي 78 رأسا أما العدد

الإجمالي لأرجلها فهو 218 رجلا

- فما هو عدد الدجاج و عدد الأرانب ؟

التمرين 04:

أوجد عددين مجموعهما 286 علما أنه إذا قسمنا أكبرهما على أصغرهما ، يكون الحاصل 4 و

الباقى 21

التمرين 05:

حل الجملة الآتية :

$$\begin{cases} x - y = -3 \\ x^2 - y^2 = 6 \end{cases}$$

التمرين 06:

حل الجملة :

$$\begin{cases} x - y = 20 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases}$$

الحلول

حل التمرين 01:

$$f(x) = ax + b$$

$$* \quad a = \frac{2-0}{1+1} = \frac{2}{2} = \boxed{1}$$

$$* \quad 1 \times 1 + b = 2$$

$$\text{ومنه : } 1 + b = 2$$

$$b = 2 - 1 = \boxed{1} \quad \text{ومنه :}$$

$$\text{إذن : } \boxed{f(x) = x + 1}$$

حل التمرين 02:

- نفرض عدد الكتب التي سمكها 3cm هو x و عدد الكتب التي سمكها 5cm هو y

$$\text{ومنه : (1) } x + y = 42 \dots\dots\dots$$

$$\text{(2) } 3x + 5y = 150 \dots\dots\dots$$

لنحل الجملة :

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 42 \longrightarrow x \quad (-3) \\ 3x + 5y = 150 \end{array} \right.$$

تصبح الجملة :

$$\left\{ \begin{array}{l} -3x - 3y = -126 \\ 3x + 5y = 150 \end{array} \right.$$

$$\text{بالجمع نجد : } 2y = 24$$

$$\text{ومنه : } y = \frac{24}{2} = \boxed{12}$$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد :

$$x + 12 = 42$$

$$\text{ومنه : } x = 42 - 12 = \boxed{30}$$

إذن عدد الكتب التي سمكها 3cm هو 30 .

و عدد الكتب التي سمكها 5cm هو 12 .

حل التمرين 03:

نفرض عدد الدجاج هو x ، وعدد الأرانب هو y

$$\text{ومنه : (1) } x + y = 78 \dots\dots$$

$$2x + 4y = 218 \dots\dots (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 78 \longrightarrow \times (-2) : \text{لنحل الجملة :} \\ 2x + 4y = 218 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -2x - 2y = -156 : \text{تصبح الجملة :} \\ 2x + 4y = 218 \end{array} \right.$$

$$\text{بالجمع نجد : } 2y = 62$$

$$\text{ومنه : } y = \frac{62}{2} = \boxed{31}$$

وبالتعويض في المعادلة (1) نجد : $x + 31 = 78$

$$\text{أي : } x = 78 - 31 = \boxed{47}$$

إذن عدد الدجاج هو 47 ، عدد الأرانب هو 31 .

حل التمرين 04:

نفرض العددين هما x و y حيث $x > y$

$$x + y = 286 \dots\dots (1)$$

$$x = 4y + 21 \quad (2)$$

$$\text{أي : (2) } x - 4y = 21 \dots\dots\dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 286 : \text{لنحل الجملة :} \\ x - 4y = 21 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x + 4y = 1144 : \text{أي} \\ x - 4y = 21 \end{array} \right.$$

$$\text{بالجمع نجد : } 5x = 1165 \text{ ومنه : } x = \frac{1165}{5}$$

$$x = 233 \quad \text{أي :}$$

وبالتعويض في المعادلة (1) نجد : $233 + y = 286$

$$y = 53 \quad \text{ومنه : } y = 286 - 233 \quad \text{أي :}$$

حل التمرين 05 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{لنحل الجملة (1) } x - y = -3 \text{} \\ \text{(2) } x^2 - y^2 = 6 \text{} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{أي : } x - y = -3 \\ (x - y)(x + y) = 6 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{أي : } x - y = -3 \\ x + y = \frac{6}{-3} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{أي : } x - y = -3 \\ x + y = -2 \end{array} \right.$$

$$2x = -5 \quad \text{بالجمع نجد :}$$

$$x = \frac{-5}{2} \quad \text{ومنه :}$$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد : $\frac{-5}{2} - y = -3$

$$\text{أي : } -y = -3 + \frac{5}{2} = \frac{-6}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\text{أي : } -y = \frac{-1}{2} \quad \text{ومنه : } y = \frac{1}{2}$$

إذن الثنائية $(\frac{-5}{2}, \frac{1}{2})$ حلا للجملة .

حل التمرين 06 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حل الجملة : } x - y = 20 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - y = 20 \\ (y + x)(x - y) = 40 \end{array} \right. \quad \text{أي :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - y = 20 \\ y + x = \frac{40}{20} \end{array} \right. \quad \text{أي :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - y = 20 \dots\dots (1) \\ x + y = 2 \dots\dots (2) \end{array} \right. \quad \text{أي :}$$

$$2x = 22 \quad \text{بالجمع نجد :}$$

$$x = \frac{22}{2} = \boxed{11} \quad \text{ومنه :}$$

$$11 - y = 20 \quad \text{وبالتعويض في المعادلة (1) نجد :}$$

$$y = 11 - 20 = \boxed{-9} \quad \text{ومنه :}$$

إذن (11 ، -9) حلا للجملّة .

التمرين 01 :

إليك السلسلة الإحصائية التالية :

1 , 1 , 1 , 2 , 2 , 3 , 3 , 3 , 4 , 4 , 5 , 5 , 5 , 5 , 6 , 6

- أعط جدول التكرارات للسلسلة الإحصائية .

- أعط جدول التكرارات المجمعة .

التمرين 02 :

إليك السلسلة الإحصائية التالية :

4 , 7 , 8 , 4 , 9 , 4 , 9 , 5 , 4

- احسب الوسط الحسابي للسلسلة الإحصائية .

- اوجد وسيط هذه السلسلة .

- قارن بين الوسط الحسابي لهذه السلسلة و وسيطها.

- ماذا تستنتج ؟

التمرين 03 :

إليك السلسلة الإحصائية التالية :

8 , 4 , 3 , 7 , 5 , 6 , 2 , 1

- رتبها .

- اوجد وسيطها .

- هل الوسيط هو احدى قيم السلسلة ؟

التمرين 04 :

نقاط امتحان الرياضيات لقسم يتكون من 24 تلميذا كانت كالتالي : 05 ، 08.5 ، 06.5 ، 07 ،

12 ، 06.5 ، 13 ، 07 ، 08 ، 06.5 ، 10 ، 02.5 ، 07.5 ، 08 ، 03.75 ، 10 ، 10.5 ، 08 ،

5 ، 5 ، 10 ، 11 ، 5 ، 5 ، 10 .

- احسب الوسط الحسابي لهذا القسم .

- ماهي النقطة الوسيطة لهذا القسم ؟

- ماهو مدى نقاط هذا القسم ؟ .

الحلـول

حل التمرين 01 :

جدول التكرارات والتكرارات المجمعة :

الأرقام	1	2	3	4	5	6
التكرارات	3	2	3	2	4	2
التكرارات المجمعة المتزايدة	3	5	8	10	14	16
التكرارات المجمعة المتناقصة	16	13	11	8	6	2

حل التمرين 02 :

لدينا السلسلة الإحصائية :

4 , 7 , 8 , 4 , 9 , 4 , 9 , 5 , 4

$$* \text{ الوسط الحسابي } = \frac{4+7+8+4+9+4+9+5+4}{9} = \frac{54}{9} = 6$$

* حساب وسيط السلسلة الإحصائية :

↓
4 , 4 , 4 , 4 , 5 , 7 , 8 , 9 , 9
القيمة الوسيطة

إذن وسيط السلسلة هو العدد 5 .

* المقارنة بين الوسط الحسابي والوسيط للسلسلة الإحصائية : $6 > 5$

إذن الوسط الحسابي أكبر من الوسيط .

حل التمرين 03 :

- ترتيب السلسلة :

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8

- حساب الوسيط :

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8
4 قيم 4 قيم

القيم الوسيطة هي القيم المحصورة بين 4 و 5 :

$$\frac{4 + 5}{2} = 4.5$$

إذن الوسيط هو 4.5 .

- الوسيط ليس إحدى قيم السلسلة .

حل التمرين 04:

- حساب الوسيط الحسابي للقسم :

$$\frac{\text{مجموع العلامات}}{\text{عدد العلامات}}$$

$$= \text{الوسيط الحسابي} = \frac{196.25}{26} \approx 7.5$$

- حساب النقطة الوسيطة :

2.5-3.75-5-5-5-5-5-5-6.5-6.5-6.5-7-7-

7.5-8-8-8-8.5-10-10-10-10-10.5-11-12-13

$$\frac{7 + 7.5}{2} = 7.25$$

- حساب مدى نقاط القسم :

$$13 - 2.5 = 10.5$$

إذن المدى هو : 10.5 .

التمرين 01 :

ABC مثلث بحيث :

$$AC = 6 \text{ cm} , \quad AB = 9 \text{ cm}$$

$$CN = 2 \text{ cm} \text{ و } NE \text{ [AC] , } MB = 3 \text{ cm و } ME \text{ [AB]}$$

- بين أن : $(BC) \parallel (MN)$

التمرين 02 :

ABC مثلث بحيث :

$$AC = 9 \text{ cm} , \quad AB = 7.2 \text{ cm}$$

$$D \text{ نقطة من [AB] بحيث : } AD = 2.4 \text{ cm}$$

$$E \text{ نقطة من [AC] بحيث : } AE = 3 \text{ cm}$$

- بين أن المستقيمان (BC) و (DE) متوازيان .

التمرين 03 :

ABC مثلث قائم في B بحيث :

$$AB = 4.5 \text{ cm} \text{ و } AC = 9 \text{ cm}$$

$$E \text{ نقطة من [AB] بحيث } AE = 2 \text{ cm}$$

- المستقيم العمودي على (AB) والذي يشمل E يقطع $[AC]$ في F .

- بين أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان .

- احسب طول القطعة $[AF]$.

التمرين 04 :

$$ABCD \text{ مستطيل فيه } AB = 12 \text{ cm} , \quad AD = 7 \text{ cm}$$

$$M \text{ نقطة من [BC] بحيث : } MB = 5 \text{ cm}$$

- احسب AM

- احسب (AM) يقطع (CD) في N

- احسب MN , NC .

التمرين 05 :

ABC مثلث قائم في A و :

$$AC = 4 \text{ cm} , AB = 3 \text{ cm}$$

- احسب BC

- ارسم (C) الدائرة ذات المركز B ونصف القطر [AB] تقطع [BC] في E .

- أنشئ مستقيما يشمل E و يعامد [AC] في K حيث : $CE = 2 \text{ cm}$

- احسب الطولين EK , CK

التمرين 06 :

ABC مثلث بحيث : $AC = 5 \text{ cm} , BC = 6 \text{ cm}$ ،

$$AB = 4 \text{ cm}$$

N نقطة من [AB] بحيث : $BN = 3 \text{ cm}$

- المستقيم الذي يشمل N ويوازي (AC) يقطع (BC) في D .

- احسب الطولين BD , DN

- لتكن M منتصف [AC] ، H هي نقطة تقاطع المستقيمين (BM) و (ND) .

- احسب HD .

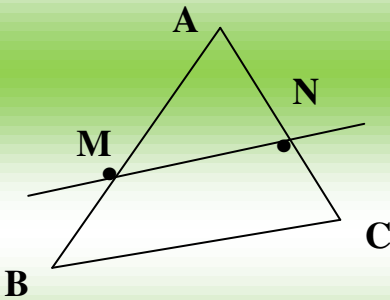
الحل

حل التمرين 01 :

- يكفي أن نبين أن : $\frac{AB}{MB} = \frac{AC}{NC}$

$$* \frac{AB}{MB} = \frac{9}{3} = 3$$

$$* \frac{AC}{NC} = \frac{6}{2} = 3$$



- نلاحظ أن : $\frac{AB}{MB} = \frac{AC}{NC}$ ومنه نستنتج أن : $(MN) \parallel (BC)$.

حل التمرين 02 :

لكي نبين أن الرباعي : (BC) // (DE)

يكفي أن نبين أن :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$* \frac{AD}{AB} = \frac{2.4}{7.2} = \frac{1}{3}$$

$$* \frac{AE}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

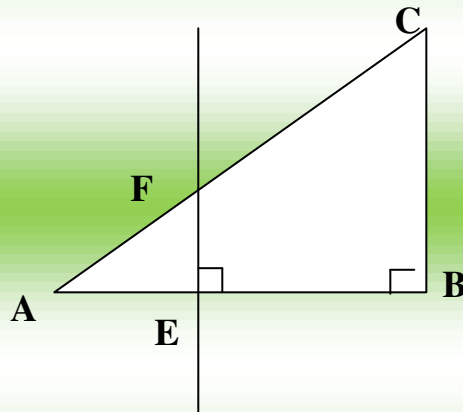
نلاحظ أن : $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ومنه نستنتج أن : (DE) // (BC) .

حل التمرين 03 :

- لدينا : (AB) $\perp$ (BC) (المثلث قائم في B)

ولدينا (EF) $\perp$ (AB) (حسب المعطيات)

ومنه : (BC) // (EF) (خاصية)



- حساب طول AF :

لدينا : (EF) // (BC) ومنه : $\frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$

أي : $\frac{AF}{9} = \frac{2}{4.5}$ ومنه : $AF = \frac{9 \times 2}{4.5}$ أي :

. AF = 4 cm

حل التمرين 04 :

$$AD = 7 \text{ cm} , AB = 12 \text{ cm}$$

- حساب AM :

$$AM^2 = BM^2 + AB^2$$

$$\text{أي : } AM^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144$$

$$\text{أي : } AM^2 = 169$$

$$\text{ومنه : } AM = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

- لدينا : (MC) // (AD) :

$$\text{ومنه : } * \frac{MN}{AM} = \frac{MC}{AD}$$

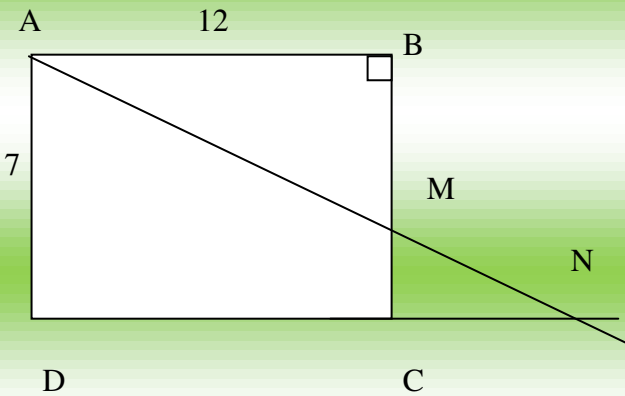
$$\text{أي : } \frac{MN}{13} = \frac{2}{7}$$

$$\text{ومنه : } MN = \frac{13 \times 2}{7} = \frac{26}{7} \simeq \boxed{3\text{cm}}$$

$$* \frac{NC}{DC} = \frac{MN}{MA}$$

$$\text{أي : } \frac{3}{13} = \frac{NC}{12}$$

$$\text{ومنه : } NC = \frac{3 \times 12}{13} = \frac{36}{13} \simeq 2.7\text{cm}$$



حل التمرين 05 :

لدينا : $AC = 4\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$.

- حساب BC :

$$BC^2 + AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \text{ أي:}$$

$$BC = 5\sqrt{25} \text{ ومنه: } BC = 5\text{ cm}$$

- حساب الطولين CK , EK :

لدينا : $(EK) \parallel (AB)$

(لأن $(AB) \perp (AC)$ و

$(EK) \perp (AC)$)

$$* \quad \frac{EK}{AB} = \frac{CE}{BC} \text{ ومنه:}$$

$$\frac{EK}{3} = \frac{2}{5} \text{ ومنه:}$$

$$EK = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5} = 1.2\text{cm} \text{ ومنه:}$$

$$* \quad \frac{CK}{CA} = \frac{EC}{BC}$$

$$\frac{CK}{4} = \frac{2}{5} \text{ أي:}$$

$$CK = \frac{4 \times 2}{5} = \frac{8}{5} = 1.6\text{cm} \text{ ومنه:}$$

حل التمرين 06 :

$$BC = 6\text{ cm}$$

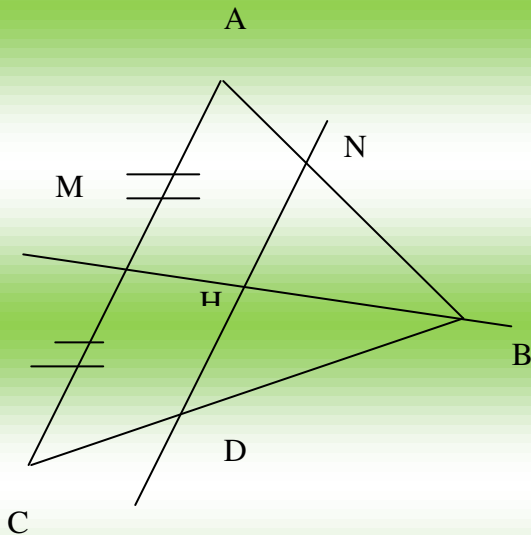
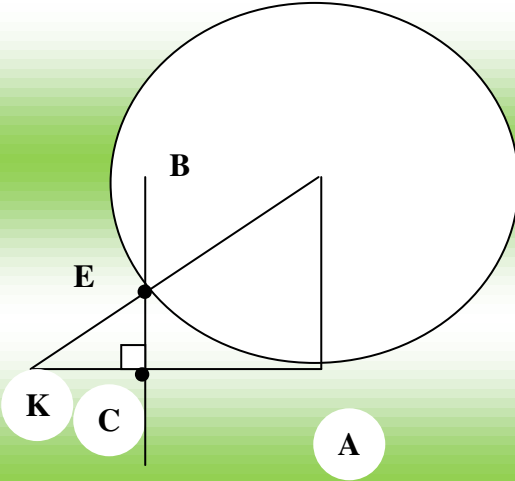
$$AC = 5\text{cm}$$

$$AB = 4\text{cm}$$

- حساب الطولين DN , BD

لدينا $(DN) \parallel (AC)$

$$* \quad \frac{BN}{BA} = \frac{BD}{BC}$$



$$\frac{3}{4} = \frac{BD}{6} \quad \text{أي :}$$

$$BD = \frac{3 \times 6}{4} = 4.5 \text{ cm} \quad \text{ومنه :}$$

$$* = \frac{DN}{AC} \frac{BN}{BA}$$

$$\frac{DN}{5} = \frac{3}{4} \quad \text{أي :}$$

$$DN = \frac{5 \times 3}{4} = 3.75 \text{ cm} \quad \text{ومنه :}$$

- حساب الطول HD :

$$\frac{HD}{MC} = \frac{BD}{BC} \quad \text{لدينا : (HD) // (AC) ومنه :}$$

$$\frac{HD}{2.5} = \frac{4.5}{6} \quad \text{أي :}$$

$$HD = \frac{2.5 \times 4.5}{6} = 1.87 \text{ cm} \quad \text{ومنه :}$$

التمرين 01 :

ABC مثلث قائم في C بحيث : AB = 24 cm

$$\sin \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

- احسب CB

التمرين 02 :

MNT مثلث قائم في M بحيث :

$$\tan \hat{N} = \frac{1}{3}, \quad NM = 3\sqrt{3}$$

- احسب MT

التمرين 03 :

احسب $\tan x$ إذا علمت أن : $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

التمرين 04 :

ABC مثلث قائم في A بحيث :

$$\sin \hat{A}CB = \frac{3}{4} , BC = 12\text{cm}$$

- احسب كلا من $\tan \hat{A}CB$, $\cos \hat{A}CB$, AC , AB

التمرين 05 :

ABC مثلث قائم في A بحيث :

$$\tan \hat{A}CB = \frac{3}{4} , AC = 4\text{cm}$$

$\cos \hat{A}CB$, $\sin \hat{A}CB$,

- احسب كلا من BC , AB

$\hat{A}CB$

التمرين 06 :

PMN مثلث قائم في M بحيث :

$$PM = 4\text{ cm} , MN = 7\text{cm}$$

- احسب PN

- احسب كل من $\sin \hat{P}$, $\cos \hat{P}$, $\tan \hat{P}$ بتقريب إلى 10^{-2} بالنقصان .

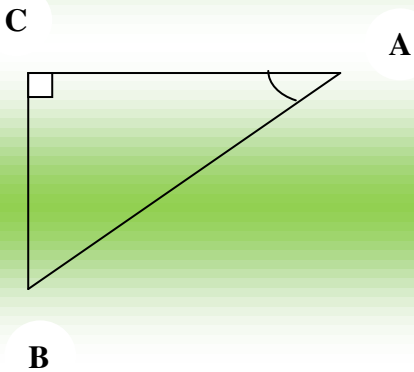
الحلول

حل التمرين 01 :

$$\sin \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{4} \dots\dots (1)$$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AB} \dots\dots (2)$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{4} : \text{من (1) و (2) نجد :}$$



$$\frac{BC}{24} = \frac{\sqrt{5}}{4} \text{ : أي}$$

$$BC = \frac{24\sqrt{5}}{4} = 6\sqrt{5} \text{ cm : ومنه}$$

حل التمرين 02 :

- حساب MT :

$$\text{Tan } \hat{N} = \frac{1}{3} \text{ (1) لدينا}$$

$$\text{Tan } \hat{N} = \frac{MT}{MN} \text{ (2) ولدينا}$$

$$\frac{MT}{MN} = \frac{1}{3} \text{ : من (1) و (2) نجد}$$

$$\frac{MT}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \text{ أي}$$

$$MT = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \text{cm } \sqrt{3} \text{ : ومنه}$$

حل التمرين 03 :

$$\text{Tan } x = \frac{\text{Sin } x}{\text{Cos } x}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Tan } x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} \text{ أي}$$

$$\text{Tan } x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3} \text{ : ومنه}$$

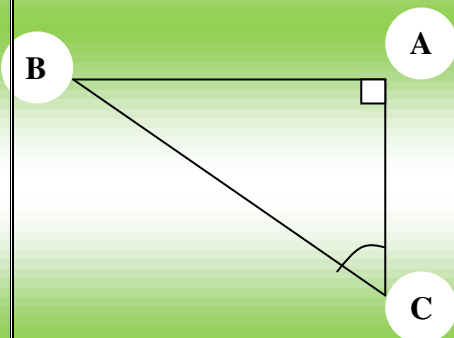
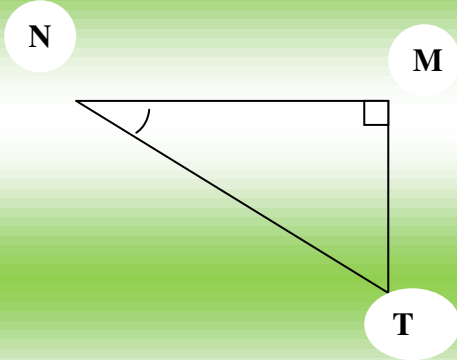
حل التمرين 04 :

- حساب AB :

$$\text{Sin } \hat{A}CB = \frac{3}{4} \text{ (1) لدينا}$$

$$\text{Sin } \hat{A}CB = \frac{AB}{BC} \text{ (2) ولدينا}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4} \text{ : من (1) و (2) نجد}$$



$$\frac{AB}{12} = \frac{3}{4} \text{ : أي}$$

$$AB = \frac{12 \times 3}{4} = 9 \text{ cm : ومنه}$$

$$* \quad AC^2 + AB^2 = BC^2 \quad \text{: حساب AC}$$

$$AC^2 + 9^2 = 12^2 \quad \text{: أي}$$

$$AC^2 = 144 - 81 \quad \text{: أي}$$

$$AC^2 = 63 \quad \text{: أي}$$

$$AC = \sqrt{63} = 3\text{cm} \sqrt{7} \quad \text{: ومنه}$$

$$* \quad \cos \hat{A}CB = \frac{AC}{BC} = \frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\hat{A}CB \tan = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{3\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

حل التمرين 05 :

- حساب AB :

$$\tan \hat{A}CB = \frac{3}{4} \dots (1) \quad \text{لدينا}$$

$$\tan \hat{A}CB = \frac{AB}{AC} \dots (2) \quad \text{ولدينا}$$

$$\text{من (1) و (2) نجد : } \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AB}{4} = \frac{3}{4} \quad \text{: ومنه}$$

$$AB = \frac{4 \times 3}{4} = 3\text{cm} \quad \text{: ومنه}$$

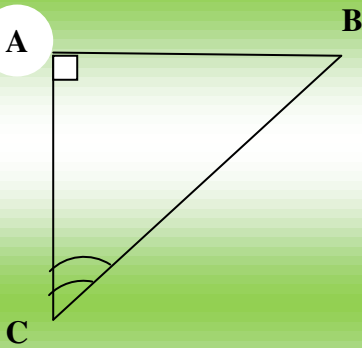
- حساب BC :

$$* \quad BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \quad \text{: أي}$$

$$BC = \sqrt{25} = 5\text{cm} \quad \text{: ومنه}$$

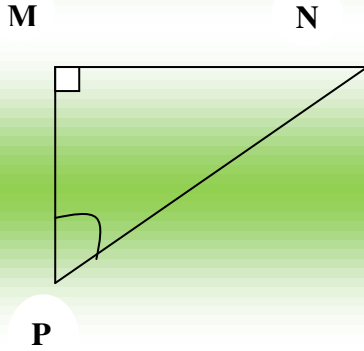
$$* \quad \cos \hat{A}CB = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0.8$$



$$* \quad \sin \hat{A} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0.6$$

حل التمرين 06 :

- حساب PN :



$$\text{لدينا : } PN^2 = MN^2 + PM^2$$

$$\text{أي : } PN^2 = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

$$\text{ومنه : } PN = \sqrt{65}$$

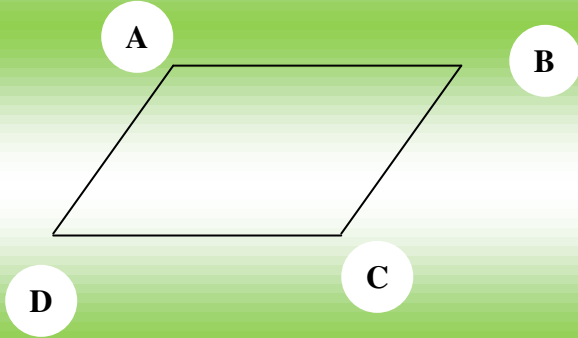
$$* \quad \sin \hat{P} = \frac{MN}{PN} = \frac{7}{\sqrt{65}} = \frac{7\sqrt{65}}{65}$$

$$* \quad \cos \hat{P} = \frac{PM}{PN} = \frac{4}{\sqrt{65}} = \frac{4\sqrt{65}}{65}$$

$$* \quad \tan \hat{P} = \frac{MN}{PM} = \frac{7}{4} = 1.75$$

التمرين 01:

ABCD متوازي أضلاع، اعتمادا على الشكل أكمل ما يلي :



$$\vec{AB} + \vec{BC} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{CD} + \vec{CB} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{AD} + \vec{CB} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{BA} + \vec{BC} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{AB} + \vec{CD} = \dots\dots\dots$$

التمرين 02:

ABC مثلث حيث :

$$AB = 6 , AC = 8 , BC = 10$$

- بين أن المثلث ABC قائم :
- لتكن M منتصف [BC]، أنشئ النقطة H صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$.
- ما نوع الرباعي AMHB ؟ استنتج الطول BH .

التمرين 03:

ضع العلامة × في الخانة المناسبة :

(* إذا كانت A نظيرة B بالنسبة إلى C فإن :

$$\vec{BC} = \vec{AC} \quad \square , \quad \vec{CB} = \vec{CA} \quad \square$$

$$\vec{BC} = \vec{CA} \quad \square$$

(* لإثبات أن M منتصف [AB] يكفي أن نثبت أن :

$$\vec{AB} = 2\vec{AM} \quad \square , \quad \vec{MA} = \vec{MB} \quad \square$$

$$\vec{AM} = \vec{MB} \quad \square$$

(* حسب علاقة شال

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC} \quad \square$$

$$\vec{AC} + \vec{BC} = \vec{AB} \quad \square$$

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \quad \square$$

(* ABCD متوازي أضلاع إذن :

$$\vec{BA} + \vec{BD} = \vec{BC} \quad \square$$

$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{BD} \quad \square$$

$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} \quad \square$$

الحلــــــــــــــــول

حل التمرين 01 :

من الشكل :

$$* \quad \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

$$* \quad \vec{CD} + \vec{CB} = \vec{CA}$$

$$* \quad \vec{AD} + \vec{CB} = \vec{0}$$

$$* \quad \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$$

$$* \quad \vec{AB} = \vec{CD} = \vec{0}$$

حل التمرين 02 :

لدينا $BC = 10$, $AC = 8$, $AB = 6$

$$* \quad BC^2 = 10^2 = 100$$

$$* \quad AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

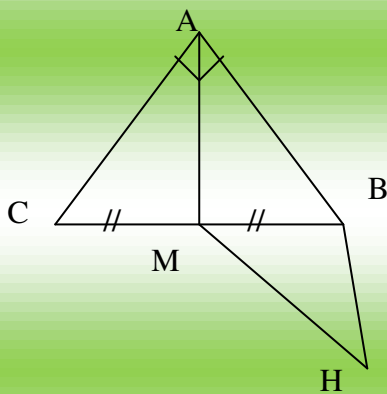
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \text{نلاحظ أن :}$$

ومنه نستنتج أن المثلث قائم في A .

- الرباعي AMHB متوازي أضلاع .

$$\text{ومنه : } BC \frac{1}{2} BH = AM =$$

$$\text{أي : } BH = 5 \text{ cm}$$



حل التمرين 03 :

(*) إذا كانت A نظيرة B بالنسبة إلى C فان :

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} \quad \boxed{\times}$$

(*) لإثبات أن M منتصف [AB] يكفي أن نثبت أن

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \quad \boxed{\times}$$

(*) حسب علاقة شال :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \quad \boxed{\times}$$

(*) ABCD متوازي أضلاع إذن

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \quad \boxed{\times}$$

التمرين 01 :

A , B , C ثلاث نقاط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (1 ، 2) ، A (2 ، 2) ،
B (3 ،
C (0 ، 3)

- احسب الأطوال AB , AC , BC

- بين نوع المثلث ABC

التمرين 02 :

($\overrightarrow{OI}$ ، $\overrightarrow{OJ}$ ، O) معلم متعامد ومتجانس للمستوي

A (5 ، 2) ، B (2 ، 6) ، C (-6 ، 0)

- بين أن المثلث ABC قائم .

- احسب إحداثي D بحيث يكون الرباعي ABCD مستطيلاً .

- احسب إحداثي I مركز تناظره .

التمرين 03 :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس A ، B ، C ، D أربع نقاط من

المستوي بحيث : A (1 ، 5) ، B (-3 ، 3) ، C (0 ، 2) ، D (4 ، 4)

- علم النقط : A ، B ، C ، D

- بين أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

التمرين 04 :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس :

$$C (-1, -1) , B (3, -3) , A (3, 7)$$

- علم النقط : A , B , C

- احسب إحداثي كل من الأشعة : $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{BC}$

- احسب الأطوال : AB , AC , BC

- بين أن المثلث ABC قائم في C

التمرين 05 :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

1- علم النقط : A (-1, -5) , B (5, -1) , C (4, 7) , D (-2, 3).

2- بين أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

3- احسب الطولين AD و BD

- استنتج نوع المثلث ABC

الحلـول

حل التمرين 01 :

لدينا : : $A (2 , 1)$ ، $B (3 , 2)$ ، $C (0 , 3)$

- حساب الأطوال : $* AB = \sqrt{(3-2)^2 + (2-1)^2}$

$$AB = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \text{ أي}$$

$$* AC = \sqrt{(0-2)^2 + (3-1)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ أي}$$

$$* BC = \sqrt{(0-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 1^2}$$

$$BC = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \text{ أي}$$

- ببين نوع المثلث :

$$* BC^2 = \sqrt{10}^2 = 10$$

$$* AB^2 + AC^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{8}^2 = 2 + 8 = 10$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ : نلاحظ أن}$$

ومنه المثلث ABC قائم في A

حل التمرين 02 :

لدينا : : $A (5 , 2)$ ، $B (2 , 6)$ ، $C (-6 , 0)$

- لنحسب الأطوال : $* AB = \sqrt{(2-5)^2 + (6-2)^2}$

$$AB = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} \text{ أي}$$

$$AB = 5 \text{ ومنه}$$

$$* AC = \sqrt{(-6-5)^2 + (0-2)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-11)^2 + (-2)^2} = \sqrt{121+4} = \sqrt{125} \text{ أي}$$

$$* BC = \sqrt{(-6-2)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2}$$

$$BC = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10 \text{ أي}$$

$$* AC^2 = \sqrt{125}^2 = 125$$

$$AB^2 + BC^2 = 5^2 + 10^2 = 25 + 100 = 125$$

نلاحظ أن : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ومنه المثلث ABC قائم في B

- حساب إحداثيي النقطة D :

ABCD مستطيل معناه : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

أي : $\overrightarrow{AB} (2-5, 6-2)$ ، $\overrightarrow{AB} (-3, 4)$

$\overrightarrow{DC} (-6-x, 0-y)$

ومنه : $-3 = -6 - x$ ومنه : $x = -3$

$4 = -y$ ومنه : $y = -4$

إذن : $D (-3, -4)$

- حساب إحداثيي مركز تناظره : I هي منتصف [AC] ومنه : $x_I = \frac{5+(-6)}{2} = \frac{-1}{2}$

$$y_I = \frac{2+0}{2} = 1$$

ومنه : $I \left(\frac{-1}{2}, 1 \right)$

حل التمرين 03 :

لدينا : $A (1, 5)$ ، $B (-3, 3)$ ، $C (0, 2)$ ، $D (4, 4)$

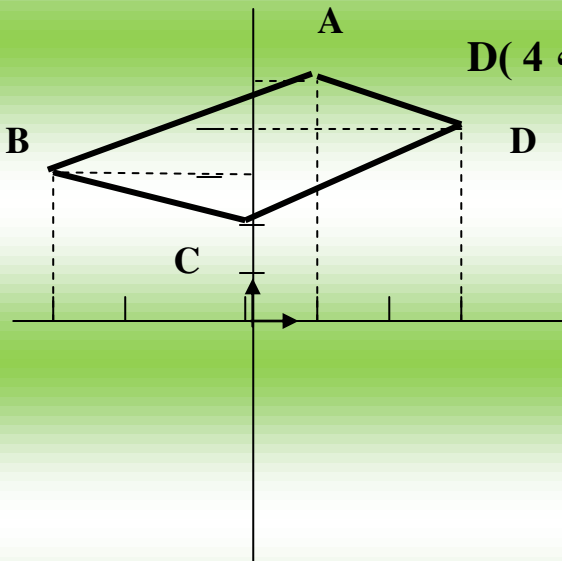
* $\overrightarrow{AB} (-3-1, 3-5)$

أي : $\overrightarrow{AB} (-4, -2)$

* $\overrightarrow{DC} (0-4, 2-4)$

أي : $\overrightarrow{DC} (-4, -2)$

نلاحظ أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$



ومنه الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

حل التمرين 04 :

لدينا : $A (3, 7)$ ، $B (3, -3)$ ، $C (-1, -1)$

$$* \overrightarrow{AB} (3-3, -3-7)$$

$$\overrightarrow{AB} (0, -10) : \text{أي}$$

$$* \overrightarrow{AC} (-1-3, -1-7)$$

$$\overrightarrow{AC} (-4, -8) : \text{أي}$$

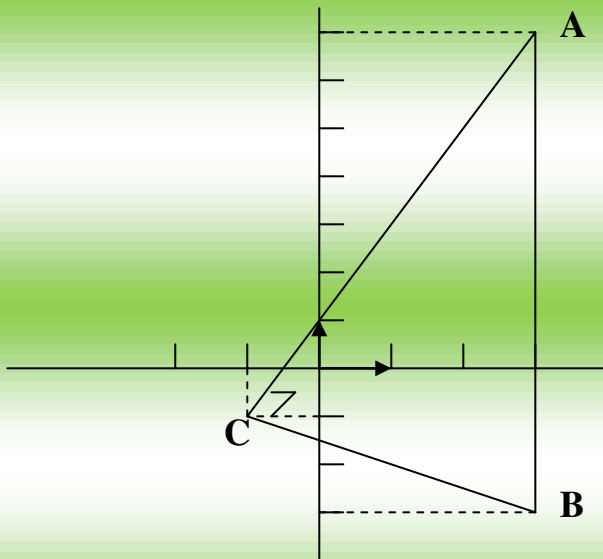
$$* \overrightarrow{BC} (-1-3, -1+3)$$

$$\overrightarrow{BC} (-4, +2) : \text{أي}$$

$$* AB = \sqrt{0^2 + (-10)^2} = \sqrt{100} = 10 : \text{ومنه}$$

$$* AC = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80}$$

$$* BC = \sqrt{(-4)^2 + (2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$



$$* AB^2 = 10^2 = 100$$

$$* AC^2 + BC^2 = \sqrt{80}^2 + \sqrt{20}^2 = 80 + 20 = 100$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 : \text{نلاحظ أن}$$

ومنه المثلث ABC قائم في C .

حل التمرين 05 :

1/ تعليم النقط : $A (-1, -5)$ ، $B (5, -1)$ ، $C (4, 7)$ ، $D (-2, 3)$

$$* \overrightarrow{AB} (5 + 1, -1 + 5) / 2$$

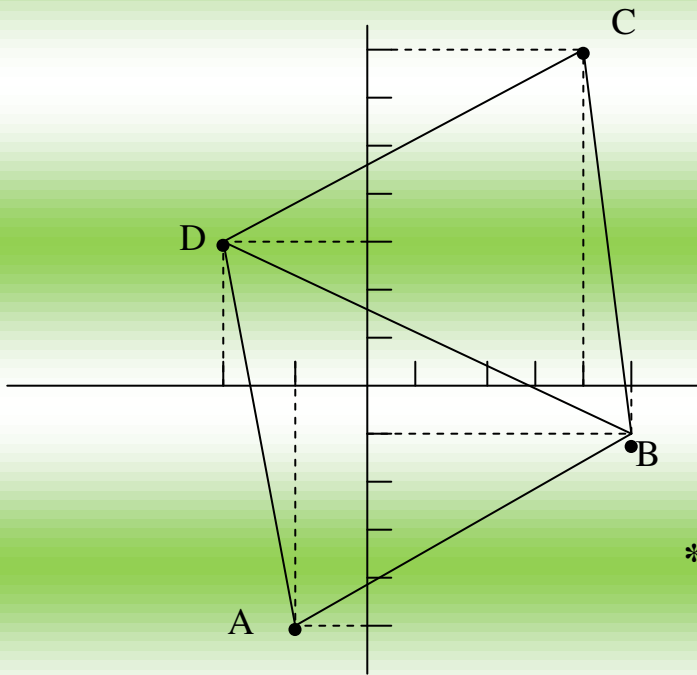
$$\overrightarrow{AB} (6, 4) : \text{أي}$$

$$* \overrightarrow{DC} (4 + 2, 7 - 3)$$

$$\overrightarrow{DC} (6, 4) : \text{أي}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} : \text{نلاحظ أن}$$

ومنه الرباعي ABCD متوازي أضلاع .



$$* AD = \sqrt{(-2+1)^2 + (3+5)^2} \quad / 3$$

$$AD = \sqrt{(-1)^2 + 8^2} = \sqrt{1+64} : \text{أي}$$

$$AD = \sqrt{65} : \text{ومنه}$$

$$* BD = \sqrt{(-2-5)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 4^2}$$

$$BD = \sqrt{65} : \text{أي} \quad BD = \sqrt{49+16} : \text{ومنه}$$

$$AD = BD : \text{لدينا}$$

ومنه المثلث ABC متساوي الساقين .

مواضيع مطولة

الموضوع الأول:

التمرين الأول:

لدينا العبارات التالية:

$$C = 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}, \quad B = 3\sqrt{2} - \sqrt{72} - \sqrt{50}, \quad A = \frac{0,3}{0,5} + 0,9 \times \frac{0,5}{1,5}$$

1- أحسب A و أعط الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال.

2- أكتب B على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر عدد طبيعي ممكن.

3- بين أن العدد C سالب دون حساب الفرق $2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$.

التمرين الثاني:

إليك العبارتان:

$$B = (2x - 3)^2, \quad A = (2x - 3)(3x + 4)$$

1- حلل العبارة التالية B-A إلى جداء عاملين.

2- حل المعادلة $B - A = 0$

التمرين الثالث:

" الوحدة هي السنتيمتر "

ABC مثلث قائم في A حيث : $\sin \hat{A}CB = \frac{3}{4}$, $BC = 12$

1- أحسب كلا من : $\cos \hat{A}CB$, AC , AB

التمرين الرابع:

ABC مثلث.

1- عين النقطة D بحيث $\vec{AD} = \vec{BC}$

2- عين النقطة E بحيث C منتصف [BE]

3- بين أن الرباعي ADEC متوازي أضلاع.

المسألة (الوضعية):

1- قطعة أرض على شكل مثلث ABC حيث: $BC = 120\text{cm}$, $AB = 150\text{cm}$, $AC = 90\text{cm}$

- بين أن المثلث ABC قائم في C.
 - أحسب $\cos B$ ، ثم استنتج قيمة B مدور إلى الدرجة.
 - عبر بالهكتار عن مساحة هذه الأرض.
- 2- من نقطة M على الضلع [AC] حيث $AM = 30\text{m}$ نرسم مستقيماً يوازي (BC) فيقطع (AB) في نقطة N.
- أحسب MN.
 - زرعت القطعة MNBC طماطم فكان مردود الأر (a) الواحد هو 150kg .
فما هو وزن منتج الطماطم؟

الموضوع الثاني:

الجزء الأول:

التمرين الأول:

1- أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 945 و 1215.

2- أكتب $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

التمرين الثاني:

A عدد حيث:

$$A = (2 - \sqrt{3})^2$$

(1) أنشر ثم بسط A.

(2) لتكن العبارة الجبرية E حيث:

$$E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$$

- احسب القيمة المضبوطة للعبارة E من أجل $x = \sqrt{7}$

- حل E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

- حل المعادلة $(x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3}) = 0$

التمرين الثالث:

وحدة الطول المختارة هي السنتيمتر.

ABC مثلث قائم في A حيث: $AB = 3$, $BC = 5$

(1) أنشئ الشكل ثم حدد الطول AC.

(2) E نقطة من [AB] حيث $AE = 1$. المستقيم الذي يشمل E و يعامد (AB) يقطع (BC) في

النقطة M.

- أوجد BM.

- احسب $\cos ABC$ ثم استنتج قياس الزاوية EMB.

(تدور النتيجة إلى الوحدة من الدرجة)

التمرين الرابع:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

(1) علم النقطتين $A(0,4)$ ، $B(1,0)$.

(2) حدد العبارة الجبرية للدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني هو المستقيم (AB) .

(3) ليكن المستقيم (Δ) التمثيل البياني للدالة g حيث: $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$.

- أنشئ (Δ) .

- أوجد احداثي M نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (Δ) .

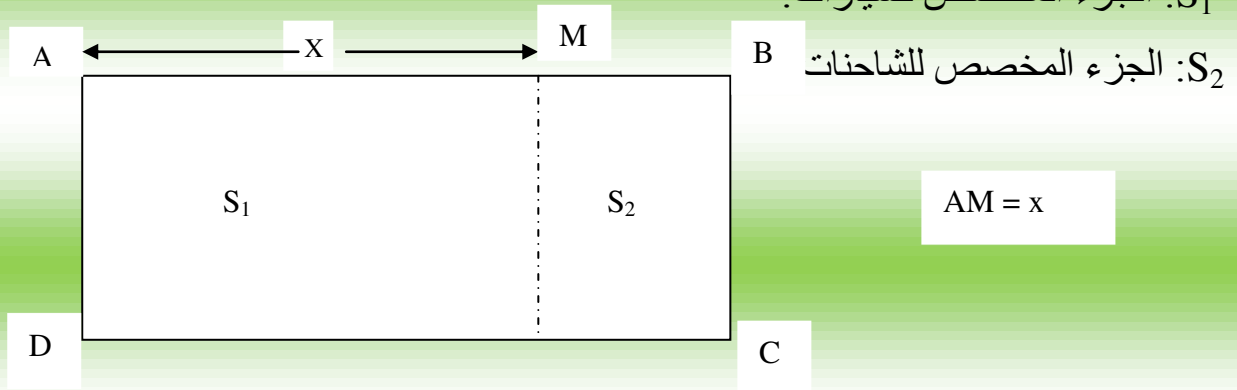
الجزء الثاني:

المسألة:

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $2400m^2$ و عرضها يساوي ثلثي طولها، أراد صاحب هذه القطعة استخدامها كحظيرة للسيارات و الشاحنات ذات الحجم الصغير.

1 - احسب عرض و طول هذه القطعة.

2- يتم تقسيم هذه القطعة كما هو مبين في الشكل الموالي:



أ- عبر عن مساحتي الجزئين S_1 و S_2 بدلالة x .

ب- إذا عامت أن المساحة المخصصة لسيارة واحدة هي $18m^2$ و للشاحنة الواحدة هي $30m^2$.

- أوجد x حتى يتسع الجزء S_1 لـ 80 سيارة ثم استنتج في هذه الحالة أكبر عدد للشاحنات التي يمكن توقفها في الجزء S_2 .

3- المدخول اليومي للحظيرة لما تكون كل الأماكن محجوزة هو 8960DA.

- حدد تسعيرة التوقف اليومي لكل من السيارة الواحدة إذا علمت أن تسعيرة التوقف اليومي للسيارة هي 30% من تسعيرة التوقف اليومي للشاحنة.

الموضوع الثالث:

التمرين الأول:

اكتب العدد A كتابة عشرية ثم كتابة علمية:

$$A = \frac{2 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^3)^4}{0,2 \times 10^{-7}}$$

التمرين الثاني:

E عبارة جبرية حيث:

$$E = 9x^2 - 6x + 1 + (3x - 1)(5x + 7)$$

- حل E إلى جداء عاملين.

- حل المعادلة: $E = 0$.

التمرين الثالث:

→ ($\vec{j}$; $\vec{i}$; O) معلم متعامد و متجانس.

$$A(2,1) , B(5,5) , C(6,2)$$

- أوجد إحداثيتي D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{DA}$.

- ما نوع الرباعي ABCD ؟ أوجد إحداثيتي مركز تناظره.

التمرين الرابع:

→ ($\vec{j}$; $\vec{i}$; O) معلم متعامد و متجانس.

(1) علم النقط: $A(1,1)$, $B(1,4)$, $C(5,1)$.

(2) احسب: AB , AC , BC ثم بين نوع المثلث ABC.

المسألة:

حتى لا ينزلق سلم يجب أن يوضع بزاوية α مع مستوى سطح الأرض بحيث لا تتجاوز هذه

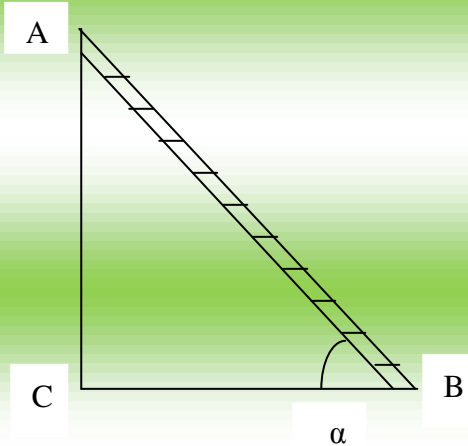
الزاوية 75° و لا تقل عن 60° .

طول هذا السلم هو 3,10m.

و حتى نتجنب وقوع حادث:

1- ما هو أدنى ارتفاع يمكن وضع أعلى السلم فيه؟

2- ما هو أعلى ارتفاع يمكن وضع أعلى السلم فيه؟



الموضوع الرابع:

الجزء الأول:

التمرين الأول:

ليكن العددان $A = \sqrt{128} - \sqrt{32} + \sqrt{98}$ و $B = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$

$$+ \frac{3}{2} B = \frac{5}{4} x \quad \frac{2}{3}$$

1- اكتب A على شكل $\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي.

2- بسط العدد B ثم بين أن: $\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3}$.

التمرين الثاني:

- لتكن العبارة الجبرية E حيث:

$$E = 10^2 - (x - 2)^2 - (x + 8)$$

1- انشر ثم بسط E.

2- حلل العبارة $10^2 - (x - 2)^2$ ، ثم استنتج تحليل العبارة الجبرية E.

3- حل المعادلة: $(11 - x)(8 + x) = 0$.

التمرين الثالث:

1- حل الجملة: $4x + 5y = 105$

$$6x + 4y = 112$$

2- اشترى رضوان من مكتبة أربعة كراريس و خمسة أقلام بمبلغ 105DA و اشترت مريم

ثلاثة و قلمين بمبلغ 56DA.

3- أوجد ثمن الكراس الواحد و ثمن القلم الواحد.

التمرين الرابع:

1- ارسم المثلث ABC القائم في A حيث: $AB = 4,5\text{cm}$ ، $BC = 7,5\text{cm}$.

2- احسب AC.

3- احسب $\sin \hat{A}$.

الجزء الثاني:

المسألة:

تقترح شركة لسيارات الأجرة التسعيرتين التاليتين:

- التسعيرة الأولى: 15DA للكيلومتر الواحد لغير المنخرطين.

- التسعيرة الثانية: 12DA للكيلومتر الواحد مع مشاركة شهرية قدرها 900DA.

1- انقل الجدول على ورقة الإجابة ثم أكمله:

المسافة (Km)	60		
التسعيرة الأولى (DA)			5100
التسعيرة الثانية (DA)		2628	

2 - ليكن: x هو عدد الكيلومترات للمسافات المقطوعة.

y_1 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.

y_2 هو المبلغ حسب التسعيرة الأولى.

أ- عبر عن y_1 و y_2 بدلالة x .

ب- حل المتراجحة: $15x > 12x + 900$

حل الموضوع الأول:

حل التمرين الأول:

(1)

$$A = \frac{0,3}{0,5} + 0,9 \times \frac{0,5}{1,5}$$

$$A = \frac{3}{5} + \frac{9}{10} \times \frac{5}{15}$$

$$A = \frac{3}{5} + \frac{9}{10} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5} + \frac{9}{50}$$

$$A = \frac{30}{50} + \frac{9}{50} = \frac{30+9}{50} = \boxed{\frac{39}{50}}$$

أي:

أي:

$$B = 3\sqrt{2} - \sqrt{72} - \sqrt{50}$$

(2)

$$B = 3\sqrt{2} - \sqrt{36 \times 2} - \sqrt{25 \times 2}$$

أي:

$$\boxed{-8\sqrt{2}}$$

$$B = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$

أي:

$$B = (3 - 6 - 5)\sqrt{2} =$$

$$2\sqrt{5} < 5\sqrt{2}$$

بما أن:

فإن الفرق: $5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$ يكون سالبا.

حل التمرين الثاني:

1- تحليل $B - A$:

$$B - A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(3x + 4)$$

أي:

$$B - A = (2x - 3) - [(2x - 3)(3x + 4)]$$

أي:

$$B - A = (2x - 3)(2x - 3 - 3x - 4)$$

أي:

أي:

$$B - A = (2x - 3)(-x - 7)$$

2- حل المعادلة: $B - A = 0$:

$$(2x - 3)(-x - 7) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

إما: $2x - 3 = 0$ أي: $2x = 3$ و

$$x = -7$$

أو: $-x - 7 = 0$

حل التمرين الثالث:

لدينا: $BC = 12$

$$\sin \hat{A}CB = \frac{3}{4}$$

- حساب AB: $\sin \hat{A}CB = \frac{3}{4} \dots\dots\dots (1)$

$$\sin \hat{A}CB = \frac{AB}{BC} \dots\dots\dots (2)$$

من (1) و (2) نجد: $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$

$$\frac{12 \times 3}{4} AC = \dots\dots\dots \text{أي: } \frac{AB}{12} = \frac{3}{4} \text{ ومنه:}$$

$$= \frac{36}{4} A \boxed{9} \text{ أي:}$$

- حساب AC:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 \text{ و منه:}$$

$$AC^2 = (12)^2 - (9)^2 = 144 - 81 \text{ أي:}$$

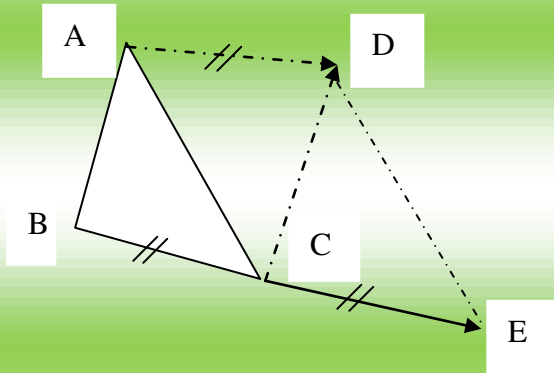
$$\sqrt{63} AC = \dots\dots\dots \text{أي: } AC^2 = 63 \text{ و منه:}$$

$$AC = 3\sqrt{7}$$

$$\text{أي: } AC = \sqrt{9 \times 7} \text{ أي:}$$

- حساب $\cos \hat{A}CB$:

$$= \frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{AC}{BC} \cos \hat{A}CB \quad \boxed{\frac{\sqrt{7}}{4}}$$



حل التمرين الرابع:

الرسم $\leftarrow (2) + (1)$

(3) بما أن: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

و بما أن: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CE}$

(C منتصف BC)

فإن: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CE}$

إذن في الرباعي ADEC شعاعان متساويان فهو متوازي أضلاع.

حل المسألة:

لدينا: $AC = 90m$

$AB = 150m$

$BC = 120m$

- نبين أن المثلث ABC قائم في النقطة C.

$$*) AC^2 + BC^2 = (90)^2 + (120)^2$$

$$= 180 + 14400$$

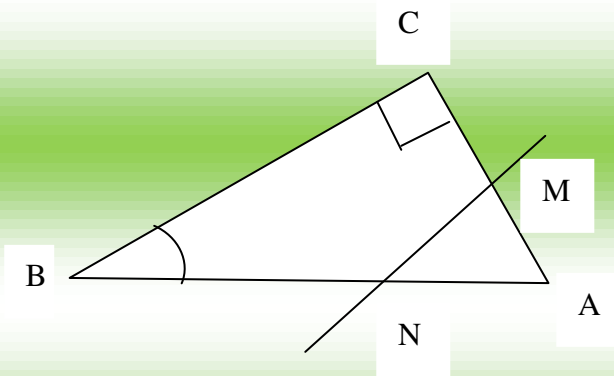
$$= 22500$$

$$*) AB^2 = (150)^2 = 22500$$

نلاحظ أن: $AC^2 + BC^2 = AB^2$

و منه نستنتج أن المثلث قائم في C .

- حساب $\cos B$:



$$\boxed{0,8} = \frac{4}{5} = \frac{120}{150} = \frac{BC}{AB} \quad \cos B =$$

$$\boxed{B = 37^\circ} \quad \text{و منه نجد:}$$

- حساب مساحة الأرض:

$$S = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{90 \times 120}{2} = \frac{10800}{2} \quad \text{أي:}$$

$$\boxed{S = 0,54 \text{ ha}} \quad \text{أي:}$$

- حساب MN:

لدينا: $(MN) \parallel (BC)$

$$\frac{AM}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \text{و منه:}$$

$$\frac{MN}{120} = \frac{30}{90} \quad \text{أي:}$$

$$= \frac{120 \times 30}{90} \quad MN = \quad \boxed{40m}$$

- مساحة AMN هي:

$$\boxed{600m^2} = \frac{1200}{2} = \frac{30 \times 40}{2} = \frac{AM \times MN}{2}$$

و منه مساحة MNBC (شبه منحرف) هي:

$$5400m^2 - 600m^2 = \boxed{48m^2}$$

$$1a = 100m^2 \quad \text{لدينا:}$$

$$4800m^2 = 48a \quad \text{و منه:}$$

- إذن المساحة المزروعة هي 48a

$$1a \quad \longrightarrow 150Kg$$

$$48a \quad \longrightarrow x$$

$$\boxed{7200Kg} =$$

$$\frac{48 \times 150Kg}{1a} \times x = \quad \text{و منه:}$$

إذن المنتج هو: 7200Kg.

حل الموضوع الثاني:

الجزء الأول:

حل التمرين الأول:

1215	945	9455	270
270	1	135	3
270	135	270	00
	2		

(1) إيجاد: $\text{PGCD} (945, 1215)$

$$1215 = 945 \times 1 + 270$$

$$945 = 270 \times 3 + 135$$

$$270 = 135 \times 2 + 0$$

إذن: $\text{PGCD} (945, 1215) = 135$

(2) كتابة الكسر $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

$$\frac{7}{9} = \frac{945:135}{1215:135} = \frac{945}{1215}$$

حل التمرين الثاني:

(1) نشر و تبسيط A: $A = (2 - \sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3}$

$$\sqrt{3} = 7 - 4\sqrt{3} \quad A = 4 - 4$$

$$\sqrt{3} A = 7 - 4$$

(2) حساب القيمة المضبوطة لـ E:

$$\sqrt{3} E = x^2 - (7 - 4)$$

$$\sqrt{3} E = (7 - 4\sqrt{3})^2 - (7 - 4\sqrt{3})$$

$$\sqrt{3} E = 4$$

(*) تحليل E:

$$\sqrt{3} E = x^2 - (7 - 4)$$

$$E = [x - (2 - \sqrt{3})][\sqrt{3} x + (2 - \sqrt{3})]$$

$$E = (x - 2 + \sqrt{3})(\sqrt{3} x + 2 - \sqrt{3})$$

$$(*) \text{ حل المعادلة } (x - 2 + \sqrt{3})(\sqrt{3} x + 2 - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{إما: } \sqrt{3} x - 2 + \sqrt{3} = 0 \quad \text{و منه: } \sqrt{3} x = 2 - \sqrt{3}$$

أو: $\sqrt{3}x - 2 = 0$ و منه: $\sqrt{3}x = 2$

حل التمرين الثالث:

(1) الشكل:

لدينا: $BC = 5$, $AB = 3$

- حساب AC:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 \quad \text{أي:}$$

$$AC^2 = (5)^2 - (3)^2 = 25 - 9 \quad \text{أي:}$$

$$\sqrt{16} AC = \text{منه: } AC^2 = 16 \quad \text{أي:}$$

$$AC = 4 \quad \text{أي:}$$

(2) حساب BM:

$$\left\{ \begin{array}{l} (AC) \perp (AB) \quad \text{لدينا:} \\ (EM) \perp (AB) \end{array} \right. \text{ و منه: } (AC) \parallel (EM)$$

بتطبيق نظرية طالس نجد:

$$\frac{BM}{5} = \frac{2}{3} \quad \text{أي: } \frac{BM}{BC} = \frac{BE}{AB}$$

$$BM = \frac{10}{3} \quad \text{أي: } BM = \frac{5 \times 2}{3} \quad \text{و منه:}$$

- حساب $\cos ABC$:

$$= 0,6 \quad \frac{3}{5} = \frac{AB}{BC} \quad \cos ABC =$$

باستعمال الآلة الحاسبة:

$$0,6 \quad \boxed{2 \text{ n df}} \quad \boxed{\cos^{-1}} \quad \beta^\circ$$

$$EBM = 53^\circ \quad \text{أي: } ABC = 53^\circ \quad \text{إذن:}$$

$$EBM = 180^\circ - (90^\circ + 53^\circ) \quad \text{و منه:}$$

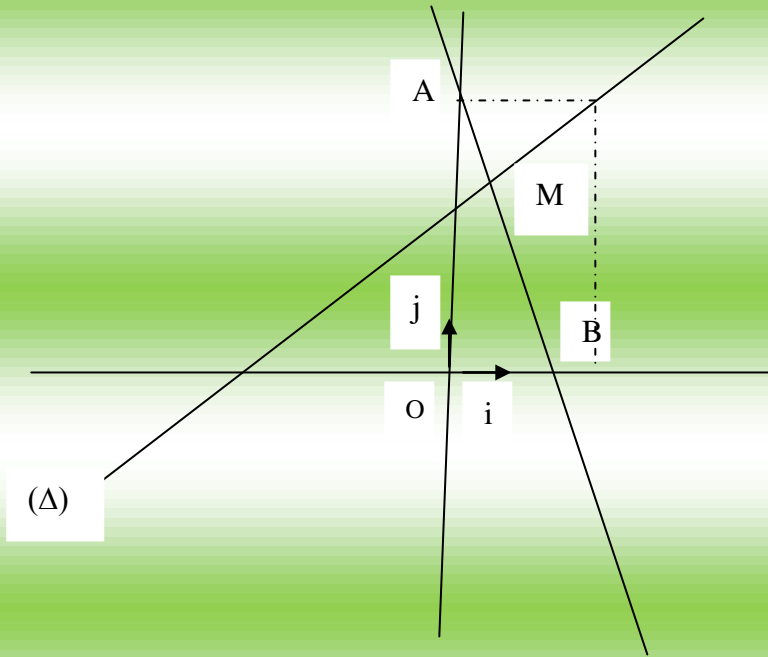
$$EMB = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ \quad \text{أي:}$$

$$EMB = 37^\circ \quad \text{إذن:}$$

حل التمرين الرابع:

(1) تعليم النقطتين:

$B(1,0)$, $A(0,4)$



(2) تحديد العبارة الجبرية للدالة:

لدينا: $f(x) = ax + b$

و منه:

$$\frac{4}{-1} = \frac{4-0}{0-1} \quad a =$$

أي: $a = -4$

و منه: $a \times 1 + b = 0$

أي: $-4 + b = 0$

و منه: $b = 4$

إذن: $f(x) = -4x + 4$

(3) إنشاء (Δ) : $\frac{2}{3} g(x) = x + 2$

x	0	3
g(x)	2	4

(*) إيجاد احداثيي M:

$$(\Delta) \cap (AB) = \{M\}$$

$$\begin{cases} \text{لدينا الجملة: } y = -4x + 4 \\ x + 2 \end{cases} \quad \text{أي: } -4x + 4 = \frac{2}{3}x + 2 \quad \frac{2}{3}Y =$$

$$\text{أي: } x = 2 - 4 \frac{2}{3} - 4x - \frac{-14}{3} \text{ أي: } x = -2$$

$$\text{و منه: } \frac{3}{-14}x = (-2) \times \frac{3}{-14} \quad \text{أي: } x = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

$$\text{و منه: } \frac{3}{7}y = -4x + 4 \quad \text{أي: } y = \frac{-12}{7} + 4$$

$$\text{أي: } y = \frac{-12}{7}$$

$$\text{إذن: } M\left(\frac{3}{7}, \frac{16}{7}\right)$$

الجزء الثاني:

حل المسألة:

(1) حساب عرض و طول القطعة:

نفرض الطول: a و العرض هو b

$$\text{و منه: } a \times b = 2400 \dots\dots\dots (1)$$

$$a = 2400 \quad \frac{2}{3}a \quad \text{و منه: } a \times \frac{2}{3}a = 2400 \quad \frac{2}{3}b = \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{أي: } \frac{2}{3}a^2 = 2400 \quad \text{و منه: } a^2 = \frac{2400 \times 3}{2} \quad \text{أي: } a = \frac{2400 \times 3}{2}$$

$$\text{أي: } a^2 = 3600 \quad \text{و منه: } a = \sqrt{3600} \quad \text{أي: } a = 60m$$

$$\text{و منه: } y = \frac{2}{3}x \quad x = 60 = 40m$$

إذن الطول هو: $60m$ ، و العرض هو: $40m$.

$$S_1 = 40x \quad (2) \text{ أ}$$

$$S_2 = (60 - x) \times 40$$

$$S_2 = 2400 - 40x \quad \text{أي:}$$

$$40x = 80 \times 18 \quad (\text{ب})$$

$$= 36m \frac{80 \times 18}{40} \quad x = \text{منه:}$$

$$60 - 36 = 24 \quad \text{المساحة } S_2 \text{ عندئذ:}$$

$$24 \times 40 = 960$$

$$\frac{960}{30} \quad \text{و منه أكبر عدد من الشاحنات هو:}$$

(3) تحديد تسعيرة التوقف اليومي:

$$80 \times P_1 + 32 \times P_2 = 8960 \quad \text{و منه:} \quad \begin{cases} P_1 \text{ نفرض تسعيرة السيارة الواحدة هو} \\ P_2 \text{ نفرض تسعيرة السيارة الواحدة هو} \end{cases}$$

$$P_2 \frac{3}{10} P_1 = \quad \text{أي:} \quad P_1 = \frac{30P_2}{100} \quad \text{و منه:} \quad \begin{cases} 10^\circ \rightarrow 30 \\ P_2 \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow T_1 \end{array} \right. \end{cases}$$

بالتعويض نجد:

$$24 P_2 + 32 P_2 = 8960 \quad \text{أي:} \quad P_2 + 32 \times P_2 = 8960 \quad \frac{3}{10} 80 \times$$

$$P_2 = 160DA \quad \text{أي:} \quad \frac{8960}{56} P_2 = \text{و منه:} \quad 56 P_2 = 8960 \quad \text{أي:}$$

$$P_1 = 480DA \quad \text{أي:} \quad x 160 \quad \frac{3}{10} P_1 = \text{و منه:}$$

حل الموضوع الثالث:

حل التمرين الأول:

$$\frac{2 \times 1,2 \times 10^{12} \times 10^7}{0,2} = \frac{2 \times 10^2 \times 1,2 \times (10)^4}{0,2 \times 10^{-7}} A =$$

$$A = 12 \times 10^{19} \text{ أي:}$$

$$A = 1,2 \times 10^{20}$$

حل التمرين الثاني:

- التحليل:

$$E = 9x^2 - 6x + 1 + (3x - 1)(5x + 7)$$

$$E = (3x - 1) + (3x - 1)(5x + 7) \text{ أي:}$$

$$E = (3x - 1) [(3x - 1) + (5x + 7)]$$

$$E = (3x - 1)(3x - 1 + 5x + 7) \text{ أي:}$$

$$E = (3x - 1)(8x + 6)$$

و منه:

حل المعادلة: E = 0

$$(3x - 1)(8x + 6) = 0$$

$$3x - 1 = 0 \text{ إما: } 3x = 1 \text{ و منه:}$$

$$8x + 6 = 0 \text{ أو: } 8x = -6 \text{ و منه:}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{-6}{8} \text{ ومنه:}$$

$$x = \frac{-3}{4}$$

حل التمرين الثالث:

لدينا: A(2,1) , B(5,5) , C(6,2)

- إيجاد إحداثيي D:

D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه BA معناه:

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{BA}(-3, -4) \text{ و منه: } \overrightarrow{BA}(2-5, 1-5)$$

$$\overrightarrow{CD}(x-6, y-2)$$

$$x = -3 + 6 = \boxed{3} \text{ و } x - 6 = -3 \text{ أي:}$$

$$y = -4 + 2 = \boxed{-2} \text{ و } y - 2 = -4$$

$$D = (3, -2)$$

- الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

مركز تناظره هي منتصف قطريه: [AC] و [BD]

$$= \frac{8}{2} = \frac{2+6}{2} x = \boxed{4} \text{ و}$$

$$\boxed{1,5} = \frac{3}{2} = \frac{1+2}{2} y =$$

إذن مركز تناظره هي: $M(4, 1,5)$

حل التمرين الرابع:

1) لدينا: A(1,1) , B(1,4) , C(5, 1)

$$AB = (2 \sqrt{(1-1)^2 + (4-1)^2} *)$$

$$AB = \sqrt{0+9} \text{ أي:}$$

$$AB = 3$$

أي:

$$*) AC = \sqrt{(5-1)^2 + (1-1)^2}$$

$$AC = \sqrt{4^2+0} = \sqrt{16} \text{ أي:}$$

$$AC = 4$$

$$\sqrt{(5-1)^2 + (1-4)^2} *) BC =$$

$$BC = \sqrt{4^2+(-3)^2} \text{ أي:}$$

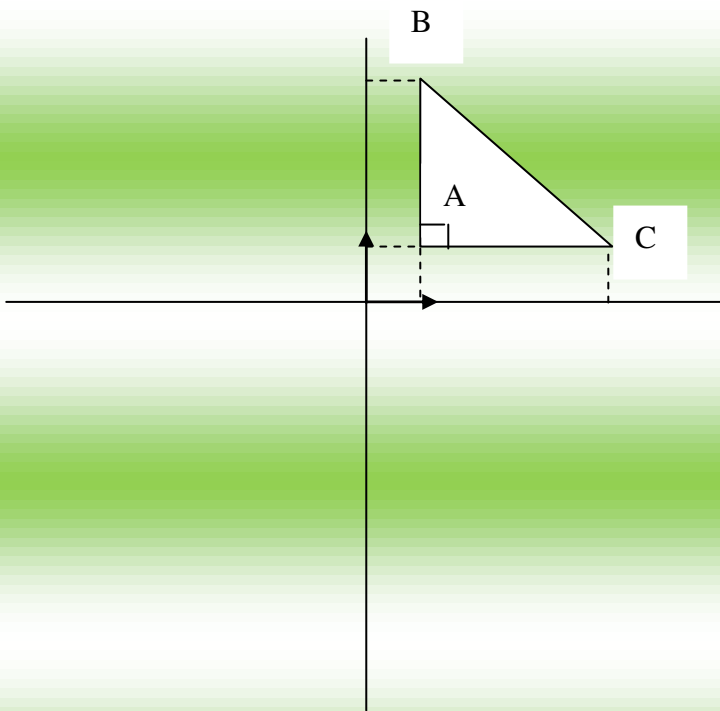
$$BC = \sqrt{16+9} \text{ أي:}$$

$$BC = \sqrt{25} = \boxed{5} \text{ أي:}$$

$$*) BC^2 = 5^2 = 25$$

$$*) AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2$$

$$= 16 + 9 = 25$$



و منه المثلث قائم في A.

حل المسألة:

(1) حساب أدنى ارتفاع يمكن وضع أعلى السلم فيه:

$$\sin 60^\circ \approx 0,86 \dots \dots \dots (1)$$

$$\dots \dots \dots (2) \quad \frac{AC}{AB} \sin 60^\circ =$$

$$= 0,86 \quad \text{و منه نجد: } \frac{AC}{AB}$$

$$= 0,86 \quad \text{أي: } \frac{AC}{3,10}$$

$$AC = 0,86 \times 3,10 = \boxed{2,66\text{m}} \quad \text{و}$$

(2) حساب أعلى ارتفاع يمكن وضع أعلى السلم فيه:

$$\sin 75^\circ \approx 0,96 \dots \dots \dots (1)$$

$$\dots \dots \dots (2) \quad \frac{AC}{AB} \sin 75^\circ =$$

$$= 0,96 \quad \text{و منه نجد: } \frac{AC}{3,10}$$

$$AC = 0,96 \times 3,10 = \boxed{2,97\text{m}} \quad \text{و منه:}$$

حل الموضوع الرابع:

الجزء الأول:

حل التمرين الأول:

$$\sqrt{128} - \sqrt{32} + \sqrt{98} \quad 1) A =$$

$$- \sqrt{16x^2} + 3\sqrt{49x^2} \quad A = \sqrt{64x^2} \quad \text{أي:}$$

$$- 8\sqrt{2} + 3 \times 4\sqrt{2} \quad A = 7\sqrt{2} \quad \text{أي:}$$

$$= \sqrt{2} \quad A = (7 + 11) \sqrt{2}$$

$$\frac{10}{12} + \frac{3}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} + \frac{3}{2} \quad 1) B =$$

$$= \frac{28}{12} = \frac{10}{12} + \frac{7}{3} \quad B = \text{أي:}$$

$$- 7 \frac{121x^2}{33} = \frac{7}{3} - 3 \times \frac{(11\sqrt{2})^2}{3^3} - 3 \quad B = \frac{A^2}{33} (*)$$

$$= \frac{11}{33} = \frac{231}{33} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3} \quad \text{إذن:}$$

حل التمرين الثاني:

(1) نشرو تبسيط العبارة E:

$$E = 10^2 - (x - 2)^2 - (x + 8)$$

$$E = 100 - (x^2 - 4x + 4) - x - 8 \quad \text{أي:}$$

$$E = 100 - x^2 + 4x - 4 - x - 8 \quad \text{أي:}$$

$$E = -x^2 + 3x + 88 \quad \text{و منه:}$$

(2) تحليل العبارة:

$$10^2 - (x^2 - 2) = [10 - (x - 2)] [10 + (x - 2)]$$

$$= (10 - x + 2)(10 + x - 2)$$

$$= (12 - x)(8 + x)$$

و منه: $E = (12 - x)(8 + x) - (x + 8)$

$E = (8 + x)[(12 - x) - 1]$

$E = (8 + x)(11 - x)$

(3) حل المعادلة: $(8 + x)(11 - x) = 0$

إما: $11 - x = 0$ و منه: $x = 11$

أو: $8 + x = 0$ و منه: $x = -8$

حل التمرين الثالث:

(1) حل الجملة: $4x + 5y = 105$

$6x + 4y = 112$

و منه: $4x + 5y = 105 \longrightarrow x(-4)$

$6x + 4y = 112 \longrightarrow x5$

$-16x + -20y = 420$

$30x + 20y = 560$

بالجمع نجد:

$14x = 140$

و منه: $x = \frac{140}{14} = 10$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد:

$4x + 5y = 105$

و منه: $40 + 5y = 105$

و منه: $5y = 105 - 40 = 65$

و منه: $y = \frac{65}{5} = 13$

إذن: (10, 13) حلا للجملة.

(2) نفترض ثمن الكراس x و ثمن القلم الواحد هو y .

$$\begin{cases} 4x + 5 = 105 \\ 3x + 2y = 56 \end{cases} \text{ فيكون:}$$

و هذه الجملة مكافئة للجملة السابقة و منه:

$$y = 13, \quad x = 10$$

إذن ثمن الكراس هو 10DA و ثمن القلم هو 13DA.

حل التمرين الرابع:

$$\text{لدينا: } AB = 4,5$$

$$BC = 7,5$$

حساب AC:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 \quad \text{أي:}$$

$$AC^2 = (7,5)^2 - (4,5)^2 \quad \text{أي:}$$

$$AC^2 = 56,25 - 20,25 \quad \text{أي:}$$

$$AC^2 = 36 \quad \text{أي:}$$

$$\boxed{6} = \sqrt{36} \quad AC = \text{ومنه:}$$

(3) حساب $\sin \hat{A}CB$:

$$\boxed{0,6} = \frac{4,5}{7,5} = \frac{AB}{BC} \quad \sin \hat{A}CB =$$

الجزء الثاني:

حل المسألة:

(1) إتمام الجدول:

المسافة (Km)	60	144	340
التسعيرة الأولى (DA)	900	2160	5100
التسعيرة الثانية (DA)	1620	2628	4980

أ- التعبير عن y_1 و y_2 بدلالة x :

$$y_1 = 15x$$

$$y_2 = 12x + 900$$

ب) حل المتراجحة: $15x > 12x + 900$

$$15x - 12x > 900 \quad \text{أي:}$$

$$3x > 900 \quad \text{أي:}$$

$$x > \frac{900}{3} \quad \text{و منه:}$$

$$x > 300 \quad \text{أي:}$$

كل الأعداد الأكبر تماماً من 300 حلاً للمتراجحة.